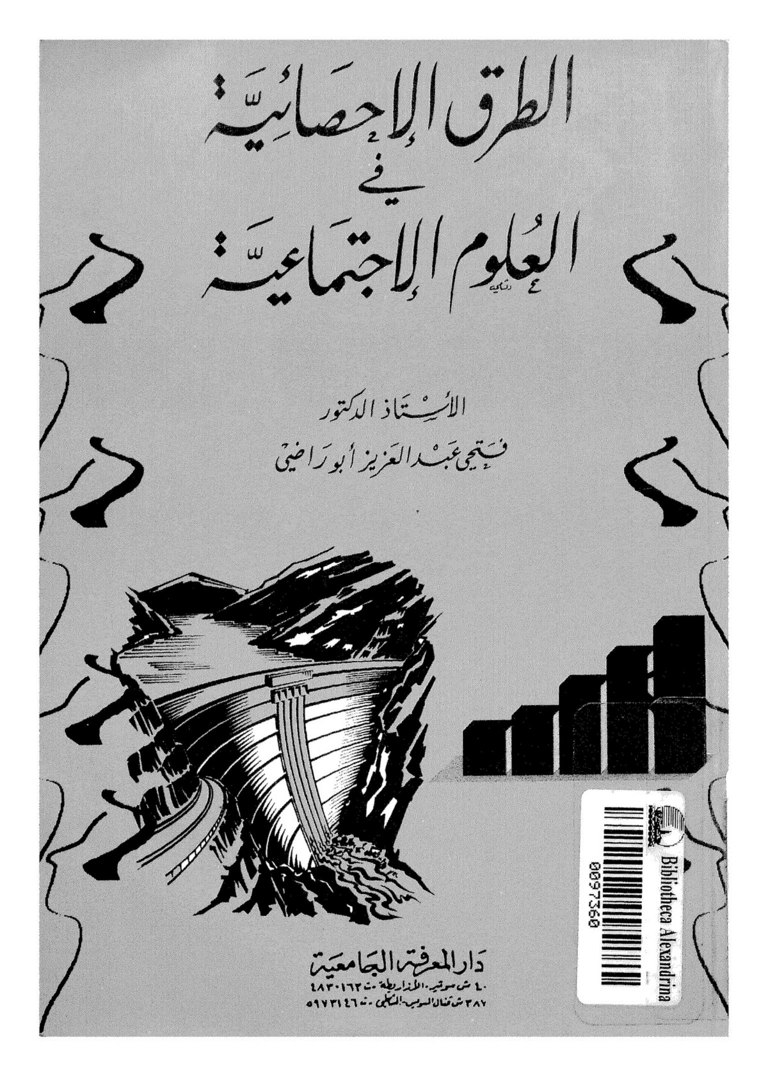
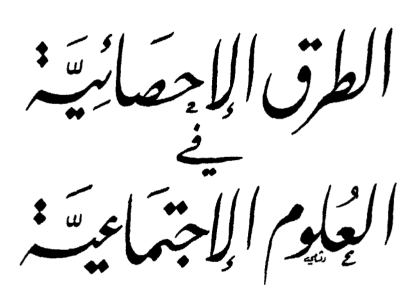


الطرق الإحصائية
في
العلوم الاجتماعية
الأستاذ الدكتور
فتحي عبد العزيز أبو راضي
دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - الأزاريطة - ت ٤٨٣٠١٦٢
٣٨٧ ش قنال السويس - الشاطبي - ت ٥٩٧٣١٤٦

# الطرق الإحصائية
# في
# العلوم الاجتماعية




الأستاذ الدكتور
فتحي عبد العزيز أبو راضي
أستاذ الجغرافيا الطبيعية والخرائط
في جامعتي الإسكندرية وبيروت العربية

دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - الأزاريطة - ت ٤٨٣٠١٦٣
٣٨٧ ش قنال السويس - الشاطبي - ت ٥٩٧٣١٤٦

## إهـــداء

إلى فلذة كبدي...

ابني الحبيب...

دكتور مهندس أيمن...

حفظه الله بحفظه في غربته...

# تصدير

تحظى الطرق الإحصائية في الوقت الحاضر باهتمام متزايد في مختلف فروع المعرفة، وليس أدل على ذلك من كثرة تطبيقاتها واتساع مجال استخدامها وتعدد الدراسات فيها، إذ لا يكاد يخلو أي فرع من فروع المعرفة من دراسات إحصائية تتعرض لأصل المشكلة قيد البحث وتنتهي إلى اقتراح الحلول المناسبة لهذه المشكلة. وقد أدت هذه الحقيقة إلى إضفاء أهمية خاصة على تدريس مبادىء وأساسيات الإحصاء وفروعه المختلفة للطلاب والباحثين على مختلف مستوياتهم وتخصصاتهم.

ولقد أعدت موضوعات هذا الكتاب، التي هي حصيلة جهد، وخلاصة تجربة تدريس لهذا اللون من الدراسة على امتداد نحو سبع عشرة سنة، لكي تكون بمثابة ركيزة لدراسة الجوانب الوصفية والتحليلية والتطبيقية لعلم الإحصاء في الدراسات الاجتماعية بحيث تستطيع أن تعطي الباحث المبتدىء في مجال العلوم الاجتماعية بعامة، وفي ميدان علم الاجتماع بخاصة، معرفة منظمة عن الأساليب الكمية والطرق الإحصائية المستخدمة في جمع وتحليل بيانات الظواهر الاجتماعية بغية الوصول إلى أقصى ما يمكن من نتائج علمية مفيدة. ولقد حرصنا في ضوء هذا الهدف المحدود أن يكون عرض هذه الأساليب والطرق مبسطاً، ولكنه وافياً وشاملاً للعديد من المبادىء والأسس التي تعد ضرورية وأساسية لمعالجة المشكلات في العلوم الاجتماعية، كما حاولنا ـ بقدر المستطاع ـ أن نتجنب الإثباتات والبراهين الرياضية حتى يتمكن الطالب والباحث الذي لا يتمتع بأية خلفية رياضية من فهم واستيعاب هذه الطرق ومتابعة تطبيقاتها دون عناء.

ويتكون إطار هذا الكتاب من ثلاثة عشر فصلاً، بدأناها بمقدمة مركزة عن المفاهيم الإحصائية التي سيتردد ذكرها في كثير من المواضع، وبيان الخصائص الرئيسة التي ينبغي توافرها في البيانات الإحصائية التي تمثل المادة الخام لأسلوب التحليل الإحصائي. ويتطرق الفصل الثاني إلى دراسة طرق جمع البيانات وإعدادها للتحليل الإحصائي، ومناقشة للمبادىء الأساسية لأساليب تحديد حجم العينات المتعارف عليها، مع ربط هذه المبادىء بالواقع الاجتماعي، بينما يتطرق الفصل الثالث إلى دراسة طرق العرض البياني والجدولي كمنطلق أساسي للوصف والتحليل الإحصائي. ويتناول الفصلان الرابع والخامس أهم الطرق الإحصائية التي يحتاج إليها الباحث في الوصف الإحصائي لبيانات الظواهر الاجتماعية وهي مقاييس النزعة المركزية بأنواعها وكيفية تطبيقها والفروق في النتائج المستخصلة من كل منها، ومقاييس التشتت والاختلاف وخصائصها وطريقة استخدامها ومجالات تطبيقاتها المتعددة، بالإضافة إلى دراسة مؤشرات التركز في البيانات، إذ لا تكفي مقاييس النزعة المركزية ومَقاييس التشتت والاختلاف في وصف وتشخيص التوزيعات والبيانات الخاصة بالظواهر الاجتماعية ومقارنتها بعضها البعض لتحديد خصائصها وملامحها.

ويتطرق الفصل السادس لشرح خصائص التوزيع (الطبيعي) الذي يعد ضرورة أساسية لأساليب الاستنتاج والاستدلال الإحصائي ومقارنة البيانات، بينما يتناول الفصل السابع طرق تقدير واستنتاج خصائص (معالم) المجتمع من البيانات التي جمعت بأسلوب المعاينة بسبب عدم دراسة وفحص جميع مفردات المجتمع التي قد تكون كثيرة جداً. ويشرح الفصل الثامن اختبارات الفروض الإحصائية وقواعدها وكيفية اختيارها، وهي ما تعتمد عليه أساليب المقارنة بين البيانات. ويعالج الفصلان التاسع والعاشر أساليب معالجة البيانات وطرق مقارنتها في صورة عملية تطبيقية اعتماداً على الأساليب البارامترية (المعلمية) والأساليب اللابارامترية (اللامعلمية) التي تستخدم في هذا الشأن على الترتيب.

ويختص الفصل الحادي عشر بتحليل الارتباط بين الظواهر الاجتماعية

لتوضيح نوع ودرجة العلاقة أو مقدار الترابط بينها، بينما يتناول الفصل الثاني عشر دراسة وتحليل الانحدار لبيان مدى الارتباط الكلي بين متغيرات الظواهر الاجتماعية، وللتنبؤ (أو للتوقع) بسلوك أحد المتغيرات في ضوء تأثره بالمتغيرات الأخرى. ورغم أن التبسيط والوضوح الحسابي يتطلب، بلا شك، أن يكون تحليل الانحدار قبل تحليل الارتباط، إلا أننا رأينا أن نبدأ بالارتباط وحساب معاملاته (التي تدخل في حساب معادلات الانحدار) قبل الانحدار (الذي لا تستخدم معادلاته في حساب معاملات الارتباط). واختتم الكتاب بفصل (الفصل الثالث عشر) عن الإحصاءات السكانية من حيث خصائصها وطرق جمعها وما تتضمنه من إحصاءات حيوية، وأهم المقاييس الديموجرافية المستخدمة في حسابها والتي تحكم عملية التوزيع والتركيب والتغير السكاني.

وحتى تكتمل الفائدة العلمية من موضوعات الكتاب فقد حرصنا على تزويده بأمثلة عديدة وتطبيقات لبيانات اجتماعية وجغرافية لتوضيح استخدام وتطبيق أدوات وأساليب التحليل الإحصائي وتفسير نتائجها، بالإضافة إلى الكثير من الرسوم البيانية حتى يمكن متابعة الحقائق الواردة في متن الموضوعات، كما لم يفتنا إلحاق مجموعة من الجداول الإحصائية التي يستعان بها في عملية المعايرة الإحصائية.

ولا ندعى أن الكتاب يخلو من نقائص فليس في وسع أي باحث مهما كانت مقدرته العلمية أن يصل بدراسته إلى درجة الكمال، فهو لله وحده، ولكنها محاولة لا تزال بحاجة إلى مزيد من التدعيم والمعالجمة المستفيضة التي أرجو أن تتاح لنا فرصة تحقيقها في المستقبل القريب. ومع ذلك فإننا إذ نقدم هذه المحاولة أرجو من خلالها أن نكون قد حققنا ولو إضافة بسيطة إلى المكتبة العربية لما تفتقر فيه من مؤلفات في طرق التحليل الإحصائي في مجال البحوث والدراسات الاجتماعية بخاصة، كما أن كل أملي أن تحقق هذه المحاولة الهدف المنشود منها، ويجد فيها الباحثين والمهتمين بالدراسات الاجتماعية خير معين ومشجع على تفهم طبيعة وخصائص الطرق الإحصائية والتعامل معها في بحوثهم ودراساتهم ففي ذلك مواصلة للسير في نهج المعرفة المتطورة ومواكبة للتقدم العلمي الخلاق.

وأود بهذه المناسبة أن أتقدم بالشكر الجزيل إلى كل من شجعني في إخراج هذا الكتاب وأخص بالذكر منهم أساتذتي وزملائي بقسم الجغرافيا وزملائي بقسم الاجتماع ـ جامعة الإسكندرية ـ الذين أفدت كثيراً من توجيهاتهم السديدة وملاحظاتهم القيمة أثناء مرحلة إعداد هذا الكتاب، كما أشكر كل من السيدين مصطفى كريدية وحسان كريدية صاحبا دار النهضة العربية ببيروت، والحاج صابر عبد الكريم صاحب ومدير دار المعرفة الجامعية بالإسكندرية على تفضلهم بنشر هذا الكتاب.

ويبقى أن أرجو بعد العناء أن أكون قد وفقت إلى أن أوفى فيما أقصد إليه على غاية، وأن يحقق هذا الكتاب الغرض من إصداره.

والله من وراء القصد، وهو الموفق والمستعان

بيروت في أول نوفمبر (تشرين الثاني) ١٩٩٧ د. فتحي عبد العزيز أبو راضي

# محتويات الكتاب

# الفصل الأول
# المفاهيم الإحصائية

يحتل الإحصاء (أو الأساليب الإحصائية) أهمية خاصة في الأبحاث العلمية الحديثة، إذ لا تخلو أي دراسة أو بحث من دراسة تحليلية إحصائية تتعرض لأصل الظاهرة أو الظاهرات المدروسة فتصور واقعها في قالب قياسي رقمي، وتنتهي إلى إبراز اتجاهاتها وعلاقاتها بالظاهرات الأخرى. وعلى الرغم من ذلك فإنه يصعب إعطاء اصطلاح الإحصاء تعريفاً دقيقاً كغيره من العلوم . فالإحصاء في معناه الضيق يستخدم للتعبير عن البيانات أو الأرقام المستخرجة من هذه البيانات مثل: المتوسطات، أي أنه بهذا الاستخدام يختص بالحقائق والأرقام (Facts and Figures) وعلى هذا تجدنا نتحدث عن إحصاءات العمالية وإحصاءات التعليم، الصحة والحوادث وغيرها. إلا أنه يمكن نعرف علم الإحصاء على أساس أنه الأسلوب الذي يختص بالطرق العلمية لجمع وتنظيم وتخليص وعرض وتحليل البيانات وكذلك الوصول إلى نتائج مقبولة وقرارات سليمة على ضوء هذا التحليل.

هذا هو المفهوم الحديث للإحصاء وهو في هذا الإطار يصلح لأن يكون فناً أو لوناً من المعرفة، وأداة متطورة مبسطة لأسلوب البحث العلمي.

والإحصاء كعلم، بدأ يطل على، ويتصل بالعلوم الأخرى في أواخر القرن التاسع عشر ولو أن لهذا الاتصال جذور أو ربما بذور وضعت خلال القرنين ١٧ ، ١٨ حين

اهتم علماء الرياضيات بوضع نظرية الاحتمالات، ونظراً لأن مجال الدراسة التي بين أيدينا لا يمكننا من التعرف على التطور التاريخي لعلم الإحصاء تبعاً لعدد طرق ومداخل دراسة هذه التطور. ولكن قد يكون من المفيد هنا الإلمام بخصائص علم الإحصاء المختلفة، وذلك عن طريق عرض مختصر لأهم وظائف هذا العلم والتي تنحصر في أربعة وظائف رئيسية هي: -

**١ ـ وظيفة الوصف والتحليل البياني Statistical Description**

تعتبر هذه الوظيفة من الوظائف الأولية لعلم الإحصاء التي تستخدم في تلمس حقائق الظواهر المختلفة (اجتماعية اقتصادية جغرافية... إلخ) وباستخدام أسلوب التحليل البياني للبيانات أصبح من السهولة بمكان تحديد خصائص الظاهرة تحت الدراسة حتى عن طريق الأشكال البيانية التي تمثل بيانات الظاهرة بطريقة علمية تسهل وتبسط تحديد خصائص الظاهرة واتجاهاتها العامة.

وإلى جانب ذلك يعتمد الوصف في الإحصاء على استخدام المقاييس والمؤشرات الإحصائية في تقصي الحقائق وتحديد الخصائص العامة لتوزيع بيانات الظاهرة دون الوصول إلى نتائج أو استدلال خاصة بالمجموعات الأساسية التي تنتمي إليها الظاهرة.

**٢ ـ وظيفة الاستدلال أو الاستقراء Statistical Inference**

تعتبر هذه الوظيفة من الأهمية بمكان في مجال البحث العلمي فمثلاً: إذا كانت الظاهرة موضع الدراسة والتحليل ممثلة للمجتمع الذي تنتمي إليه فإنه يمكن الحصول على نتائج معنوية عن المجتمع بتحليل بيانات هذه الظاهرة وهو ما يعرف بالاستدلال.

ويعتمد هذا الأسلوب في البحث على الشروط التي يجب توافرها حتى يكون هذا الاستدلال سليماً. وبما أن الاستدلال لا يمكن أن يكون مؤكداً فإن لغة الاحتمال تستخدم عند عرض النتائج.

### ٣ ـ وظيفة اختبارات الفروض الإحصائية Tests of Hypothesses

تعتمد هذه الوظيفة على وضع الفروض الإحصائية (بسيطة كانت أو معقدة) تمهيداً لاختبارها، وللتأكد من صحتها حتى يمكن استخلاص النتائج واتخاذ القرارات.

ويتم الأسلوب الإحصائي لاختبارات الفروض من خلال المشاهدات المتكررة للغير في الظاهرة موضع الدراسة وحقيقة هذا التغير بالفروض الموضوعة، فإذا ما توصلنا إلى عدم وجود فرق جوهري بين المشاهدات، وما تم افتراضه، فإن الفرض يكون صحيحاً إحصائياً في حدود خطأ مسموح به عند مستوى معين.

وفي حالة توصلنا إلى وجود فرق جوهري وحقيقي (معنوي) بين ما تم تسجيله من واقع المشاهدات وما تم افتراضه، فإن الفرض يكون غير صحيح، لأن المشاهدات الواقعية لا تؤيد ما كان يتوقع في تغير الظاهرة موضع التحليل.

وتعتبر الاختبارات الإحصائية للفروض، الأسلوب العلمي في استخلاص النتائج بطريقة موضوعية دقيقة بمقارنتها بالطرق العادية التي تكثر معها الأخطاء عند استخلاص النتائج.

### وظيفة التنبؤ (التوقع) Statistical Prediction

يقصد بالتنبؤ، كوظيفة من وظائف علم الإحصاء هو تلك التغييرات التي حدثت لظاهرة ما في الماضي، وليس في المستقبل، وذلك لتأكيد وجود الظاهرة من خلال المشاهدة والقياس، واختبار الفروض، وتفسير التغيرات، واستخلاص النتائج.

وتعتمد دقة التنبؤ اعتماد يكاد يكون كلياً على «الحتمية»، في الظاهرة موضع التنبؤ والتي تؤدي إلى استخلاص نتائج متشابهة تحت ظروف متشابهة، ولنضرب مثالاً على ذلك، «بالجاذبية»، فمن المعروف أن سرعة أي جسم في الفراغ ترجع

إلى الجاذبية التي قدرت بنحو ٧٥ر متر/ ثانية/ ثانية، وبواسطة هذا القانون يمكن لنا أن نحسب أو نتنبأ بتأكيد تام طول المسافة التي سيقطعها جسم ساقط في وقت معلوم، أو بعبارة أخرى يمكن التنبؤ بسرعة هذا الجسم في لحظة معلومة خلال فترة سقوطه. وفي العلوم الاجتماعية لا نجد سوى عدداً قليلاً من العمليات التي تتصف بالطبيعة الحتمية، أما الغالبية العظمى منها، فتتصف بالتأثير بعضها البعض بطرق مختلفة. وفي أوقات مختلفة فنادراً ما يمكن الحصول على نتائج نهائية في دراسة أي منها حتى ولو كان ذلك تحت ظروف معينة، أو بوضع شروط أو فروض محددة.

والتنبؤ Prediction بمفهومه الاستدلالي السابق هو تنبؤ يخص الماضي Postdiction.

وهو يختلف عن تنبؤ المستقبل Forcasting الذي يستخدم فيه التحليل الإحصائي للتوصل إلى توضيح الاتجاه العام لما سيحدث في المستقبل للتغيرات التي تتحكم في تطور ظاهرة ما. وكذلك بيان العلاقات بين متغيرات الظاهرة موضع التنبؤ لفترة مستقبلة.

ومن المبادرة السريعة عن وظائف علم الإحصاء نستطيع أن نقول أن الأسلوب الإحصائي أصبح سمة العصر في الاتجاهات العلمية الحديثة بما يحمل بين طياته من نظريات إحصائية وقوانين تساهم بدرجة كبيرة في اتخاذ القرارات التي أصبحت أساس وهدف البحث العلمي النهائي.

**البيانـات Data**

يقصد بتعبير البيانات «أي كمية من المعلومات في صورة عددية» والصورة الرقمية للبيانات تبدو أما على شكل أعداد صحيحة Integers مثل ١٠، ١١٢، ٤٦٤. أو شكل أعداد حقيقية Real Numbers مثل ٤ر٢٠، ٨ر٦١، ١ر١٨٢ أي أنها الأرقام التي تحتوي على علامة عشرية.

وتعتبر المعلومات العددية (البيانات) المادة الخام لأسلوب العمل الإحصائي، كما أنها تلعب دوراً كبيراً في تطبيق الأساليب الإحصائية، وهناك بعض الإصطلاحات الخاصة بالبيانات الإحصائية التي سوف ترد كثيراً في متن الفصول القادمة نعرضها بصورة مختصرة قبل الخوض في دراسة أساليب التحليل الإحصائي.

### المفردات والمتغيرات Individuals and Variables

المفردة في الإحصاء عبارة عن وحدة قياس المجتمع الإحصائي (Statistical Pouplation). والمجتمع الإحصائي بهذا التصور يتكون من جميع المفردات موضع الاستقصاء والمطلوب معرفة خصائصها وتحديد الحقائق عنها.

ويعبر عن المفردات في البيانات الإحصائية بالتمييز العددي للأشخاص كالطلبة والأسر والعمال أو للحيوان مثل عدد الأبقار عدد الأغنام، أو للجماد مثل عدد المصانع، عدد المدارس، عدد المستشفيات... إلخ.

والمتغيرات Variables عبارة عن ظاهرات أو صفات تختلف قيمها باختلاف الحالات. ومن أمثلتها: درجة الحرارة في مناطق مختلفة أو في فترات مختلفة لمكان واحد كميات الإنتاج الزراعي أو الصناعي. وتنقسم المتغيرات من قيمها العددية إلى قسمين: هما المتغيرات المتصلة Continuous Variables وهي المتغيرات التي يمكن تأخذ أي قيمة على المقياس المستخدم. فمثلاً: إذا ارتفعت درجة الحرارة من ٢٠ درجة مئوية إلى ٣٠ درجة مئوية خلال الترمومتر الزئبقي فمعنى ذلك أن الزئبق يكون قد مر بكل القيم الواقعة بين هاتين الدرجتين. كذلك الحال في مقياس سرعة السيارة فإذا زادت السرعة من ٣٠ كيلومتر/ ساعة إلى ٦٠ كيلومتر/ ساعة فإن المؤشر في المقياس يكون قد مر على كل القيم المحصورة بين هذين الرقمين. وبالمثل أيضاً الأطوال.

وذلك لأن طول الشخص قد يكون ١٦٨ سم أو ١٦٨٫١ أو أي قيمة مهما

كانت كسرية، وأصغر من المليمتر إذا كان المقياس يسمح بذلك. والنوع الآخر من المتغيرات يطلق عليه المتغيرات غير المتصلة أو الوثابة Discrete Variables وهي التي تختلف قيمها من مرحلة إلى أخرى بدون أن تكون منتظمة، كما أن قيمها لا تأخذ إلا أعدادا صحيحة Integers.

فعدد الرحلات التي يقوم بها الأشخاص، وكمية مياه الفيضان في الأودية الصحراوية، وعدد السيارات المارة في أحد الشوارع، وعدد الفصول بالمدارس، وعدد الحجرات بالمنازل، وحجم الأسرة... إلخ، كلها متغيرات وثابه (غير متصلة) نحصل عليها في الغالب، بالعد.

## طرق قياس البيانات

تمثل الطرق المختلفة التي تقاس بواسطتها البيانات أهمية خاصة لأساليب التحليل الإحصائي، إذ أن لكل أسلوب إحصائي طريقة خاصة تقاس أو تجمع على أساسها البيانات وبشكل عام هناك ثلاث مجموعات من البيانات هي: البيانات الإسمية، أو النوعية (التصنيفية)، البيانات الترتيبية وبيانات الفترة.

### البيانات الإسمية Nominal Data

تشتمل قياسات خصائص الظاهرة موضع الدراسة في هذا النوع من البيانات على قياسات ثنائية أو ثلاثية. ولنضرب مثالاً على ذلك، فعند تسجيل حالة التعليم لدى الأشخاص تعليم متوسط أم تعليم عالي يعطي الشخص من النوع الأول الرقم (١) والشخص النوع الثاني الرقم (٢) وإذا كانت الحالة التعليمية الثالثة يعطي الرقم (صفر) وإذا كانت الدراسة تتعلق بانتماء الأشخاص إلى مناطق ريفية أو حضرية فإننا في هذه الحالة نعطي للشخص الريفي الرقم (١) وللشخص الحضري الرقم (٢).

ويطلق على المتغيرات التي تقاس بها البيانات الإسمية بمتغيرات الدمى (Dummy variables).

كما أنها في أحيان أخرى تسمى بالبيانات التصنيفية لأنها تصنف المتغيرات على أساس خصائصها.

### البيانات الترتيبية Ordinal Data

تعرف البيانات الترتيبية بالبيانات المرتبة في فئات أو حسب خصائصها عن طريق إعطاء القيم الأصلية للمتغيرات رتباً أو أرقاماً تدرجية أو تنازلية. فمثلاً: عند تصنيف المدن المختلفة حسب عدد السكان في كل منها نجد أن هناك مدن يتراوح عدد سكانها ١٠٠ ـ ١٥٠ ألف نسمة، ١٦٠ ـ ٢٠٠، ٢١٠ ـ ٢٥٠، ٢٦٠ ـ ٣٠٠ ألف نسمة ففي هذه الحالة تعطي المدن التي يكون سكانها ١٠٠ ـ ١٥٠ ألف نسمة الرقم (١)، والمدن التي سكانها ١٦٠ ـ ٢٠٠ ألف نسمة الرقم (٢) وهكذا المدن التي بها سكان يتراوح عددهم من ٢٦٠ ـ ٣٠٠ ألف نسمة الرقم (٤). ونتبع الأسلوب السابق في حالات أخرى كقياس انحدارات معتدلة، انحدارات طفيفة الحالة الدينية لأفراد أحد المجتمعات إلى مسلمين، ومسيحين، يهود. . . وهكذا.

### بيانات الفترة Inteval Data

تعتبر بيانات الفترة أكثر أنواع البيانات الإحصائية شيوعاً واستخداماً في أبحاث العلوم الاجتماعية. وبيانات الفترة تعكس القيم الأصلية للظاهرات كأعمار السكان. كميات الإنتاج الزراعي والصناعي. مساحات المزارع، ومساحات البيئات الحضرية، درجات الحرارة وكميات الأمطار.

ومن المعروف أن هناك بعض الاختبارات الإحصائية التي لا تقبل إلا بيانات الفترة بل أن معظم الأساليب الإحصائية مثل: تحليل التباين، معاملات الارتباط، تحليل الانحدار، تشترط أن تكون البيانات من نوع بيانات الفترة.

### الأخطاء في الإحصاء Errors

يتعرض العمل الإحصائي إلى أنواع كثيرة من الأخطاء أثناء تنفيذه وسنكتفي هنا بإلقاء الضوء على نوعين رئيسيين من أنواع الأخطاء التي تتعرض لها قياس

البيانات والتي من شأنها التأثير على النتائج التي نحصل عليها من العينة وهما: أخطاء التحيز Bias Errors والأخطاء الاحتمالية.

وأخطاء التحيز هي الأخطاء الناجمة عن تدخل الباحث في طريقة اختيار العينة. فالمعروف مثلاً أن العينة العشوائية تمثل بشكل كبير خصائص المجتمع الذي سحبت منه فإذا اختيرت العينة بطريقة شخصية (أي غير عشوائية) فإن ذلك يؤدي إلى زيادة الأخطاء المتوقعة. كذلك تنشأ هذه الأخطاء نتيجة لتحيز الباحث لوجهة نظر خاصة تجاه القرارات المتخذة، ويحدث عادة خطأ التحيز في اتجاه واحد أما بالزيادة أو بالنقص. ويمكن أن تعزي أخطاء التحيز لعدة عوامل أهمها:

١ ـ الاختيار المعتمد (غير العشوائي) للعينة.

٢ ـ استبدال أفراد العينة بمفردات أخرى لعدم تمكن الباحث من الوصول لبعض المفردات الأساسية في العينة.

٣ ـ سوء التقدير وعدم توفر الدقة. فقد لا يوفق الباحث في التفرقة بين ما هو سبب أو نتيجة أو عدم توفر الدقة في حصر وحساب المتغيرات المحددة لطبيعة الظاهرة ووضع فروض غير سليمة.

أما الأخطاء الاحتمالية فهي الأخطاء الناجمة عن احتمالات عدم تماثل النتائج الذي نحصل عليها مع خصائص المجتمع فحتى عندما تؤخذ العينة بالأسلوب العشوائي، فإنه تظل هناك احتمالات أخطاء في مدى تمثيل العينة لخصائص المجتمع الذي أخذت منه. ومن أهم هذه الأخطاء ما يطلق عليه إحصائياً خطأ الصدفة أو الخطأ العشوائي.

# الفصل الثاني
# جمع البيانات
## Data Collection

تعتبر مرحلة جمع البيانات والمعلومات والحقائق عن المتغيرات والظواهر موضع الدراسة من أسس العمل الإحصائي التي لها أهمية خاصة لا يمكن إغفالها في أي دراسة علمية منظمة. وقبل الشروع في عملية جمع البيانات يجب أن يلم الباحث بعدة خطوات هامة وضرورة تميلها عليه طبيعة الدراسة يمكن أن نوجزها فيما يلي: -

أ - تحديد المشكلة العلمية أو تعيين مجال الظاهرة المراد دراستها وبحثها.
ب - الاتفاق على وحدة القياس التي ستستعمل في عملية جمع البيانات.
جـ - تعيين المتغيرات التي ستتناولها عملية القياس وحصر المصادر التي تعتمد عليها في الحصول على البيانات.
هـ - تحديد الأسلوب أو الطريقة التي تتبع في جمع البيانات والمعلومات.

وسوف نركز مناقشتنا في هذا الفصل حول الإطار العام لكيفية جمع البيانات من مصادرها المختلفة وما يتصف به كل مصدر من مزايا الأستخدام ومثالب ومشاكل التطبيق. وتجدر الإشارة هنا إلى أنه كلما كانت طريقة جمع البيانات سليمة كلما توفرت معلومات دقيقة عن مجموعة المتغيرات أو الظاهرة موضع الدراسة، وكلما أدى ذلك إلى رفع درجة الثقة في النتائج المستخلصة من التحليل الإحصائي، وبالتالي التوصل إلى قرارات سليمة غير متحيزة.

## مصادر جمع البيانات Sources of Data

هناك مصدران أساسيان لجمع البيانات: الأول، يستمد منه الباحث المعلومات اللازمة لبحثة من بيانات تم جمعها وتجهيزها ونشرها بواسطة أجهزة متخصصة وأما المصدر الثاني فيعتمد فيه الباحث على نفسه في جمع وإعداد وتجهيز البيانات. ويعرف المصدر الأول بالمصدر غير المباشر بينما يطلق على المصدر الثاني «المصدر المباشر» أو «مصدر الميدان».

### ١ - المصدر غير المباشر في جمع البيانات

تتصف البيانات التي نحصل عليها من هذا المصدر بأنها بيانات غير أولية، تم تبويبها وتصنيفها من قبل بواسطة شخص آخر (غير الباحث) أو هيئة حكومية. ومن أمثلتها البيانات التي تتضمنها الدوريات والنشرات والكتب والتقارير والبحوث التي تصدرها وتنشرها الجهات والهيئات الحكومية ومراكز البحوث العلمية. ويلجأ الباحث إلى هذا المصدر في الحصول على البيانات التي يحتاج إليها بحثه في حالة وجود صعوبات (من حيث الوقت والتكاليف) تعترض عملية جمع البيانات من مصادرها الأولية، وعلى الرغم من سهولة وسرعة الحصول على البيانات من هذا المصدر، إلا أنه يعاب عليه صعوبة تحديد درجة الدقة أو الثقة في البيانات وعدم التأكد من سلامة الأعداد والتجهيز الإحصائي. لها وللتغلب على كل ذلك يجب على الباحث أن لا يتمادى في الاعتماد على هذا المصدر في حصوله على البيانات، وإذا كان مضطراً لذلك فيجب عليه الاعتماد على البيانات التي تصدرها أجهزة الإحصاء الرسمية في الدولة، مثل الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بجمهورية مصر العربية.

### ٢ - المصدر المباشر في جمع البيانات

تتميز البيانات التي يتم الحصول عليها من هذا المصدر بأنها بيانات أولية يعتمد الباحث في جمعها وتجهيزها للتحليل على نفسه. ويلجأ الباحث إلى هذا

المصدر في حالة إذا ما كانت طبيعة الدراسة تملى عليه الحصول على بيانات غير منشورة، أو نتائج بحوث سابقة تتعلق بموضوع البحث، كما في دراسة العلاقة بين العمليات البحرية Marine Processes الأمواج، التيارات. . . إلخ) والظاهرات التي تتأثر بها على ساحل منطقة ما في وقت معين. ومن مزايا المصدر المباشر في الحصول على المعلومات أن درجة الدقة وحدود الثقة في البيانات يمكن تحديدها عند تحليل البيانات كمياً، وهي في الغالب ما تكون مرتفعة مما يساعد بالتالي على استخلاص نتائج مرشوق فيها بدرجة كبيرة. إلا أن أهم المشاكل التي تواجه الاعتماد على المصدر المباشر هو الحاجة إلى الوقت والتكلفة المادية اللازمين لإنجاز مهمة الحصول على المعلومات. ونتيجة لذلك فإن الباحث يجد نفسه مضطراً إلى بذل قصارى جهده في جمع البيانات التي يحتاج إليها بالطريقة المباشرة في وقت بأقل تكلفة مادية ممكنة.

وعند جمع البيانات من مصادرها المباشرة فإن الباحث يعتمد على أحد الأسلوبين: أما أسلوب الحصر (المسح) الشامل وإذا لم يتيسر له جمع البيانات عن جميع مفردات المجتمع الأصلي فإنه يضطر إلى اختيار عينة، وهذا ما يطلق أسلوب المعاينة (العينات). ولكل من الأسلوبين جوانبه الإيجابية والسلبية التي نوضحها فيما يلي:

## أولاً: أسلوب الحصر (المسح الشامل)

يعرف أسلوب الحصر الشامل أحياناً بأسلوب العد الكامل (أو التعداد Census) حيث أن معظم التعدادات تتم من خلاله، مثل التعداد السكاني Population Cencus والتعداد الزراعي أو التجاري أو الصناعي التي يعتمد عليها في استخراج بعض المقاييس والمؤشرات الإحصائية، والتي تكون أساساً في عملية التخطيط القومي أو وضع إطار عام للأبعاد الفعلية لإمكانية الدولة في مواجهة الأزمات الاقتصادية أو الاجتماعية وغيرها، والأساس في عملية جمع البيانات عن

طريق الحصر الشامل هو إدخال كل مفردات المجتمع الإحصائي، دون استبعاد أي مفردة، في البحث أو الاستقصاء. فمثلاً عند دراسة العمالة الصناعية في محافظة ما يقوم الباحث بعمل حصر شامل لجميع العمال حسب نوع كل صناعة، وكذلك عند دراسة التركيب المحصولي للأحواض الزراعية في أحد مراكز محافظة ما فإن الباحث يقوم بعمل حصر شامل لأنواع المحاصيل والمساحة التي تشغلها داخل كل حوض من الأحواض الزراعية. وبناء على ذلك فإن هذا الأسلوب يطبق عند دراسة المجتمعات الإحصائية مجهولة المعالم والتي تتطلب جمع بيانات شاملة عن كل مفردة من مفردات المجتمع حتى يمكن تحديد خصائصه ومعالمه بكل دقة وبدرجة عالية من الثقة.

ولأسلوب الحصر الشامل بعض المثالب والمشاكل عند استخدامه في جمع البيانات فهو لا يصلح للأبحاث التي يقترن استخلاص النتائج منها بوقت محدد، أو بمعنى آخر، أن هذا الأسلوب لا يتناسب مع الأبحاث التي يكون فيها لعنصري الوقت والتكاليف المالية أهمية خاصة وأثر كبير على استخلاص النتائج. وعلاوة على ذلك يتعرض تنفيذ أسلوب المسح الشامل في جمع البيانات كثير من الأخطاء التي من أهمها خطأ تحيز الباحث، سواء كان تحيز معتمد أو غير معتمد، الذي ينجم عن أخذ كل مفردات المجتمع في الدراسة حيث وجود احتمالات الخطأ في العد، أو الاحتمالات تجاهل بعض المفردات مما يؤثر على دقة النتائج. وللتخلص من خطأ هذا الأسلوب يمكن تقسيم المجتمع إلى مجموعات متجانسة لها خصائص متشابهة ومميزات مترادفة، ثم يجري البحث وعملية الحصر على كل قسم على حدة مع مراعاة التنسيق في الدراسة بين كل الأقسم. وأخيراً فإن الأسلوب يتطلب في إجرائه توفر جهاز فني إحصائي كبير واعتمادات مالية ضخمة ووقت متسع، مما يفسر أن معظم الدراسات والأبحاث التي تعتمد على هذا الأسلوب في إنجازها لا يقوم بها سوى أجهزة الإحصاء الحكومية مثل الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بجمهورية مصر.

## ثانياً: أسلوب المعانية (العينات) Sampling

سبق أن عرفنا أن دراسة المجتمعات الإحصائية تعتمد أساساً على أخذ كل مفردات المجتمع للتعرف على خصائص ومعالم هذا المجتمع وبصفة عامة فإن معالم أي مجتمع (وهي مقادير ثابتة للمجتمع الواحد ولكنها تتغير من مجتمع إلى آخر) هي التي تعطي لهذا المجتمع صفاته دون غيره ونظراً لوجود صعوبات كثيرة تحول دون دراسة جميع مفردات المجتمع بواسطة أسلوب الحصر الشامل، فإننا نجري دراستنا على جزء صغير من هذا المجتمع أو ما يسمى بالعينة Sample وذلك اختصاراً للوقت وتوفير للجهد والنفقات، واتباع دراسة العينات أو أسلوب المعاينة يرفع مستوى العمل البحثي ويجعله أكثر دقة، وذلك لأن دراسة عدد قليل من المفردات أو الحالات يتيح للباحث فرصة جمع معلومات دقيقة وكثيرة عن كل مفردة أو حالة. وعلى العموم فإنه إذا ما وجدنا أنه من الضروري إجراء معاينة فإن رائدنا الأساسي يكون دائماً هو الحصول على عينة تعطي نتائجاً ذات دقة معينة بأقل تكاليف ممكنة. أو التي تعطي أعلى دقة بتكاليف محدودة.

ويفضل استخدام أسلوب المعاينة عند دراسة خصائص ومعالم المجتمعات اللانهائية مثل الوحدات الإنتاجية لإنتاج بعض الآلات، كما يفضل كذلك في الأبحاث العلمية التي تتطلب تصور عام أو رأي عام حول قضية أو مشكلة يراد دراستها في مجالات العلوم الطبيعية أو الاجتماعية. وفي كل من الحالات يجب أن تكون العينة ممثلة تماماً للمجتمع ولا تخضع للاختيار الشخصي. وذلك حتى يمكن الحصول بواسطة تطبيق الأساليب الكمية والمقاييس الإحصائية على نتائج يمكن تعميمها على المجتمع الأصلي المراد تحديد معالمه بدرجة عالية من الدقة والثقة. وتجدر الإشارة هنا إلى أنه عند دراسة العينات فإن المقاييس التي تحسب من توزيع العينة المختارة (مثل الوسط الحسابي والانحراف المعياري ـ سيأتي ذكرهما فيما بعد بالتفصيل) يسمى كل منها «إحصائية» وقيمة كل «إحصائية» تختلف من عينة إلى أخرى وللتفرقة بين المقاييس اليت نحسبها من العينة وتلك

التي نحصل عليها من دراسة جميع مفردات المجتمع بطريقة الحصر الشامل تسمى الأولى بالإحصائية Sample statistics بينما تعرف الثانية بالمعالم Parameters.

ويتوقف نجاح استخدام وتطبيق أسلوب المعاينة على عدة أمور هامة هي: تقدير حجم العينة، كيفية اختيار مفردات العينة من المجتمع، وتحديد نوع العينة، وفيما يلي مناقشة تفصيلية لكل منها على حدة:

**(١) تقدير حجم العينة:**

تتفق آراء كثير من الإحصائيين على أن حجم عينة البحث يتوقف على مجموعة من العوامل تنحصر في: الغرض من البحث حجم المجتمع الأصلي، مدى تباين الظواهر المختلفة في قطاعات المجتمع، درجة الدقة المطلوبة في البحث، البيانات المتاحة التي يمكن استخدامها في تعميم النتائج، والإمكانيات المادية. ونظراً لعدم وجود اتفاق بين الباحثين على وضع حد معين على أساس علمي ـ أو إحصائي ـ يحدد الحجم المناسب أو الأمثل للعينة لكي تمثل المجتمع الذي تسحب منه تمثيلاً جيداً، فإن تقدير حجم العينة ـ على مستوى معظم الدراسات والبحوث ـ تعتبر واحدة من المشكلات الخاصة بأسلوب المعاينة وتطبيق الأساليب الإحصائية، وفي مجال العمل الإحصائي يوجد اتجاهان عند تقدير حجم العينة:

الاتجاه الأول، يعتمد على الخبرة السابقة للباحث في هذا المجال، حيث أظهرت خلاصة الخبرات والتجارب أن حجم عينة في حدود ١٠٪ إلى ١٥٪ من حجم المجتمع الأصلي يبدو ملائماً في معظم الدراسات والبحوث. ويتميز هذا الاتجاه في تقدير حجم العينة بسهولته، كما أنه يفيد بعض الباحثين قليلي الخبرة في مجال العمل الإحصائي.

الاتجاه الثاني، يرتبط أساساً بنظرية الاحتمال Theory of probability مما يتطلب من الباحث الإلمام بقدر وافر من المعلومات الإحصائية والرياضيات حتى يستطيع استخدام الأساليب الإحصائية في تقدير الحجم الأمثل للعينة. ويعتمد هذا

الاتجاه على تحديد العوامل (المتغيرات) التي يتوقف عليها حجم العينة واعتبارها دلائل رئيسية أو مؤشرات أساسية لهذا الغرض وهو أمر يغفله الاتجاه الأول تماماً، كما يعتمد هذا الاتجاه على توفر بعض المعلومات عن حجم معالم المجتمع الأصلي عن طريق العينات التجريبية أو الاسترشادية Experimental or pilot sample . وتتمثل أهم العوامل والمتغيرات الرئيسية المحددة لحجم العينة في نسبة الخطأ المسموح به (أو درجة الدقة أو الثقة)، معامل التشتت (أو الانحراف المعياري) بين مفردات العينة أو المجتمع إن أمكن، والاختلاف النسبي بين المتوسط الحسابي للعينة ومتوسط المجتمع. وتوضع هذه المتغيرات في شكل صيغة رياضية تختلف باختلاف حجم العينة الاسترشادية، كما تترجم على هيئة معادلة خاصة في حالة إذا كان حجم المجتمع الأصلي الذي ستحيب منه العينة معلوماً.

فإذا ما تصورنا أن أحد الباحثين بصدد تقدير حجم عينة من مجتمع كبير غير محدود المفردات فإنه يقوم بسحب عينة استرشادية من هذا المجتمع وحساب بعض المقاييس الإحصائية منها لتقدير بعض خصائص أو معالم المجتمع، والتي عن طريقها يمكن تقدير حجم العينة المطلوب. فإذا كان حجم العينة الاسترشادية ٣٠ مفردة أو أكثر فإن أهم العوام المحددة لحجم العينة المطلوب تتمثل في:

أ ـ الانحراف المعياري بين مفردات العينة أو الخطأ المتوقع لمتوسط قيم مفردات العينة، وعنه يمكن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع. أو ما يعرف بأحسن تقدير Best Estimate للانحراف المعياري بين مفردات المجتمع ويرمز له بالرمز $\hat{ع}$ ويحسب على أساس:

$$\hat{ع} = عـ \times \sqrt{\frac{ن}{ن - ١}} \quad \text{أو} = \sqrt{\frac{مجـ(س - \bar{س})^{٢}}{ن - ١}}$$

$$\text{أو} \quad = \sqrt{\frac{مجـ س^{٢} - ن \bar{س}^{٢}}{ن - ١}}$$

حيث عـ هي الانحراف المعياري للعينة، س هي قيمة مفردة من مفردات العينة، س هي المتوسط الحسابي للعينة، ن هي الحجم الفعلي للعينة.

ب ـ خطأ المعاينة أو الخطأ المعياري Sımpling of Stand and Error للمتوسط بين مفردات العينة أو مفردات المجتمع إن أمكن. وهو عبارة عن الدقة المطلوبة للتقدير الإحصائي من بيانات العينة، إذ أن تحديد حجم العينة يعتمد على الدرجة التي عندها يتجه متوسط العينة إلى الاختلاف والتباين عن متوسط المجتمع يرمز للخطأ المعياري بالرمز (خ م) ويحسب على أساس:

$$(خ\ م) = \frac{\hat{ع}}{\sqrt{ن}} \times \sqrt{١ - ف} \quad أو = \sqrt{\frac{(\hat{ع})^٢}{ن}} \times \sqrt{١ - ف}$$

$$أو \quad = \sqrt{\frac{(\hat{ع})^٢}{ن} \times (١ - ف)}$$

حيث ف تمثل نسبة حجم العينة ن إلى حجم المجتمع الأصلي ن (أي $\frac{ن}{د}$)

وتسمى هذه النسبة «نسبة المعاينة Sampling Eraction أو معامل التصحيح لقيمة الخطأ المعياري للمجتمع الأصلي الذي يجب أن يكون أقل من خطأ المعاينة للمتوسط. وكلما كان زاد حجم العينة واقترب من حجم المجتمع الأصلي كلما اقتربت قيمة ف من الوحدة (الواحد الصحيح) وأصبحت قيمة معامل التصحيح صفراً وبالتالي فإن قيمة الخطأ المعياري تصير صفراً أيضاً.

جـ ـ القيمة المعيارية لاحتمال وقوع خطأ مسموح به ويرمز لها بالرمز (ز) ويمكن تحديد هذه القيمة من جدول التوزيع الاحتمالي الطبيعي إذا كان مستوى

الثقة Confidence Level الذي تعم به النتائج على المجتمع معلوماً.

وإذا أخذنا في الاعتبار المتغيرات الثلاثة السابقة فإن حجم العينة يمكن أن يتحدد في ضوء تحديد الفارق الممكن التسامح فيه بين نتيجة العينة وما هو كائن فعلاً في المجتمع Tolerance (أي الخطأ المعياري) عند مستوى الثقة التي تعمم بها النتائج على المجتمع. ويمكن وضع هذا التصور لحجم العينة حيث أن:

$$\text{(خ م)} = \frac{\hat{\text{ع}}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

$$\hat{\text{ع}} = \text{خ م} \times \sqrt{\text{ن}}$$

$$\sqrt{\text{ن}} = \frac{\hat{\text{ع}}}{\text{خ م}}$$

$$\text{ن} = \left(\frac{\hat{\text{ع}}}{\text{خ م}}\right)^{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٢ _ ١)$$

فإذا استطعنا أن نضع تقديراً مبدئياً للخطأ المعياري (خ م) الذي نرغب أن ننتهي إليه، وإذا استطعنا أيضاً سحب عينة استرشادية كبيرة (من الثابت إحصائياً أنه إذا بلغ حجم العينة ٣٠ مفردة أو أكثر فإنه يمكن أن يعطي حدوداً مرتفعة من الثقة لتقدير متوسط المجتمع، وانحرافه المعياري من متوسط العينة وانحرافها المعياري ويرجع ذلك إلى أنه كلما حجم العينة كثيراً كلما أدى ذلك إلى تكوين توزيع طبيعي)، فإن باستطاعتنا تقدير الحجم الأمثل بالاستعانة بالمعادلة السابقة (٢ _ ١).

**مثـال (١):**

على أساس عينة استرشادية تتكون من ١٠٠٠٠ عامل قدر أن متوسط إنتاج العامـل من الملابس على مستوى الجمهوريـة هو ٥ وحدات وأحسن تقديـر للانحراف المعياري ($\hat{ع}$) لإنتاج الملابس على المستوى القومي ٢ وحدة، وأن خطأ المعيـاري للمتوسط هـو ٠٢ر٠ وحدة. فلو افترضنـا أننا نريد تقديـر المتوسـط القومي لإنتاج العامل من الملابس لأقرب ــ وحدة عند مستوى احتمالي ٦٨ر٠ (أي بمستوى الثقة ٦٨٪) فإن أقل حجم مطلوب للعينة في هذه الحالة يكون:

$$\text{حجم العينة (ن)} = \left(\frac{\hat{ع}}{خ\,م}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{٢}{٢٥ر}\right)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤ \text{ مفردة}$$

وعلى ذلك فإن أي عينة مكونة من ٦٤ مفردة تكون كافية لإعطاء تقدير للمتوسط القومي (أي متوسط المجتمع) بدقة $\pm \frac{١}{٤}$ وحدة وبمستوى ثقة ٦٨٪.

ولو افترضنا ـ مرة أخرى ـ أن درجة الدقة المطلوبة لتقدير المتوسط القومي لإنتاج العامل من الملابس هي نفس الدقة السابقة (أي إلى أقرب $\frac{١}{٤}$ وحدة) ولكن عند المستـوى الاحتمالي ٩٥ر٠ (أي بمستوى الثقة ٩٥٪) الـذي تكون عنده حدود الثقـة عبارة عن خطـأين معيارين للمتوسط (أي $\pm$ ٢ × خ م). ومعنى ذلك أن ٢ × قيمة الخطأ المعياري للمتوسط لا بد أن تساوي الدقة المطلوبة لحساب المتوسـط العـام وهي ٢٥ر٠ وحـدة، وبعبـارة أخرى فـإن الخطأ المعيـاري

للمتوسط، لدرجة ثقة ٩٥٪، يساوي $\frac{٠٫٢٥}{٢}$ أي ١٢٥ر. وحدة وبتطبيق المعادلة (١ ـ ١) فإن حجم العينة يكون في هذه الحالة.

$$\text{حجم العينة (ن)} = \left(\frac{\hat{ع}}{خ\ م}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{٢}{١٢٥ر}\right)^{٢} = (١٦)^{٢} = ٢٥٦ \text{ مفردة}$$

وبناء على ذلك فأننا لكي نحصل على تقدير للمتوسط القومي لإنتاج العامل من القمح لأقرب $\frac{١}{٤}$ وحدة بمستوى ثقة حجم العينة اللازم لا بد أن يكون ٢٥٦ مفردة.

وهناك صيغة أخرى لتحديد الحجم الأمثل للعينة تأخذ في اعتبارها المتغيرات السابق ذكرها والتي تحسب من عينة استرشادية يبلغ حجمها ٣٠ مفرد أو أكثر وهذه الصيغة هي:

$$\text{حجم العينة} = \frac{\text{الانحراف المعياري للعينة} \times \text{القيمة المعيارية لاحتمال خطأ مسموح به درجة معينة}}{\text{الدقة المطلوبة للتقدير الإحصاري أو الخطأ المعياري}}$$

أي أن:

$$ن = \left(\frac{عـ \times ز}{خ\ م}\right)^{٢} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٢ ـ ٢)$$

**مثـال (٢):**

إذا كان الانحراف المعياري لعينة استرشادية مكونة من ٣٠ عاملاً لدراسة مستوى المعيشة لمجتمع عمالي هو ١٠ جنيهات شهرياً. وأن الخطأ المعياري المسموح به لتقدير المتوسط العام للدخل الشهري هو ٥ر٢ جنيهاً وذلك بمستوى

ثقة ٩٥٪، فإن الحجم الأمثل للعينة الذي يحقق الدقة المطلوبة يمكن تقديره بعد تحديد قيمة (ز) المعيارية من جدول التوزيع الطبيعي المناظرة لمستوى الثقة ٩٥٪ وهي في هذه الحالة تساوي ٢ تقريباً. وعلى ذلك فإن:

$$\text{حجم العينة (ن)} = \left(\frac{١٠ \times ٢}{٢٫٥}\right)^{٢} = (٨)^{٢}$$

= ٦٤ عـــامـــلاً

وبما أن حجم العينة الاسترشادية ٣٠ عاملاً فإننا نحتاج إلى ٣٤ عاملاً آخر ليصبح الحجم الفعلي للعينة ٦٤ عاملاً، والذي فيه يمكن تقدير المتوسط العام لدخول المجتمع العمالي قيد البحث بالدقة المطلوبة (أو الخطأ المعياري للمتوسط) المشار إليها.

ويمكن أيضاً تحديد حجم العينة التي تحقق الدقة المطلوبة أو الخطأ المسموح به في حساب المتوسط العام للمجتمع من إحصائية عينة تجريبية صغيرة يقل عدد مفرداتها عن ٣٠ مفردة وفي هذه الحالة تؤخذ العوامل السابقة المحددة لحجم العينة في الاعتبار مع اختلاف واحد وهو أن القيمة المعيارية المناظرة لاحتمال وقوع خطأ مسموح به بدرجة معينة في جدول التوزيع الطبيعي يجب أن تستبدل بقيمة معيارية أخرى من جدول توزيع «ستيودنت ـ ت» مناظرة لعدد من المفردات يقل عن مفردات العينة التجريبية بمفردة واحدة، وعند مستوى الدلالة أو الثقة المطلوب.

وبناء على ذلك فإن:

$$\text{حجم العينة} = \frac{\text{مربع (الانحراف المعياري للعينة×قيمة ت المعيارية)}}{\text{مربع الدقة المطلوبة أو الخطأ المعياري}}$$

أي أن:

$$ن = \frac{(د \times ت)^{٢}}{(خ م)^{٢}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٢ _ ٣)$$

**مثـال (٣):**

في دراسة اجتماعية عن مستوى المعيشة لعمال إحدى الصناعات التي يبلغ عدد مصانعها ٩٢ مصنعاً، يراد معرفة مصانعها ٩٢ مصنعاً، يراد معرفة حجم عينة المصانع يمكن منه تقدير متوسط الدخل السنوي لجميع العمال وذلك في حدود ٥٠ جنيهاً زيادة أن نقصان عن متوسط دخل عمال مصانع العينة بمستوى ثقته ٩٥٪، (أي بمستوى دلالة ٥٪)، فإننا في هذه الحالة نأخذ عينة تجريبية مكونة من دخول عمال ٢٥ مصنعاً ونحسب منها متوسط الدخل والانحراف العياريد ونفترض أنه كان ٣٣٢ جنيهاً و ٣٣٢٫٥ جنيهاً و ١٦١٫٥ جنيهاً على الترتيب. وبما أن عدد مفردات العينة التجريبية أقل من ٣٠ مفردة، فلا بد إذن من تعيين قيمة ت من جدول «توزيع» «استيودنت ـ ت» المناظرة لعدد مفردات يقل عن مفردات العينة بمفردة واحدة أي (٢٥ ـ ١)، وعند نسبة الخطأ المسموح بها وهي ٥٪، وباستخدام هذه المؤثرات فإن قيمة «ت» تساوي ٢٫٠٦٠ وبذلك فإننا يمكن أن نطبق المعادلة (٢ ـ ٣) لنحصل على حجم العينة المطلوب كما يلي: ـ

$$ن = \frac{(١٦١٫٥ \times ٢٫٠٦)^{٢}٢}{(٥٠)^{٢}} = ٤٤٫٢ \text{ مفردة}$$

وبناء على ذلك فإن حجم عينة مكونة من عمال ٤٥ مصنعاً تكون كافية لإعطاء صورة صادقة عن الدخل المستوى لعمال جميع المصانع. ومن المعادلة السابقة (٢ ـ ٣) يمكن أن نستنتج أنه كلما كبرت قيمة الانحراف المعياري للعينة التجريبية كلما زاد حجم العينة المطلوب. والعكس يحدث مع الدقة المطلوبة أو

الخطأ المعياري لحساب المتوسط العام، أي أنه كلما قلت أم انخفضت هذه الدقة أو زادت قيمة الخطأ المعياري كلما قل حجم العينة. ففي المثال السابق إذا انخفضت الدقة في حساب المتوسط العام ليصل إلى ١٠ جنيهاً زيادة أو نقصان عن متوسط العينة، فإن حجم العينة المطلوب سيكون ١٢ مصنعاً فقط، وهو حجم كاف أيضاً لإعطاء صورة عامة عن متوسط الدخل السنوي لعمال جميع المصانع بالدقة المطلوبة.

كما يمكن تحديد حجم العينة عن طريق تحديد النسبة المئوية لوجود الظاهرة موضع الدراسة في العينة التجريبية وتعيين مستوى الثقة التي تعمم بها النتائج على المجتمع وتحديد الفارق الممكن التسامح فيه بين نتيجة العينة وما هو كائن فعلاً في المجتمع، وهذا يتطلب تحديد الخطأ المعياري للعينة على النحو التالي: -

$$\text{الخطأ المعياري (خ م)} = \sqrt{\frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{ن}}} \quad \ldots\ldots \quad (٢ - ٤)$$

حيث أ هي النسبة المئوية لوجود الظاهرة، ب هي النسبة المئوية لعدم وجود الظاهرة (أي ١٠٠ مطروحاً منها نسبة وجود الظاهرة)، ن هي حجم العينة. ويمكن نقل هذه المعادلة على النحو التالي:

$$\text{ن} = \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{(\text{خ م})^{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢ - ٥)$$

وفي كل الحالات إذا استطعنا أن نضع تقديراً مبدئياً لدقة القياس أو الخطأ المعياري الذي ترغب أن ننتهي إليه. إذا استطعنا كذلك تقدير نسبة وجود الظاهرة في الحالات المدروسة. فإنه باستطاعتنا تقدير الحجم الأمثل للعينة بالمعادلة السابقة (٢ - ٥).

مثـال (٤):

من عينة استرشادية لدراسة مدى تأثير البرامج التلفزيونية على ثقافة سكان أحد الأقسام الإدارية بمحافظة ما وجد أن النسبة المئوية لحائزي الأجهزة التلفزيونية هي ٨٦ ٪ بدقة تصل إلى ١٠ ٪، والمطلوب تحديد الحجم الأمثل للعينة التي يمكن عن طريقها دراسة هذا التأثير بمستوى ثقة ٩٥٫٤ ٪ فبما أن مستوى الثقة التي تعم بها النتائج على المجتمع هو ٩٥ ٪ فإن حدود هذه الثقة Confidence linits عبارة عن ± خطأين معيارين (أي ± ٢ × خ م) وقيمتيهما لا بد أن تساوي ١٠ ٪ومعنى ذلك أن الخطأ المعياري في هذه الحالة هو ٥٪ (أي $\frac{١٠}{٢}$٪) وأن حجم العينة المطلوب حسب المعادلة (٢ ـ ٥) هو:

$$\text{حجم العينة (ن)} = \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{(\text{خ م})^{٢}}$$

$$= \frac{٨٦ \times ١٤}{(٥)^{٢}}$$

$$= \frac{١٢٠٤}{٢٥} = ٤٨٫٢ \text{ مفردة}$$

وعلى ذلك فإن الحجم الأمثل للعينة والذي نأمل أن يحقق الدقة المطلوبة في هذا المثال هو ٤٩ حائزاً لأجهزة التلفزيون في المنطقة موضع الدراسة.

وتستخدم صيغة أخرى لتحديد الحجم المناسب للعينة اعتماداً على خصائص بيانات عينة استرشادية يمكن منها تعيين النسبة المئوية لوجود الظاهرة موضع الدراسة بالإضافة إلى تقدير الخطأ المعياري وتحديد مستوى الثقة التي تعمم النتائج هذه الصيغة هي:

$$ن = أ \times ب \times \left(\frac{ز}{خ م}\right)^{٢} \qquad (٢ - ٦)$$

حيث ز هي القيمة المعيارية لاحتمال وقوع خطأ مسموح به عند مستوى معين.

**مثال (٥):**

من عينة تجريبية تتكون من ٣٠ ناخباً وجد أن ١٢ ناخباً سيقومون بإعطاء أصواتهم المرشح الحزب «أ»، فإذا أريد تقدير نسبة الناخبين الذين سيدلوا بأصواتهم لانتخاب مرشح هذا الجزب من جملة الناخبين بدقة (أو خطأ معياري) ± ١٪ وبمستوى ثقة ٩٥٫٤٪ فإن حجم العينة المطلوب لتحقيق ذلك يتحدد على أساس:

أ ـ نسبة الناخبين في العينة = $\frac{١٢ \times ١٠٠}{٣٠} = ٤٠٪$

ب ـ القيمة المعيارية (ز) لمستوى الثقة ٩٥٪ = ٢ تقريباً.

جـ ـ الخطأ المعياري للتقدير = ١٪.

وعلى ذلك فإن:

حجم العينة (ن) $= ٤٠ \times ٦٠ \times \left(\frac{٢}{١}\right)^{٢}$

$= ٢٤٠٠ \times ٤ = ٩٦٠٠$ مفردة أو ناخباً

وتجدر الإشارة إلى هنا إلى أن معظم استطلاعات الرأي Opinion Polls في النواحي السياسية تعتمد على عينات يصل حجم أي منها إلى ٢٠٠٠ مفردة تقريباً، حتى يكون الخطأ المعياري المتسامح فيه بين نتيجة العينة وما هو كائن فعلاً في

المجتمع ± ٢٪. أو أكثر قليلاً، وذلك قبل أن يدخل في الاعتبار عوامل أخرى مثل خطأ التحيز. أو تغيير الرأي في آخر دقيقة تجاه موضوع الاستطلاع مثل ترشيح عضو أحد الأحزاب من جانب نسبة من المبحوثين أو الناخبين.

كما يمكن تحديد حجم العينة عن طريق معرفة حجم المجتمع الأصلي فقط وذلك عن طريق تحديد مجموعة من العوامل أو المحددات الرئيسية التي يمكن أن نجملها فيما يلي: ـ

أ ـ حجم المجتمع الأصلي الذي ستسحب منه العينة ويرمز له بالرمز ن.

ب ـ معامل التشتت بين مفردات العينة ويرمز له بالرمز (م) ويحسب على أساس:

$$(م) \quad = \quad \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

جـ ـ مربع متوسط معامل التشتت للمتوسط بين مفردات العينة ويرمز له بالرمز (م س)٢، ويحسب على أساس:

$$(م_{س})^{٢} = (\frac{م^{٢}}{ن} \times ١ - ف) \quad ............. \quad (٢ - ٧)$$

حيث هي حجم العينة، ف هي نسبة المعاينة أي نسبة حجم النسبة إلى حجم المجتمع الأصلي.

د ـ الفارق النسبي بيا المتوسط الحسابي للعينة ومتوسط المجتمع ويرمز له بالرمز (ق)، ويمكن حسابه كما يلي: ـ

الفارق النسبي = الجزر التربيعي لعامل التشتت بين مفردات العينة × القيمة المعيارية للدقة المطلوبة بدرجة معينة.

أي أن:

ق ـ (م$_{س}$ × ز) .............. (٢ ـ ٨)

وبناء على العلاقات الرياضية المتبادلة بين هذه العوامل الأربعة وحجم العينة فإننا يمكن أن نحدد حجم العينة المطلوب في ضوء المعادلة الآتية:

$$\text{حجم العينة} = \frac{\text{حجم المجتمع الأصلي}\times\text{مربع القيمة المعيارية}\times\text{مربع معامل التشتت}}{\text{حجم المجتمع الأصلي}\times\text{مربع الفارق النسبي}+\text{مربع القيمة المعيارية}\times\text{مربع معامل التشتت}}$$

أي أن:

$$\text{ن} = \frac{\text{ن} \times (\text{ز})^{٢} \times (\text{م})^{٢}}{\text{ن} \times (\text{ق})^{٢} + (\text{ز})^{٢} \times (\text{م})^{٢}} \quad (٢ ـ ٩)$$

**مثال (٦):**

يريد أحد الباحثين تحديد حجم عينة من مجتمع يحتوي على ٢٠٠٠ مفرد وذلك في ضوء الافتراضات الآتية التي يريد أنها ضرورية لتطبيق الطرق الإحصائية واستخلاص النتائج التي على أساسها تتخذ القرارات اللازمة: ـ

أ ـ معامل التشتت بين مفردات العينة (م) في حدود ٣٠٪.

ب ـ نسبة الخطأ المسموح به لا تزيد عن ٥٪ أي أن تعمم النتائج بثقة قدرها ٩٥٪.

جـ ـ بما أن القيمة المعيارية المناظرة لاحتمال وقوع الخطأ المسموح به وهو ٥٪ في جدول التوزيع الطبيعي (الاعتدالي) تساوي ٢ تقريباً فإن: الفارق النسبي (ن) = ٠٢ر٠×٢= ٠٤ر٠.

وعلى ذلك فإن حجم العينة المطلوب يمكن تحديده كما يلي:

$$\text{حجم العينة (ن)} = \frac{١٠٠ \times (٢)^{٢} \times (٠ر٣)^{٢}}{٢٠٠٠ \times (٠ر٠٤)^{٢} + (٢)^{٢} \times (٠ر٢)^{٢}}$$

$$= \frac{٣٢٠}{٣٫٣٦} = ٩٥٫٢٥$$

وعلى ذلك فإن حجم العينة المناسب والذي يحقق افتراضات الباحث هو ٩٦ مفردة تقريباً من مجتمع يحتوي على ٢٠٠٠ مفردة.

وهناك طريقة أخرى لتحديد حجم العينة يمكن استخدامها إذا كان حجم المجتمع الأصغر معروفاً، وذلك بعد تحديد الحجم التقريبي للعينة والذي يتطلب:

أ - تحديد الدقة المطلوبة أو الخطأ الذي يمكن التسامح بين نتيجة العينة وما هو كائن فعلاً في المجتمع.

ب - تحديد مستوى الثقة التي تعمم بها النتائج على المجتمع.

جـ - اختيار النسبة المئوية لوجود الظواهر قيد البحث (ح) التي تحقق أكبر رقم إذا ما ضربت في النسبة المئوية المكملة (١٠٠ - ح).

وتتخذ معادلة هذه الطريقة الشكل الآتي:

$$ن_{١} = \left[ \frac{ح \times (١٠٠٪ - ح)}{(خ)^{٢}} \right] \times (ز)^{٢} \quad .......... \quad (٢ - ١٠)$$

حيث ح هي نسبة وجود الظواهر قيد البحث وتمثل ٥٠٪ $ن_{١}$ هي الحجم التقريبي للعينة.

وبعد الحصول على الحجم التقريبي للعينة، يتعين تحديد الحجم الفعلي لها في ضوء حجم المجتمع الأصلي (ن) وذلك باستخدام معادلة التصحيح وهي:

$$\text{الحجم الفعلي للعينة (ن)} = \frac{ن_{١}}{١ - \frac{ن_{١} - ١}{م}} \quad .. \quad (٢ - ١١)$$

**مثـال (٧): ـ**

لنفرض أن أحد الباحثين يريد تحديد حجم عينة من مجتمع يحتوي على ٤٠٠٠ مفردة بناء على بعض الافتراضات التي رأها ضرورية في هذا الصدد. هذه الافتراضات هي: ـ

أ ـ نسبة الخطأ المسموح به (أو الدقة) في حدود ± ٥٪.
ب ـ مستوى الثقة التي تعم بها النتائج لا تقل عن ٩٥ ٪.
جـ ـ نسبة وجود الظواهر موضع البحث في العينة ٥٠ ٪ ونسبة عدم وجودها ٥٠ ٪ أيضاً.

وباستخدام هذه الافتراضات والتي يمكن أن تتحقق من تحديد حجم مناسب للعينة، نجد أن: عند مستوى الثقة ٩٥ ٪ تكون القيمة المعيارية المناظرة في جدول التوزيع الطبيعي هي ٢ تقريباً. وعلى ذلك فإن حجم العينة المطلوب يتحقق بتطبيق المعادلتين (٢ ـ ١٠) أو (٢ ـ ١١) كما يلي:

$$\text{الحجم التقريبي للعينة} = \frac{٥٠ \times ٥٠}{(٥)^{٢}} \times (٢)^{٢}$$

$$\text{الحجم التقريبي للعينة} = \frac{٤ \times ٢٥٠٠}{٢٥} = ٤٠٠ \text{ مفـــــردة}$$

$$\text{الحجم الفعلي للعينة} = \frac{٤٠٠}{١ - \frac{٤٠٠ - ١}{٤٠٠٠٠}}$$

$$= \frac{٤٠٠}{٠٫٩٠٠٢٥} = ٤٤٤٫٣٢ \text{ مفـــردة}$$

وعلى ذلك فإن حجم العينة المناسب والذي يمكن أن يحقق افتراضات

الباحث هو ٤٤٥ مفردة من مجتمع يحتوي على ٤٠٠٠ مفردة أي نسبة ٩ ٪ تقريباً من حجم المجتمع الأصلي.

أما إذا تجمعت لدينا بيانات خاصة من معالم المجتمع الأصلي (المتوسط الحسابي والانحراف المعياري) الذي ستسحب منه العينة دون أن نتمكن من معرفة حجمه، فإننا نستخدم طريقة المنحنى الطبيعي (الاعتدالي) للحصول على الحجم المناسب أو الأمثل للعينة. ويوضح ذلك المثال التطبيقي الآتي:

**مثال (٨):**

إذا كان متوسط الإنتاج القومي للقمح في عام ما هو ٢ر٧ أردب ٪ فدان والانحراف المعياري لهذا المتوسط هو ٥ر١ أردب، فما هو حجم العينة (فدان) التي ينبغي اختيارها من محافظة ما بشرط ألا يكون خطأ الصدفة أكثر من ٥٠ ٪ وأن يكون متوسط الإنتاج في (العينة ٠٧ر٧ أردب)؟

**الحل: ـ**

نظراً لأننا افتراضنا أن نسبة خطأ الصدفة هي ٥٪، فإنه يمكن إيجاد القيمة المعيارية (ز) والتي تعرف بالمتغير المعياري Standard Variable من الجداول الإحصائية الخاصة بتحديد المساحة تحت المنحنى الطبيعي (الاعتدالي)[1]. ثم تطبق المعادلة الآتية: ـ

$$\text{المتغير المعياري} = \frac{\text{الفرق بين متوسطي المجتمع والعينة} \times \sqrt{\text{حجم العينة}}}{\text{الانحراف المعياري لمتوسط المجتمع}}$$

(١) انظر جدول تحديد المساحة تحت المنحنى الطبيعي (الاعتدالي) ضمن ملاحق هذا الكتاب.

أي أن:

$$(\text{ز}) = \frac{\text{م} - \bar{\text{س}} \times \sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} \qquad .. \qquad (\text{٢ ـ ١٢})$$

وعلى ذلك فإن:

$$\text{١ر٦٤} = \frac{\text{٧ر٢} - \text{٧ر٠} \times \sqrt{\text{ن}}}{\text{١ر٥}}$$

$$\text{ر٢} \sqrt{\text{ن}} = \text{٢ر٤٦}$$

$$\sqrt{\text{ن}} = \frac{\text{٢ر٤٦}}{\text{ر٢}} = \text{١٢ر٣}$$

ن = ١٥١ر٢٩ فداناً

بمعنى أنه ينبغي أن تسحب عينة حجمها ١٥٢ فداناً من المحافظة قيد البحث لكي تحقق الدقة أو الخطأ الصدقة والمتوسط المطلق للعينة.

من كل مما سبق يمكن القول أن حجم العينة الذي نحصل عليه بإحدى المعادلات السابقة لا يعتبر ملزماً الآن الافتراضات التي تقوم عليها هذه المحاولات غير ملزمة لأي دراسة، وكل ذلك ما هو إلا مجرد علامات تحدد أسلوب العمل في هذا المجال في حدود أقل خطأ ممكن بطريقة موضوعية غير متحيزة.

### (٢) اختيار مفردات العينة

بعد أن تعرفنا على الطرق المختلفة التي تحدد الحجم المناسب للعينة التي سيجري عليها البحث والاستقصاء، فإننا الآن بصدد التعرف على طريقة (عملية) اختيار مفردات هذه العينة من بين مفردات المجتمع الأصلي، أو ما يعرف بأسلوب سحب العينة من المجتمع. وعملية اختيار مفردات العينة كواحدة من المشكلات الخاصة بأسلوب المعاينة، تتوقف أساساً على خجم المجتمع الأصلي. فإذا كان

حجم المجتمع صغيراً أي مشتملاً على عدد محدد Finite من المفردات فإن المشكلة لا تكون مشكلة اختيار العينة من بين مفردات المجتمع، بل تكون مشكلة الحصول على عدد كاف من المفردات لغرض البحث. فمثلاً إذا أراد الباحث أن يجري دراسة على كبار الزراعين بإحدى القرى كنموذج لنفس الفئة في القطر فقد يحدد هذه الفئة بأنها تشتمل على كل من يمتلك ١٠٠ فداناً أو أكثر من الأراضي الزراعية في القرية. وفي هذه الحالة قد يكون عدد هؤلاء الملاك قليلاً لدرجة أن العينة تستنفذهم جميعاً. كما تكون عملية الاختيار من المجتمع الأصلي عملية مشترطة بشروط تحدد المفردات (عدد الملاك) التي تكون منها العينة المطلوبة. وبالطبع كلما كثرت الشروط اللازمة للعينة كما صعب الحصول عليها وكلما قل عدد المفردات الذين يتم الاختيار من بينهم. أما إذا كان حجم المجتمع الأصلي كبيراً جداً أي مشتملاً على عدد غير محدود من المفردات المستوفية لجميع الشروط اللازمة في العينة فإنه من اللازم إجراء عملية اختيار مفردات العينة أما بواسطة الاختيار غير العشوائي (المعاينة العمدية) أو بواسطة الاختيار العشوائي. وقبل أن نوضح كيفية الاختيار في كل من الطريقتين، فإنه يجدر بنا أن نذكر الشروط التي ينبغي توافرها في العينة حتى نستعيض بها عن المجتمع الأصلي الكبير.

سبق أن قلنا أنه يجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع أو بمعنى آخر يجب مراعاة أن تمثل العينة جميع أفرد المجتمع، وألا تكون متحيزة bias لجزء أو أجزاء من المجتمع الأصلي لأنه يتوقف على العينة المنتقاة كل قياس أو نتيجة يخرج بها الباحث. فمثلاً إذا أردنا سحب عينة لتقدير متوسط الدخل من الإنتاج الزراعي لملاك الأراضي الزراعية على مستوى أحد المراكز، فإذا أخذت عينة من فئة الملاك الذين يملكون ١٠٠ فداناً وأكثر فإن العينة تكون غير ممثلة لمجتمع الملاك حيث أن هذه الفئة تمثل نسبة صغيرة جداً من جميع الملاك، وبالتالي لا بد أن تحتوي العينة على ملاك من جميع فئات الملكية وبناء على ذلك يجب أن تتوفر في العينة الممثلة Representative Sample مجموعة من الشروط يمكن تلخيصها في شرطن أساسيين هما: ـ

١ ـ تكون مفردات العينة ممثلة للمجتمع الذي يجري عليه البحث تمثيلاً صحيحاً وليست ممثلة لمجتمع آخر. بمعنى أنه إذا تكررت نفس النتائج على عينات، أخرى من نفس المجتمع كانت العينة التي يجري عليها البحث عينة ممثلة للمجتمع الأصلي أصدق تمثيل، وبذلك يمكن أن تكون خصائص مفردات العينة (إحصائياً العينة) متقاربة أو متشابهة مع خصائص المجتمع (معالم المجتمع) الذي تنتمي إليه.

٢ ـ ألا تكون المفردات المختارة ممثلة لجزء (قطاع) من أجزاء المجتمع الأصلي بل يجب أن تمثل جميع أجزاء المجتمع، وهذا يتطلب تكوين إطار المعاينة الذي تؤخذ منه العينة.

وإطار المعاينة Samling Frame وهو المصدر الذي تؤخذ منه العينة أو بعبارة أخرى هو حصر شامل (القائمة أو الدليل) لجميع المفردات وخدات المجتمع الأصلي المراد دراسته مثال ذلك قائمة بأسماء العمال في أحد المصانع، أو مختلف أنواع الرواسب التي توجد على الشاطىء أو مواقع المحلات العمرانية الريفية على خريطة إحدى الدول وعند اختيار العينة من المجتمعات المحدودة يقسم المجتمع الأصلي للظاهرة قبد البحث إلى عدة أقسام تسمى وحدات لمعاينة Sampling Units (شخص، أسرة، قرية) ويكون إطار العينة حينئذ عبارة عن القائمة أو مجموعة القوائم التي تتضمن الوحدات التي تتألف منها المجتمع. ويشترط في إطار المعاينة أن يكون شاملاً لجميع مفردات المجتمع التي يمكن الوصول إليها بسهولة وذلك حتى يكون اختيار العينة سليماً. كما يشترط أن يكون إطار المعاينة متجدداً حتى تعطي المفردات أو الوحدات التي تستجد على الإطار القديم نفس الفرصة في الظهور.

وكما ذكرنا فإنه في المجتمعات غير المحدودة Infinit يستحيل إجراء حصر شامل لكل مفردات المجتمع في الوقت المتاح للدراسة ويكتفي في هذه الحالة بدراسة عينة بدون تكوين إطار للمعاينة. فمثلاً إذا كان بصدد اختيار عينة من أسر

أحد الأقسام الإدارية في مدينة ما وذلك لتقدير متوسط الدخل، فإنه يتحتم عليه اختيار عينة من إطار (أو قائمة) يحتوي على جميع أسر هذا القسم الإداري بالمدينـة. ولا يجوز له في هذه الحالـة أن يختار العينة من دليل التليفون مثلاً إذ أنه من المعروف أن مثل هذا الدليل لا يتضمن جميع أسر القسم الإداري قيد البحث.

**الاختيار غير العشوائي (العمدي)**

يلجأ الباحث أحياناً إلى اختيار مفردات عينة بطريقة غير عشوائية أو متعمدة، فمثلاً قد يختار أحد الباحثين عينة يرى أنها تمثل المجتمع بالنسبة إلى صفة أو خاصة ما دون غيرها وبعبارة أخرى يكون الأساس في الاختيار هو الباحث الذي يحدد بنفسه المفردات الداخلة في العينة متحيزاً لتفكيره ومعتمداً في تحديد المفردات. فمثلاً إذا أراد باحث دراسة مستوى المعيشة في الريف المصري فقد يعتقد أن قرية معينة في نظره تمثل مستوى المعيشة في كل الريف المصري، وفي هذه الحالة إذا اختار هذه القرية كأساس للدراسة فإن وجهة نظر الباحث تكون غير صائبة ولن يحالفها التوفيق في استخلاص النتائج، لأنه باختيارنا لهذه القرية يكون معتمداً أو متحيزاً في الاختيار لغرض الدراسة. ويمكن القول أن الباحث في تعمده في اختيار مفردات العينة إنما يتخلى من فكرة العشوائية في اختيار مفردات العينة عن مفردات المجتمع.

بمعنى أننا يجب ألا نقلل من أهمية الاختيار العمدي فربما يكون هو أفضل الطرق عن الاختيار في حالة إذا ما كان المطلوب اختيار عينة صغيرة لمجتمع كبير. فإذا كان المطلوب اختيار قرية واحدة لتمثيل القطر المصري كله فإنه يمكن اعتبار الاختيار العمدي هو أفضل الطرق رغم ما فيه من تحيز، وذلك لأن اختيار قرية واحدة بطريقة عشوائية قد يؤدي إلى خطأ كبير.

**الاختيـار العشوائـي**

على الرغم من سهولة اختيار أو سحب غير عشوائية من المجتمع كله إلا أن

ذلك له أضراره البالغة على دقة النتائج تبعاً لوجود تحيز من قبل الباحث في اختيار مفردات العينة لعدم توافر عنصر العشوائية في الاختيار. ولضمان الحصول على المعاينة غير المتحيزة التي تعطينا تقديرات واستنتاجات يمكن تعميمها على جميع مفردات المجتمع الأصلي بأعلى دقة لتكاليف محددة، أو لا بد أن تختار العينة بحيث تكون ممثلة تمثيلاً صادقاً للمجتمع يكون ذلك على أساس نظرية الاحتمالات أي بواسطة سحب وحدات بالتتابع لكل منها احتمال معروف في الاختيار في السحبات المختلفة. ولكي تكون مفردات العينة ممثلة لكل مفردات المجتمع الأصلي بأقل أخطاء ممكنة فلا بد من استخدام أسلوب العشوائية غير المتحيز في الاختيار.

والأساس في أسلوب الاختيار العشوائي للعينة هو أن جميع مفردات المجتمع موضع الدراسة لها نفس الفرصة في الاختيار وهذا يعني عدم الاهتمام ببعض المفردات دون الأخرى وإتاحة الفرص المتكافئة أمام كل مفردة لتكون ضمن العينة. والمعنى الرياضي لكفاءة الفرص في الاختيار العشوائي هو أن يكون احتمال ظهور أي مفردة من مفردات المجتمع في العينة يساوي $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}}$ (أي $\frac{\text{ن}}{\text{ى}}$). وبذلك فإن الشرط الإحصائي الأساسي لاختيار مفردات العينة من بين مفردات المجتع هو عدم التحيز في الاختيار حتى نضمن ـ إلى درجة ما ـ تمثيل العينة للمجتمع الذي نريد معاينته تمثيلاً صادقاً مع تقليل الأخطاء الأخرى المعاينة.

وتتم عملية اختيار مفردات العينة بالأسلوب العشوائي بإحدى الطرق الآتية:

**أ ـ طريقة السحب العشوائي (القرعة)**

عند اتباع هذه الطريقة تعطي مفردات المجتمع الأصلي أرقاماً مسلسلة تكتب على بطاقات متشابهة وبعد أن تخلط خلطاً جيداً. يكفي لإضاعة أي أثر للترتيب المتعمد ـ يسحب عشوائياً منها عدد من البطاقات يساوي عند مفردات العينة

المطلوبة. وتلائم هذه الطريقة سحب العينات من المجتمعات الصغيرة الحجم حيث لا تحتاج إلى مجهود كبير أو وقت طويل في عملية ترقيم مفردات المجتمع الأصلي وسحب العينة منه.

**ب ـ طريقة الجداول العشوائية**

يصعب لتباع طريقة السحب العشوائي في الاختيار في حالة المجتمعات الكبيرة الحجم حيث تحتاج عملية الترقيم إلى مجهود كبير كما أنها تكون مضيعة للوقت. ولذلك يفضل الرجوع إلى جداول خاصة تعرف باسم جداول الأرقام العشوائية Tables of Random Numbers وهي جداول أرقامها مختارة بطريقة عشوائية (أي أنها أرقام لا ترتبط ببعضها بأي أسلوب رياضي فهي لا تكون بينها متتالية عددية أو هندسية موضوعة في شكل أعمدة تتناسب مع حجم مجتمع إحصائي يتكون من أي عدد من المفردات كما يبدو من الجدول التالي (جدول رقم ١ ـ ١).

## جدول رقم (١ ـ ١) جدول الأرقام العشوائية(١)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢٠ | ١٧ | ٤٢ | ٢٨ | ٢٣ | ١٧ | ٥٩ | ٦٦ | ٣٨ | ٦١ | ٠٢ | ١٠ | ٨٦ | ١٠ | ٥١ | ٥٥ | ٩٢ | ٥٢ |
| ٧٤ | ٤٩ | ٠٤ | ٤٩ | ٠٣ | ٠٤ | ٠١ | ٣٣ | ٥٣ | ٧٠ | ١١ | ٥٤ | ٤٨ | ٦٣ | ٩٤ | ٦٠ | ٩٤ | ٤٩ |
| ٩٤ | ٧٠ | ٤٩ | ٣١ | ٣٨ | ٦٧ | ٢٣ | ٤٢ | ٢٩ | ٦٥ | ٤٠ | ٨٨ | ٧٨ | ٧١ | ٣٧ | ١٨ | ٤٨ | ٦٤ |
| ٢٢ | ١٥ | ٧٨ | ١٥ | ٦٩ | ٨٤ | ٣٢ | ٥٢ | ٣٢ | ٥٤ | ١٥ | ١٢ | ٥٤ | ٠٢ | ٠١ | ٣٧ | ٣٨ | ٣٧ |
| ٩٣ | ٢٩ | ١٢ | ١٨ | ٢٧ | ٣٠ | ٣٠ | ٥٥ | ٩١ | ٨٧ | ٥٠ | ٥٧ | ٥٨ | ٥١ | ٤٩ | ٣٦ | ١٢ | ٥٣ |
| ٤٥ | ٠٤ | ٧٧ | ٣٦ | ١٤ | ٩٩ | ٤٥ | ٥٣ | ٩٥ | ٦٩ | ٨٥ | ٠٣ | ٨٣ | ٥١ | ٨٧ | ٨٥ | ٥٦ | ٩٧ |
| ٤٤ | ٩١ | ٩٩ | ٤٩ | ٨٩ | ٣٩ | ٩٤ | ٦٠ | ٤٨ | ٤٩ | ٠٦ | ٧٧ | ٦٤ | ٧٢ | ٥٩ | ٢٦ | ٠٨ | ٥١ |
| ١٦ | ٢٣ | ٩١ | ٠٢ | ١٩ | ٩٦ | ٤٧ | ٥٩ | ٨٩ | ٦٥ | ٢٧ | ٨٤ | ٣٠ | ٩٢ | ٦٣ | ٣٧ | ٢٦ | ٢٤ |
| ٠٤ | ٥٠ | ٦٥ | ٠٤ | ٦٥ | ٦٥ | ٨٢ | ٤٢ | ٧٠ | ٥١ | ٥٥ | ٠٤ | ٦١ | ٤٧ | ٨٨ | ٨٣ | ٩٩ | ٣٤ |
| ٣٢ | ٧٠ | ٠١ | ٧٢ | ٠٣ | ٦١ | ٦٦ | ٢٦ | ٢٤ | ٧١ | ٢٢ | ٧٧ | ٨٨ | ٣٣ | ١٧ | ٧٨ | ٠٨ | ٩٢ |
| ٠٣ | ٦٤ | ٥٩ | ٠٧ | ٤٢ | ٩٥ | ٨١ | ٣٩ | ٠٦ | ٤١ | ٢٠ | ٨١ | ٩٢ | ٣٤ | ٥١ | ٩٠ | ٣٩ | ٠٨ |
| ٦٢ | ٤٩ | ٠٠ | ٩٠ | ٦٧ | ٨٦ | ٩٣ | ٤٨ | ٣١ | ٨٣ | ١٩ | ٠٧ | ٦٧ | ٦٨ | ٤٩ | ٠٣ | ٢٧ | ٤٧ |
| ٦١ | ٠٠ | ٩٥ | ٨٦ | ٩٨ | ٣٦ | ١٤ | ٠٣ | ٤٨ | ٨٨ | ٥١ | ٠٧ | ٣٣ | ٤٠ | ٠٦ | ٨٦ | ٣٣ | ٧٦ |
| ٨٩ | ٠٣ | ٩٠ | ٤٩ | ٢٨ | ٧٤ | ٢١ | ٠٤ | ٠٩ | ٨٦ | ٦٠ | ٤٥ | ٢٢ | ٠٣ | ٥٢ | ٨٠ | ٠١ | ٧٩ |
| ٠١ | ٧٢ | ٣٣ | ٨٥ | ٥٢ | ٤٠ | ٦٠ | ٠٧ | ٠٦ | ٧١ | ٨٩ | ٢٧ | ١٤ | ٢٩ | ٥٥ | ٢٤ | ٨٥ | ٧٩ |
| ٣٧ | ٥٦ | ٤٩ | ٧٩ | ٣٤ | ٣٤ | ٣٢ | ٢٢ | ٦٠ | ٥٣ | ٩١ | ١٧ | ٢٣ | ٢٦ | ٤٤ | ٧٠ | ٩٣ | ١٤ |
| ٤٩ | ٠٥ | ٧٤ | ٤٨ | ١٠ | ٥٥ | ٣٥ | ٢٥ | ٢٤ | ٢٨ | ٢٠ | ٢٢ | ٣٥ | ٦٦ | ٦٦ | ٣٤ | ٢٦ | ٣٥ |
| ٤٩ | ٧٤ | ٣٧ | ٢٥ | ٩٧ | ٢٦ | ٣٣ | ٩٤ | ٤٢ | ٢٣ | ٠١ | ٢٨ | ٥٩ | ٥٨ | ٩٢ | ٦٩ | ٠٣ | ٦٦ |
| ٢٠ | ٢٦ | ٢٢ | ٤٣ | ٨٨ | ٠٨ | ١٩ | ٨٥ | ٠٨ | ١٢ | ٩٧ | ٦٥ | ٦٥ | ٦٣ | ٥٦ | ٠٧ | ٩٧ | ٨٥ |
| ٤٨ | ٨٧ | ٧٧ | ٩٦ | ٤٣ | ٣٩ | ٧٦ | ٩٣ | ٠٨ | ٧٩ | ٢٢ | ١٨ | ٥٤ | ٥٥ | ٩٣ | ٧٥ | ٩٧ | ٢٦ |
| ٠٨ | ٧٢ | ٨٧ | ٤٦ | ٧٥ | ٧٣ | ٠٠ | ١١ | ٢٧ | ٧ | ٠٥ | ٢٠ | ٣٠ | ٨٥ | ٢٢ | ٢١ | ٠٤ | ٦٧ |
| ٩٥ | ٩٧ | ٩٨ | ٦٢ | ١٧ | ٢٧ | ٣١ | ٤٢ | ٦٤ | ٧١ | ٤٦ | ٢٢ | ٣٢ | ٧٥ | ١٩ | ٣٢ | ٢٠ | ٩٩ |
| ٣٧ | ٩٩ | ٥٧ | ٣١ | ٧٠ | ٢٠ | ٤٦ | ٥٥ | ٤٦ | ١٢ | ٢٤ | ٣٢ | ٣٦ | ٧٤ | ٦٩ | ٢٠ | ٧٢ | ١٠ |
| ٠٥ | ٧٩ | ٥٨ | ٣٧ | ٨٥ | ٣٣ | ٧٥ | ١٨ | ٨٨ | ٧١ | ٢٣ | ٤٤ | ٥٤ | ٢٨ | ٠٠ | ٤٨ | ٩٦ | ٢٣ |
| ٥٥ | ٨٥ | ٦٣ | ٤٢ | ٠٠ | ٧٩ | ٩١ | ٢٢ | ٢٩ | ٠١ | ٤١ | ٣٩ | ٥١ | ٤٠ | ٣٦ | ٦٥ | ٣٦ | ١١ |

(١) يحسن الرجوع إلى الجداول المفصلة في: Lindley and Miller (1953). Cambridge Elementary Statistical Tables. Cambridge.

| ١٩ | ٠٨ | ٨٦ | ٦٤ | ٦٩ | ٠٥ | ٢٤ | ٤٩ | ٨٥ | ٠٣ | ٧٢ | ٢٤ | ٣٦ | ٦٨ | ٢٥ | ٩٦ | ٢٨ | ٦٧ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٨٧ | ٠٦ | ٥٧ | ٨٩ | ٦٠ | ٤٥ | ٨٤ | ٧٣ | ٤٣ | ٨٦ | ٨٢ | ٥١ | ٥٩ | ٣٢ | ٧٨ | ٩٤ | ٨٦ | ٨٥ |
| | ٦٢ | ٧٥ | ٤٧ | ١٨ | ١١ | ٣٧ | ٢٥ ٥٨ | ١٣ | ٦٣ | ٤٤ | ٧٨ | ٨٨ | ٥ | ٩ | ٦٠ | ١٠ | ١٠ |
| ١٩ | ٢٠ | ٢٠ | ٦٦ | ٤٧ | ٢٣ | ٤٤ | ٨٧ | ٨٩ | ٢٦ | ٨٠ | ٧٧ | ٨٠ | ٩٠ | ٤٨ | ٨٩ | ٥٥٤ | ٩٤ |
| ٠٩ | ١٤ | ٣٧ | ٥٦ | ١٥ | ٩٤ | ٣ | ٢٩ | ١٩ | ٦٢ | ٦٢ | ٣٣ | ٢٠ | ٢٣ | ٧٧ | ٧٧ | ٦٣ | ١١ |
| ٦١ | ٠٣ | ٢٥ | ٢٤ | ٠٤ | ٢٦ | ٤٠ | ٦٨ | ٦٢ | ٩٤ | ٥٧ | ٣٨ | ٥٥ | ٥٤ | ٠٤ | ١٦ | ٠٠ | ٦٤ |
| ٩٦ | ٧٠ | ٩٨ | ٤٥ | ٢١ | ٣٠ | ٤٦ | ٨٨ | ٦٠ | ١٠ | ٥٨ | ٦٠ | ٤١ | ٧٨ | ٢٣ | ١٣ | ٩٤ | ٥٠ |
| ٨٥ | ١٧ | ١٩ | ٢٧ | ٩٧ | ٤٨ | ٨٥ | ٧٥ | ٥٩ | ٣٤ | ٠٥ | ٤٥ | ١٣ | ٤٤ | ٩٦ | ٣٧ | ٩٨ | ٦٦ |
| ٨٠ | ٠٨ | ٢٨ | ٧٢ | ٦٦ | ٥٧ | ٦٢ | ٧٩ | ٩٠ | ٦٠ | ٩١ | ٩٠ | ٧٧ | ٦٠ | ٨٣ | ٤٢ | ٩١ | ٦٦ |
| ٤٣ | ٨٥ | ٨٤ | ٥٨ | ٤٢ | ٩٠ | ٤٥ | ٣٩ | ٢٩ | ٢١ | ٤٠ | ١٩ | ٠٧ | ٠٢ | ١٨ | ١٢ | ٥٨ | ٢٣ |
| ٢٥ | ٢٧ | ٣٠ | ٠٥ | ٢٤ | ٩٨ | ٠٤ | ٠٢ | ٩٠ | ٥٠ | ٠٥ | ٧٣ | ٤٠ | ٧٢ | ٠٦ | ٤٠ | ٤٩ | ٥٢ |
| ٤١ | ٨٤ | ٧٦ | ٨٦ | ٢٣ | ٤٠ | ٥٨ | ٤٥ | ٦٦ | ٦٦ | ٤٧ | ٧٩ | ٣٠ | ٧٨ | ٩٩ | ٩٣ | ٩٨ | ٧٤ |
| ٤٤ | ٩٣ | ٦٩ | ٠٥ | ٢١ | ٢٣ | ٨٨ | ٦٩ | ٤٥ | ٥٤ | ٥٢ | ٦٩ | ٨٨ | ٠١ | ٣٠ | ٥٤ | ٢٦ | ٥٠ |
| ٣٤ | ٥٦ | ٥٦ | ٣٩ | ٧٣ | ٢٨ | ٣٥ | ١٩ | ٣٤ | ٢٨ | ٨٤ | ٩٦ | ٧٩ | ٣٣ | ٨٩ | ٦١ | ٤٦ | ٤٩ |
| ٩٠ | ٦٧ | ٧٦ | ٨٦ | ٦٦ | ٢٥ | ٠٠ | ٣٦ | ٠٣ | ٢٢ | ٨٨ | ٧٣ | ٣٩ | ٧٨ | ٤٤ | ١٣ | ٦٥ | ١٩ |
| ٣٨ | ٢٣ | ٨٦ | ٥٥ | ٢٨ | ٢٨ | ٠٠ | ١٤ | ٦١ | ٧٢ | ٤٠ | ٨١ | ٥٩ | ٨٧ | ٦٧ | ٤٧ | ١٧ | ٦٤ |
| ٦٠ | ٤٢ | ١٧ | ٤٨ | ٨٩ | ١١ | ٨٨ | ٠١ | ٩٥ | ٥٧ | ٥٦ | ٥٦ | ٩٧ | ٦٨ | ٣٧ | ٩٧ | ٤٣ | ١٨ |
| ٠١ | ٣١ | ٧٥ | ٤٤ | ٨٨ | ٦٦ | ٨١ | ٦٦ | ٥٣ | ١٥ | ٦١ | ٩٦ | ٠٩ | ٥١ | ٨٧ | ٦٠ | ٥٨ | ٦٥ |
| ٥٣ | ٣٤ | ٧٨ | ٦٤ | ٩٣ | ٤٥ | ١٥ | ٤٣ | ٧٥ | ٣١ | ٦٥ | ٨٥ | ١٤ | ٩١ | ٠٠ | ٣١ | ٩٠ | ٧٩ |
| ١١ | ٣٤ | ٦٧ | ٦٥ | ٧٦ | ٦٣ | ٤٠ | ٢٠ | ٤٢ | ٩٤ | ٠٩ | ١٦ | ٠٥ | ٥٩ | ١٥ | ٠٠ | ٢٣ | ٠٧ |
| ٥١ | ٤٠ | ٢٨ | ١٩ | ١٤ | ٠٠ | ١٩ | ٣٣ | ٣٢ | ٣٠ | ٤٦ | ٩٥ | ٥١ | ٠١ | ٢٤ | ١٤ | ٠٨ | ٩٠ |
| ٣٠ | ٥٦ | ٩٧ | ٠٠ | ٣٠ | ٦٥ | ٨٥ | ١٢ | ٠٣ | ٤١ | ١٣ | ٣٤ | ٨٢ | ٢١ | ٠٢ | ٦٢ | ٨٢ | ٥٣ |
| ٦٤ | ٥٩ | ٣٣ | ٢٣ | ٣١ | ٣٩ | ٨٤ | ٥٤ | ٣٣ | ٢٠ | ٢٥ | ٧٦ | ٥٠ | ٠٤ | ١٥ | ٢٦ | ١٧ | ٩٨ |
| ٤٤ | ٥٩ | ٣٥ | ٨٩ | ١٧ | ٦٥ | ٥٤ | ٦٤ | ٥٠ | ٤٥ | ٦٢ | ٣٠ | ٤٠ | ٨٢ | ٤٤ | ١٢ | ٩١ | ٠٨ |
| ٥٠ | ٩٠ | ٧٤ | ١١ | ٤١ | ٣٣ | ٣٧ | ٩٦ | ٥٤ | ٨٥ | ١٦ | ١٧ | ٨٧ | ٨٤ | ٧٧ | ٤٦ | ٢١ | ٣٧ |

وعند استخدام هذه الجداول تعطي أرقام مسلسلة لمفردات المجتمع الذي نريد معاينته ثم يختار اختياراً عشوائياً بداية تؤخذ من عندها الأرقام التي تدخل ضمن مفردات العينة مع استبعاد الأرقام المتكررة أو الأرقام التي تزيد عن حجم المجتمع. ولتحقيق ذلك يلزم أخذ أعمدة تحتوي على عدد من الخانات تساوي عدد أرقام حجم المجتمع. ولشرح ذلك نقول لو كانت بيانات عن مجتمع يتكون من ١٠٠ مفردة فبإمكاننا اختيار الأرقام بالطريقة العشوائية من العمودين الأول والثاني من الجدول رقم (١ ـ ١). فإذا كنا نريد اختيار عينة مكونة من ١٠ مفردات من ١٠٠ مفردة، فإننا سنرى أن أرقام المفردات المطلوبة من الجدول السابق، هي ٢٠، ٧٤، ٩٤، ٢٢، ٩٣، ٤٥، ١٦، ٤، ٣٢. أما إذا كان حجم المجتمع كبيراً كان يتكون من ١٠٠٠٠ مفردة، ففي هذه الحالة تستعمل الأعمدة الأربعة في الجدول المذكور. فإذا أردنا سحب عينة مكونة من ١٠٠ مفردة من هذا المجتمع، فإن أرقام مفردات العينة المختارة من الجدول بهذه الطريقة تكون هي على التوالي ١٧٢٠ ثم تليها ٤٩٧٤ وبعدها ١٠٩٤ وهكذا حتى يصل عدد المفردات ١٠٠ وهي عدد مفردات العينة المطلوبة. وإذا كنا بصدد معاينة ٢٠٠٠ مفردة فقط فإننا تختار من الجدول السابق أرقام مكونة من أربعة حدود لمفردات العينة المطلوبة وهي ١٠٠ مفردة وتتم عملية الاختيار بإحدى الطريقتين: أما أن تختار الأرقام العشوائية من العمودين الأول والثاني كمفردات العينة بقبول أي رقم يقع بين أو ٢٠٠٠ ورفض أي رقم آخر يقع بين ٢٠٠٠ و ٩٩٩٩، ونستمر في عملية القبول والرفض حتى يصل عدد المفردات ١٠٠ مفردة. ويعاب على هذه العملية أنها تستنفذ وقتاً طويلاً وذلك بسبب ارتفاع معدل رفض الأرقام التي تزيد عن الحجم الكلي للمفردات الذي نريد سحب العينة منه. ولهذا السبب تستبدل طريقة قبول ورفض الأرقام العشوائية بطريقة أخرى يمكن بها اختيار المفردات المطلوبة وذلك على أساس قبول جميع الأرقام التي تزيد عن رقم ٢٠٠٠ واعتبارها تكرارات الأرقام بين ١و٢٠٠٠، بمعنى أن الأرقام العشوائية بين ٢٠٠١ و ٤٠٠٠، ٤٠٠١ و ٦٠٠٠، ٦٠٠١و٨٠٠٠، ٨٠٠١ و ١٠٠٠٠ يمكن اعتبارها أرقاماً إضافية (جديدة) للأرقام من ١ إلى ٢٠٠٠ وتمتاز هذه الطريقة بأن فيها اختصار كبير للوقت في اختيار أرقام

المطلوبة من جميع الأرقام المحصورة بين ١ و ١٠٠٠٠.

وفي بعض الحالات تكون البيانات المتاحة عن مجتمع الظاهرة قيد البحث في شكل مجموعات ويـراد أخذ عينة عشوائية من المجموعات ككل. وليس من كل مجموعة على حدة فمثلاً إذا كانت لدينا بيانات عن أعداد السكان لعدد كبير مـن المراكز العمرانية التي تتكون من عدة مجموعات: قرى صغيرة، قرى كبيرة، مدن صغيرة، مدن كبيرة (عواصم المحافظات) فإنه بإمكاننا أخذ عينة واحدة من كل هذه المجموعات باستخدام الطريقة العشوائية في الاختبار. ويتم ذلك بأن ترتب أعداد كل المجموعات في قائمة حتى نحصل على المجموع الكلي لأعداد جميع المراكز العمرانية المطلوب معاينتها. فمثلاً إذا كان عدد المراكز العمرانية للمجموعـات الأربـع هو: ١٣٦، ٦٧، ٣٢، ٧ على الترتيب، فإنها تأخذ ترقيماً من ١ إلى ١٣٦، ومن ١٣٧ إلى ٢٠٤، ومن ٢٠٥ إلى ٢٣٧، ثم من ٢٣٨ إلى ٢٤٥ على الترتيب أيضاً. وبالتالي يتكون المجتمع الإحصائي للمجموعات الأربع من ٢٤٥ مركزاً عمرانياً والذي يمكن منه سحب عينة بالطريقة العشوائية السابق شرحها.

جـ ـ طريقة السحب بواسطة الحاسب الآلي

تستخدم هذه الطريقة في حالة سحب عينات كبيرة الحجم من مجتمعات تتميز بأحجام كبيرة جداً. وتحقق هذه الطريقة درجة عالية من العشوائية وعدم التحيز حيث أن الباحث لا يتدخل في عملية الاختيار.

ويطبق هذا الأسلوب حالياً في الأبحاث العلمية التي تجري في معظم دول غرب أوروبا والولايات المتحدة الأمريكية، وفي سبيله للانتشار في الدول الأخرى التي أخذت على عاتقها حديثاً، تطوير أجهزتها الإحصائية بإدخال الحاسبيات الآلية Computers ومن بينها جمهورية مصر العربية.

وبالإضافة إلى السحب الآلي لمفردات العينة، فإنه من الممكن الآن تعذية الحاسب الآلي ببرامج يمكن بواسطتها أن يضع جداول للأرقام العشوائية التي من أمثلتها الجدول الحالي.

**جدول رقم (١ ـ ٢): جدول الأرقام العشوائية**
**بواسطة الحاسب الآلي[١]**

٧ ٣ ٢ ٤ ٤ ٤ ٧ ٠ ١ ١ ٤ ٠ ٢ ٧ ٠ ٤ ٤ ٠ ١ ٢ ٤ ٤ ٥ ٥ ٩ ٩ ٠ ٣ ٣

١ ١ ٣ ٢ ٤ ٠ ٣ ٩ ٥ ٢ ٤ ٠ ٧ ٦ ٢ ١ ٣ ٢ ٠ ٩ ١ ٤ ١ ٣ ٣ ٧ ٥ ٧ ٨ ٠

٧ ٦ ٢ ٤ ٥ ٢ ٢ ٣ ٢ ١ ٣ ٤ ٧ ٣ ٧ ٦ ٨ ٩ ٨ ٨ ٥ ٨ ٤ ٤ ٦ ٢ ٣ ٨ ٣ ٤

٣ ٠ ٩ ٠ ٧ ٢ ٤ ٣ ١ ٩ ٢ ٣ ٧ ٣ ٣ ٧ ١ ٩ ٥ ٣ ١ ١ ٤ ٢ ٨ ٤ ٤ ٢ ٨ ٤

٢ ٩ ٢ ٦ ٢ ٤ ٣ ٤ ٧ ٢ ١ ٣ ٤ ٨ ٥ ٦ ١ ٤ ٢ ٠ ١ ٢ ٢ ٨ ٤ ٦ ٣ ٠ ٧ ٢

٠ ٤ ١ ٤ ١ ٥ ٩ ٧ ٧ ٨ ٦ ٤ ٣ ٣ ٨ ٠ ٨ ٩ ٤ ٤ ٤ ٧ ٢ ١ ٢ ١ ٣ ٣ ٢ ٢

٤ ٣ ٨ ٦ ١ ٦ ٨ ٤ ٥ ٣ ٢ ٤ ٣ ٠ ٣ ٠ ٤ ٦ ١ ٨ ٣ ٧ ٨ ٣ ٤ ٣ ١ ٨ ٥ ٦

٢ ٠ ٣ ٧ ٠ ١ ٢ ٧ ١ ٣ ٩ ٨ ٠ ٨ ٥ ٨ ٧ ٩ ٧ ١ ٧ ٤ ٠ ٣ ٠ ٨ ٤ ٩ ٦ ١

٧ ١ ٤ ٩ ٦ ٨ ٥ ٥ ٥ ٩ ٢ ٩ ٧ ٥ ٦ ٨ ٢ ٢ ٧ ٢ ٤ ٦ ٣ ٤ ٦ ٦ ٧ ٧ ٨ ٧

٩ ١ ٧ ٢ ٤ ٦ ٩ ٩ ٤ ٧ ٣ ١٠ ٥ ٧ ٤ ٦ ٣ ٣ ٨ ٦ ٧ ٢ ٠ ٢ ٩ ١ ٤ ٥ ٣ ٩

٣ ٨ ٠ ٤ ٣ ٢ ٠ ٣ ٥ ٩ ٧ ٧ ٧ ٤ ٢ ٦ ٦ ١ ٥ ٩ ٩ ٥ ١ ٢ ١ ٤ ١ ٩ ٥ ٤

٦ ٩ ٥ ٦ ٥ ٦ ٤ ٠٣٤١ ٠ ٩ ٢ ٠ ٩ ٩ ٥ ١ ٦ ١ ٥ ٨ ٦ ٠ ٠ ٣ ٨ ٨ ١ ٨

٣ ٧ ٨ ٥ ٣ ٤ ٦ ٤ ٠ ٢ ٣ ٨ ٨ ٤ ٨ ٩ ٢ ٩ ٠ ٣ ٥ ٤ ٧ ٩ ٢ ١ ٥ ٣ ٧ ٠

٠ ٥ ٦ ٧ ٧ ٠ ٩ ٥ ٢ ٩ ٤ ٢ ١ ٧ ٤ ٠ ٢ ٤ ٣ ٣ ٢ ٥ ٣ ٣ ٧ ٥ ٠ ١ ٢ ١

٣ ٧ ٩ ٦ ٥ ٩ ٤ ٣ ٤ ٩ ٦ ٠ ٧ ٥ ٨ ٣ ٠ ٧ ٥ ٧ ٦ ٨ ٩ ٠ ٧ ٨ ٣ ٣ ٩ ٢

٩ ١ ٢ ٤ ٥ ٢ ١ ٠ ٩ ٤ ٨ ٥ ٩ ٠ ٤ ٩ ٧ ٩ ٩ ٦ ٠ ٧ ٠ ٦ ٤ ٨ ٩ ٩ ٤ ٨

---

(١) وضع برنامج الحاسب الآلي للحصول على أرقام هذا الجدول Dr. M.Mc Cullagh أستاذ الكارتوجرافيا والتحليل الكمي في الجغرافيا ـ بقسم الجغرافيا ـ جامعة نوتنجهام ـ إنجلترا.

٧٦٧٧٢٤٤٣٠٢٠٦١٠٥٩١٦٨٤٢٠٠٤٩٠٢٥٨٢

٢١٨٩٧٦٨٨٨٧٩٥٩٩٩٦٦٠٥٥١٧٥٦٧٩٦٦٢٧

٧٦٢٩٩٤٢٤٢٩٢٢٥٢٦٧٢٠٥٩٥٥٥٦١٢٩٥٣٠

١٧٥٦٧٩٦٦٢٧٧٦٧٧٢٤٤٩١١٠٦٨٧٦١٧٨٧٨

٥٥٥٦١٣٩٥٣٠٢١٨٩٧٦٨٨٨٧٩٥٩٩٩٦٦٠٥٥

٠٦٨٧٦١٧٨٧٨٧٦٢٩٩٤٢٤٢٩٢٢٥٢٦٧٢٠٥٩

٦٦٠٨٠٥٨٠٥٥١٧٥٦٧٩٦٦٢٧٧٦٧٧٢٤٤٩١١

١٤٥٤٣٤٩١١٤٨٦٨٥٨٩٢٧٧٦٠٢٠٦١٩٨٢٥٤

١٨٢٤٢١٤٩٦٤٨٤٩٨١٤٥٢٧٧٥٦٦٧٧٥٠١٢٦

٣٩٣٤٠٨١٩٤٥٩٤٥٥٧٥٩٨٠٢٥٧١٤٦٥٨٠٦٠

٢٢١٣٨٩٥١٢٦٧٧٤٧٩٩١٣٧٢٥٠٨٣٤٩٩٦٠٣

٢٨٣٠٣٦٢٦٦٢٦٦٢٠٣٠٧١٢١٢٢٩٢٩١٤٤٦٠٢

٤٦٥٦٩٥١٩٩٢٢٤٦٣٦٨٣٢٣٤٧٨١٣٣٦٨٧٢٩

٥٩٩٠١٧٥٣٩٢٢٠٢١٣٤٦٣٢١٩٤٥٦١٧٥٠٩٦

٨٢٠٢٠٢٧٥١٩٧٥٣٦٨٥٢٧٢١٠٨٤٢٢١٣٨٣٥

٣٨٣٧٨١١٩٧٦٩٦٣١٤٢٣٤٣٩٠٠٤٠٧٤٤٣١٤

٠٥٠٦٦٥٥٦٣٨٠٨٤١٦٥٩٧١٥٢٣٥٢٩١١٩٧١٨

٤٠٦٢٧٥٢١٠٣٣٨٣٢٦٤٢٠٣٢٣٧٤٥٠١٠٦٨١

٢٦٩٠٨١٣٦٥٥٩٠١٢٣٦٧٩٠٢٥١٦٩٧٢٣١٥٨

نلخص من كل ما سبق أنه على الرغم من أن الباحث يجب أن يكون حذرا وغير متحيزاً عند اختياره لمفردات العينة بإحدى طرق الاختيار السابقة، إلا أن هناك أنواع كثيرة من الأخطاء التي تصاحب أسلوب سحب العينات يكون مصدرها

الرئيسي أما تحيز الباحث (خطأ التحيز Bias Error) أو تحيز البحوث، أو عدم التزام الباحث بأسلوب العمل الإحصائي أي عدم اتباع القواعد السليمة في جمع المعلومات أو سوء التقدير والإهمال في العمل. وإلى جانب ذلك هناك أيضاً خطأ الصدفة أو الخطأ العشوائي Random Error الذي يعد من أهم أخطاء أسلوب المعاينة في الدراسة وكما سبق أن ذكرنا أن خطأ الصدفة من الأخطاء التي تخرج عن نطاق القصد أو التعمد حيث أن قيمة الخطأ تتفاوت من عينة لأخرى، وأن مصدره الأساسي هو الاعتماد على بيانات العينة فقط في استخلاص النتائج الخاصة بالمجتمع الذي تمثله هذه العينة (راجع الفصل الأول).

**مثال تطبيقي لكيفية سحب عينة**

لنفرض أنه لدراسة تباين الإنتاج الزراعي في إحدى المحافظات وتأثيرها على الدخل الزراعي في المجتمع الريفي عن طريق اختيار الفرق بين متوسطات إنتاج الأرض الزراعية في قرى المحافظة والتي يبلغ عددها ٩٥ قرية، ولما كان من الصعب دراسة القرى كلها لكثرة عددها أو لصعوبة الوصول إلى بعض منها، فقد تقرر أخذ عينة من ١٠ قرى. والمطلوب تحديد هذه القرى العشرة من بين القرى كلها. ولتحقيق ذلك تستخدم طريقة الجداول العشوائية لاستخراج أرقام القرى المطلوبة باتباع الخطوات التالية: ـ

١ ـ إعطاء كل قرية رقماً خاصاً بها من ١ إلى ٩٥.

٢ ـ بالرجوع إلى جداول الأعداد العشوائية (جدول رقم ١ ـ ١) يمكن اتخاذ أي عمود أو صف واختيار عشرة أرقام منه.

٣ ـ إذا أخذنا الصف اوول من الجدول فإن الأرقام العشوائية للقرى المختارة تكون هي: ٢٠، ١٧، ٤٢، ٢٨، ٢٣، ٥٩، ٦٦، ٣٨، ٦١، ٢ (لاحظ أننا لم نأخذ الرقم السادس في الصف وهو رقم ١٧ لأنه مكرر واستبدلناه بالرقم ٢ من نفس الصف).

٤ ـ تكون الأرقام العشرة السابق هي الأرقام العشوائية الممثلة لمجتمع القرى

(٩٥). أما إذا كان عدد القرى هو ٩٥٠ قرية وأريد اختيار عينة بحجم ما فإن أرقام مفردات العينة ستحتوي في هذه الحالة على أرقام مكونة من ثلاثة حدود فإذا كانت العينة مكونة من ٣٠ قرية مثلاً فإننا نأخذ العمودين الأول والثاني من جدول الأرقام العشوائية ونختار منها الأرقام المكونة من ثلاثة حدود، والتي تمثل مفردات العينة فتكون هي: ـ

٧٢٠، ٠٩٤، ٥٢٢، ٤٤٥، ١٤٤، ٣١٦، ٠٠٤، ٠٣٢، ٤٠٣، ٠٦١، ٣٨٩، ٢٠١، ٦٢٧، ٥٤٩، ٤٤٩، ٦٢٠، ٧٤٨، ٢٠٨، ٧٩٥، ٩٣٧، ٩٠٥، ٥٥٥، ٨٦٧، ٦٨٥، ٠٤٠، ٥٨٤، ٣١١، ٠٦٤، ٤٥٠، ٨٨٦.

ويلاحظ أننا رفضنا الأرقام ٩٧٤، ٩٩٣، ٩٦٢ نظراً لأنها أكبر من حجم المجتمع الأصلي (٩٥٠ قرية) واخترنا بدلاً منها الأرقام العشوائية الثلاثة الأخيرة ٠٦٤، ٤٥٠، ٨٨٦.

### (٣) تحديد نوع العينة

يجمع كثير من الإحصائيين والباحثين على أن تحديد نوع العينة المختارة التي يجب أن تتوفر فيها صفة إعطاء نتائج ذات دقة معينة بأقل تكاليف ممكنة أو بأعلى دقة بتكاليف محددة يتوقف على طبيعة الدراسة ونوعية وتركيب المجتمع الذي ستسحب منه العينة والوسيلة أو الأداة المستخدمة في جمع البيانات، ووجهة نظر الباحث نفسه.

ويمكن تصنيف العينات على أساس عامل العشوائية في الاختيار إلى قسمين رئيسين: القسم الأول يشمل العينات العشوائية التي يعتمد الباحث في تصميمها على نظرية الاحتمالات في إعطاء الفرص المتكافئة لمفردات المجتمع لأن تظهر في العينة، أما القسم الثاني فيتضمن العينات العمدية (غير العشوائية) والتي يكون فيها تحيز الباحث واضحاً في اختيار مفردات العينة وذلك عن طريق إعطاء فرص غير متكافئة للمفردات نتيجة تعمده اختيار بعض المفردات دون غيرها من مفردات

المجتمع الذي يريد معاينته. ولكل من القسمين أنواع متعددة ومتنوعة من العينات سندرسها بالتفصيل كما يلي: -

## أولاً: العينات العشوائية Random Samples

يستخدم أحياناً مصطلح العينات الاحتمالية للدلالة على العينات العشوائية وذلك لأنها تعتمد كما سبق القول على نظرية الاحتمالات في اختيار مفردات العينة من بين مفردات المجتمع عن طريق سحب تلك المفردات بالتتابع لكل منها احتمال معروف في الاختيار في السحبات المختلفة. وبعبارة أخرى تجري المعاينة العشوائية (الاحتمالية) حسب خطة إحصائية لا يسمح فيها للباحث، أو حتى المفردات في العينة، التدخل في اختيار العناصر الخاصة بالبيانات المراد جمعها أو أن يستعاض عن بعض المفردات التي يجب اختيارها ومنها للعينة بمفردات أخرى أسهل في حالة صعوبة الوصول إلى، أو الحصول على بيانات المفردات الأولى. وسوف نعرض فيما يلي لأهم أنواع العينات العشوائية وهي: العينة العشوائية البسيطة، العينة العشوائية المنتظمة، العينة العشوائية الطبقية، والعينة العشوائية المتعددة المراحل.

### أ - العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

يلائم هذا النوع من العينات الدراسات التي تهدف إلى تحديد خصائص المجتمع الذي تمثل مفرداته مجموعة متجانسة أي ذات نوعية واحدة، مثل مجموعة من الطلاب عند مستوى عمري متقارب وأوزان متساوية تقريباً، أو مثل إنتاج أحد المصانع المعلبات لوحدات إنتاجية (عبوات) ذات أوزان واحدة. ويتم اختيار مفردات العينة على أساس تساوي فرص الاختيار المستقل أمام كل مفردات المجتمع،

### ب ـ العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

يستخدم هذا النوع من العينات عند دراسة المجتمعات التي تكون مفرداتها متخذة شكل انتظام متسق (أي تتصف بعدم التغير أو التباين الشديد ومتدرج من حيث التنوع). وفي هذه العينة تأكيد على تسلسل المفردات وفقاً للتنوع في الخصائص المميزة للمجتمع الأصلي. ويتبع في اختيار مفردات العينة الأسلوب العشوائي، كما في العينة العشوائية البسيطة غير أن الاختيار يتم بطريقة منتظمة، أمام جميع المفردات للظهور في العينة هي أساس الاختيار، وعندئذ تنتهي العشوائية ويبدأ اختيار مفردات العينة وفق نظام أو قاعدة معينة حتى نحصل على العينة المطلوبة.

وتمتاز هذه العينة بانتظام وثبات الفترات أو التباعد بين وحدات أو مفردات العينة. وفيها نبدأ بتحديد مقدار تمثيل كل مفردة من مفردات العينة لعدد معين من مفردات المجتمع، ثم نقوم باختيار المفردة الأولى (أو أحد أعداد مقدار أو نسبة التمثيل) عشوائياً ونضيف إليها مقدار التمثيل بطريقة منتظمة حتى نحصل على بقية مفردات العينة بشكل منتظم وبتباعد متساوي فيما بينها. ولتحديد مقدار التمثيل نقسم عدد مفردات المجتمع الأصلي على حجم العينة المطلوب. فمثلاً إذا كان حجم المجتمع الأصلي ٦٠٠٠ مفردة، وأردنا اختيار عينة من ٢٠٠ مفردة، فهذا يعني أننا نريد اختيار مفردة واحدة لكل ٣٠ مفردة (أي $\frac{٦٠٠٠}{٢٠٠}$ = ٣٠). وأحد الطرق المتبعة هي، أن نختار عدداً عشوائياً بين ١، ٣٠ ولو فرضنا أن هذا الرقم هو ٢٢، فإنه يمكن تحديد مفردات العينة مباشرة بإضافة مقدار التمثيل (٣٠) بطريقة منتظمة الى الرقم (٣٢) وذلك على النحو التالي: ـ

٢٢، ٥٢، ٨٢، ١١٢، ١٤٢، ١٧٢، ٢٠٢، ٢٣٢، ٢٦٢، ٢٩٢ . . . وهكذا حتى نصل إلى المفردة الأخيرة ويكون رقمها ٥٩٩٢. وهناك طريقة لإيجاد ترتيب أي مفردة من مفردات العينة وذلك باستخدام المعادلة الآتية: ـ

رقم المفردة = الرقم العشوائي المختار + (ترتيب المفردة ـ ١) × مقدار التمثيل

أي أن:

ب = (ش + (ت ـ ١) × ث) . . . . . . . . . . . . . (٢ ـ ١٣)

فإذ أردنا مثلاً معرفة ترتيب المفردة رقم ١٠٠ من ٢٠٠ مفردة في العينة السابقة فإن:

ب = ٢٢ + (١٠٠ ـ ١) × ٣٠ = ٢٩٩٢

وتتميز العينة المنتظمة بأنها أسهل وأسرع في التطبيق من العينة العشوائية البسيطة، إذ أنها لا تحتاج إلى اختيار كل المفردات بالطريقة العشوائية والذي قد ينتج عنه تكرار سحب بعض المفردات، كما أنها تمثل توزيعاً متسقاً (منتظماً) Uniform للمجتمع الذي تسحب منه العينة بعكس العينة العشوائية البسيطة التي ينتج عنها في معظم الأحيان توزيعات مكانية تتخذ أشكالاً عنقودية Clusters or Bunching أو تتباعد فيها المفردات بعضها عن بعض تباعداً لا يمكن تقليله إلا بزيادة حجم العينة.

ويعاب على العينات المنتظمة إذا أجريت على التوزيعات المكانية أنهاتؤكد صفة الانتظام والاتساق في الظاهرة أو الظاهرات الجغرافية موضع المعاينة والتي تكون غالباً إن لم يكن دائماً، في حالة تغير وتطور مستمرين. كما قد تتصف المعاينة بأنها لا تعطى عينة غير متحيزة وممثلة للمجتمع الذي سحبت منه، بسبب خطأ التحيز وعدم اتباع أسلوب تكافؤ الفرص في اختيار مفردات العينة، إلا إذا كانت مفردات المجتمع الأصلي موزعة توزيعاً عشوائياً ـ وكثيراً من المجتمعات الإحصائية للظاهرات الجغرافية لا تتصف بصفة العشوائية في توزيعاتها. وعلى العموم فإن خطأ التحيز إن وجد في بيانات العينات المنتظمة فإن قيمته تكون صغيرة جداً بحيث يمكن إهمالها عند تطبيق أساليب التحليل الإحصائي الكمي على هذه البيانات.

### جـ ـ العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

بستخدم هذا النوع من العينات العشوائية في دراسة المجتمعات التي تتميز بتباين نوعيات مفرداتها والتي يمكن تقسيمها إلى مجموعات (أو طبقات Strata) لكل مجموعة أو طبقة منها خصائص ومميزات معينة، ولكنها تتباين فيما بينها تبايناً عظيماً في هذه الخصائص والمميزات. كما يتسم هذا النوع من العينات بأنه أكثر دقة في الاختيار العشوائي من العينات العشوائية البسيطة حيث أن المفردات الكلية للعينة الطبقية تكون أكثر تمثيلاً لجميع مجموعات أو طبقات المجتمع الأصلي مما يؤدي إلى تقليل في الأخطاء عند تعميم نتائج العينة على كل المجتمع. وهكذا تقوم العينة الطبقية في أساس تقيم المجتمع الأصلي إلى طبقات ثم تأخذ عينة عشوائية من كل طبقة بشكل يتناسب مع مفردات أو حجم تلك الطبقة. ولهذا فإن معاينة أية طبقة تتطلب عدة إجراءات تختلف عن تلك التي تتطلبها الطبقة أو الطبقات الأخرى. فمثلاً في التعدادات بالعينة التي تجري لحصر أعداد السكان في منازل أحد الشوارع بمدينة ما تختلف عن مثيلتها لحصر عدد العاملين في مؤسسة أو شركة ما. وبصفة عامة يمكن تلخيص طريقة اختيار العينة الطبقية في الخطوات الآتية: ـ

١ ـ تقسم المجتمع إلى مجموعات مميزة أو فئات فرعية (مجتمعات صغيرلا) متجانسة تعرف بالطبقات Strata.

٢ ـ تحديد نسبة مفردات كل مجموعة أو طبقة Stratum بالنسبة للعدد الكلي لمفردات المجتمع الأصلي (أي $\frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع الأصلي}}$).

٣ ـ تحديد عدد مفردات العينة المطلوبة من كل طبقة، أو ما يعرف بالعينة الفرعية Sub sample التي تتحدد عن طريق نسبة حجم كل طبقة في المجتمع الأصلي والحجم الكلي للعينة.

٤ ـ استخدام الأسلوب العشوائي لاختيار المفردات من كل طبقة.

**مثـال**

أراد باحث سحب عينة حجمها ٥٠٠ عاملاً من مجتمع عمالي لأحد الصناعات تبلغ حجمه ٥٠٠٠ عاملاً وذلك حسب الحالة التعليمية، فقام بتقسيم عمال المجتمع إلى فئة من العمال الأميين وعددم ١٠٠٠ عامل وفئة من العمال الحاصلين على شهادات أقل من المتوسطة، ١٥٠٠ عاملاً، وفئة من العمال الحاصلين على شهادات متوسطة وفنية وعددهم ٢٥٠٠ عاملاً فكم من العمال من كل فئة يمكن اختيارها حتى يحصل على الحجم الكلي للعينة؟ ويتم ذلك بتحديد حجم العينة الفرعية عدد المفردات المطلوبة الممثلة لمجتمع الطبقة وهو يساوي:

$$\text{حجم العينة} \times \frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع الأصلي}}$$

وبالتالي فإن:

عدد المفردات من الفئة (عمال أميين) $= ٥٠٠ \times \frac{١٠٠٠}{٥٠٠٠}$

$= ١٠٠$ عامل

عدد المفردات من الفئة (عمال الشهادات أقل من المتوسط) =

$٥٠٠ \times \frac{١٥٠٠}{٥٠٠٠} = ١٥٠$ عامل

عدد المفردات من الفئة (عمال الشهادات المتوسطة والفنية) =

$٥٠٠ \times \frac{٢٥٠٠}{٥٠٠٠} = ٢٥٠$ عاملاً

ويكون عدد العمال المطلوب اختيارهم من كل فئة من الفئات الثلاث هو على الترتيب ١٠٠، ١٥٠، ٢٥٠ ومجموعهم لا بد وأن يساوي الحجم الكلي للعينة المطلوبة ٥٠٠ عاملاً من المجتمع الأصلي لعمال تلك الصناعة.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن الطبقية يمكن أن تكون طبقية طولية أو عرضية (في حالة مجتمع المساحات)، أو طبقية أفقية أو رأسية (في حالة نوع المناطق السكنية أو مستويات الدخل أو فئات العمر . . .).

### أمثلة تطبيقية

#### مثال (١)

لدراسة أحد مظاهر النشاط الصناعي مثل صناعة الأحذية في منطقة تتميز بتباين توزيع منشآت أو ورش الصناعة في مختلف المراكز العمرانية لهذه المنطقة فإذاً أريد معاينة توزيع هذه الصناعة بطريقة المعاينة الطبقية فإننا نقوم بتقسيم المراكز العمرانية في المنطقة حسب حجم المكان بها إلى أربع مجموعات: قرى صغيرة، قرى كبيرة، مدن صغيرة، مدن كبيرة، ونختار عينة عشوائية من المراكز العمرانية لكل مجموعة نسبة معاينة $\frac{١}{١٠}$ (أي $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}} = \frac{ن}{ﻫ} = \frac{١}{١٠}$) والتي تتناسب وحجم كل مجموعة من المجموعات الأربع، كما يتناسب المجموعة الكلي للعينات مع الحجم الكلي لمجتمع المراكز العمرانية). وتوضح ذلك البيانات التالية:

| المجموعة | أ ـ عدد الوحدات (المراكز العمرانية في العينة | ب ـ العدد الكلي للوحدات في كل مجموعة | جـ ـ عدد ورش صناعة الأحذية في كل وحدات العينة | د ـ متوسط ورش العينة (كل وحدة) جـ / أ | هـ ـ تقدير تقدير المجموع الكلي لعدد الورش في كل مجموعة (ب×د) |
|---|---|---|---|---|---|
| قرى صغيرة | ١٢ | ١٢٠ | ٢٤ | ٢ | ٢٤٠ |
| قرى كبيرة | ١٤ | ١٤٠ | ٣٥ | ٢٫٥ | ٣٥٠ |
| مدن صغيرة | ٥ | ٥٠ | ٦٠ | ١٢ | ٦٠٠ |
| مدن كبيرة | ٢ | ٢٠ | ٨٠ | ٤٠ | ٨٠٠ |
| المجموع الكلي | ٣٣ | ٣٣٠ | ١٩٩ | ٦٫٠٣ | ١٩٩٠ |

من البيانات السابقة الخاصة بعينة طبقية مكونة من ٣٣ مركزاً عمرانياً من العدد الكلي المقدر بنحو ٣٣٠ مركزاً عمرانياً يمكن تقدير متوسط عدد ورش صناعة الأحذية في كل مجموعة من المجموعات الأربع وتقدير متوسط عدد الورش في كل مركز عمراني على حدة بالإضافة إلى تقدير العدد الكلي لهذه الورش التي توجد في المراكز العمرانية لكل مجموعة على اختلاف أحجامها وفي كل منطقة موضع الدراسة، وبالتالي فإنه عن طريق استخدام مثل هذه التي تتكون من مجموعة صغيرة نسبياً من المراكز العمرانية يمكن إعطاء صورة تفصيلية عن توزيع الظاهرة قيد البحث، وتعميم نتائج التحليل الإحصائي الكمي لهذا التوزيع على جميع المراكز العمرانية في كل أرجاء المنطقة.

**مثـال (٢)**

لدراسة تأثير طول فترة الإقامة في المنطقة التجارية لمدينة ما على مفهوم المركز التجاري للمدينة لدى السكان وتصورهم الذهني لهذا الجزء من المدينة، فإن خطة الباحث في ذلك تنحصر في إجراء سحب عينة تكون ممثلة لجميع السكان بقدر المستطاع لقياس هذا التأثير. ويحتاج الباحث بعمل إجراء عملية المعاينة أن تتوفر لديه بعض المعطيات الإحصائية من خصائص سكان تلك المنطقة التجارية والتي يمكن الحصول عليها من التعدادات السكانية أو غيرها من المصدر فمثلاً قد تتجمع لدى الباحث بيانات تفيد أن سكان المنطقة التجارية في المدينة موضع الدراسة والذين تنحصر أعمارهم بين ٣٠ و ٥٠ سنة ينقسمون من حيث مدة الإقامة في المنطقة إلى ثلاث مجموعات المجموعة الأولى تشمل السكان الذين أقاموا طوال حياتهم في المنطقة ونسبتهم ٦٠٪ من جملة السكان، والمجموعة الثانية تتكون من سكان أقاموا في المنطقة لمدة تتراوح من ٥ ـ ١٠ سنوات، ونسبتهم ٢٠٪ من جملة السكان، والمجموعة الثالثة تتضمن من أقاموا في المنطقة لمدة ٥ سنوات أو أقل ونسبتهم ٢٠٪، المجموع الكلي للسكان. وفي هذه الحالة فإن لجمع المعلومات اللازمة لمثل هذه الدراسة، يقوم الباحث بإجراء مقابلة لعينة من السكان من كل مجموعة، كأن نختار مثلاً ١٢٠ ساكناً في نفس فئة العمر (٣٠ ـ ٥٠ سنة) من الذين أقاموا في المنطقة طوال حياتهم، ٤٠ ساكناً في نفس فئة العمر أيضاً من بين الذين عاشوا في المنطقة لمدة تتراوح بين ٥ سنوات و ١٠ سنوات، ٤٠ ساكناً من الذين أقاموا لمدة ٥ سنوات أو أقل في المنطقة، وبإجراء ذلك فإن الباحث يكون قد قسم مفردات العينة على أساس مدة الإقامة إلى ثلاث طبقات يتناسب حجم مفردات كل منها مع الحجم الأصلي لنفس الطبقة من المجتمع. أما إذا أراد الباحث عمل مقارنة بين الطبقات الثلاث فإنه يقوم بأخذ ثلاث عينات فرعية Sub-Sample متساوية الحجم (٥٠ ساكناً من كل طبقة مثلاً) حتى تكون المقارنة سليمة. ويعاب على الطريقة الأخيرة عند تطبيق المعاينة الطبقية أن المجموع الكلي للمفردات المختارة قد لا يكون ممثلاً Representative لجميع مفردات الظاهرة قيد البحث.

### و ـ العينة العشوائية المتعددة المراحل Multi-Stage Random Sample

يلائم هذا النوع من العينات العشوائية دراسة المجتمعات الكبيرة، مثل الدراسات السكانية أو الدراسات في مجال الجغرافية الاقتصادية، وهي مجتمعات يمكن تقسيمها إلى عدد من الأقسام المتشابهة التي يحتوي كل قسم منها عدد من المفردات التي تتصف بعدم التجانس في خصائصها، ولذا أطلق على هذا النوع من العينات بأنه «متعدد المراحل»، فمثلاً إذا أرادنا دراسة الحالة الاجتماعية في الريف على مستوى محافظات الجمهورية فإننا نقوم أولاً باختيار عشوائي لعدد من محافظات الجمهورية وبعد ذلك في مرحلة تالية نقوم باختيار عشوائي لعدد من مراكز المحافظات المختارة سابقاً. ثم تأتي بعد ذلك المرحلة الثالثة وفيها نقوم باختيار عشوائي لعدد من قرى المراكز المختارة في المرحلة الثانية، وتكون هذه القرى بما يختار منها عشوائياً من أسر عبارة عن المفردات التي تجري عليها الدراسة لتحديد بعض المؤثرات والمقاييس الإحصائية ويهدف التدرج السابق في أخذ العينات في مراحل إلى التبسيط والمحافظة على طبيعة المفردات غير المتجانسة داخل العينة في كل مرحلة من المراحل. ويوضح ذلك الشكل التالي (شكل رقم: ١ ـ ١).

ويعاب على المعاينة المتعددة المراحل أن كثرة عدد المراحل التي قد تتضمنها تضعف العلاقة بين معالم المجتمع الأصلي وخصائص العينة مما يؤثر بالتالي على تقدير معالم المجتمع من بيانات العينة المتحصل عليها في آخر مرحلة، كما أن هذا النوع من العينات يتطلب من الباحث جهداً كبيراً في تحديد حدود إو إطار كل مرحلة وتحديد حجم العينة الفرعية المطلوبة من كل منها وذلك في ضوء الاعتبارات الخاصة بالاختبار في المعاينة العشوائية.

**المرحلة الأولى — محافظات الجمهورية**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٨ | ٩ | ١٠ | (١١) | ١٢ | ١٣ | ١٤ |
| ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ | ٢١ |
| ٢٢ | ٢٣ | ٢٤ | ٢٥ | ٢٦ | | |

**المرحلة الثانية — عدد المراكز في المحافظة المختارة**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ | (٤) | ٥ | ٦ |
| ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ |

**المرحلة الثالثة — عدد القرى في المركز المختار**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ |
| ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ |
| ١٩ | ٢٠ | ٢١ | (٢٢) | ٢٣ | ٢٤ |

**(شكل رقم: ١ ـ ١): طريقة اختيار العينة العشوائية المتعددة المراحل**

## ثانياً: العينات غير العشوائية (العمدية) Non-Random Samples

كثيراً ما يتعرض أسلوب المعاينة العشوائية لبعض العقبات التي تحول دون التمسك به أو الاعتماد عليه في دراسة المجتمعات وذلك عندما يتطلب سحب العينة العشوائية.إمكانيات مادية وفنية، أو عندما يجد الباحث صعوبة في الوصول إلى وحدة من وحدات المجتمع المختارة أو في حالة عدم معرفة كل مفردات المجتمع الذي ستسحب منه العينة العشوائية. وفي مثل هذا الحالات يضطر الباحث إلى اتباع أسلوب التعمد والتحيز الشخصي في اختيار مفردات العينة، أو ما يعرف بأسلوب المعاينة العمدية (غير الاحتمالية). وبذلك يقوم اختيار هذا النوع من العينات على أساس شخصي ولا تراعى فيه الفرص المتكافئة للمفردات لأن تكون ضمن العينة، أي لا تراعى فيه صفة العشوائية.

وكثيراً ما يستخدم المعاينة العمدية، بصفة عامة، في الأبحاث الاستطلاعية. كما في حالة تقدير معالم مجتمع كبير أو عند محاولة معرفة فكرة تقريبية سريعة عن خصائص ظاهرة ما بحيث لا تستخدم نتائجها للتعميم على المجتمع. كما تستخدم المعاينة العمدية في الاختبارات القبليّة (السابقة) مثل اختبار صحيفة الأسئلة لمعرفة مدى تجاوب المبحوثين حتى يمكن إجراء التعديلات اللازمة في الأسئلة قبل بدء المعاينة الرئيسية، أو في حالة القيام ببعض القياسات لظاهرة ما لمعايرة الأجهزة المستخدمة في القياس والتأكد من سلامتها. وجدير بالذكر أنه لا توجد هناك أية طريقة إحصائية لمعرفة وقياس دقة نتائج المعاينة العمدية (غير الاحتمالية)، ولذا لا تعتبر هذه الطريقة من طرق المعاينة الجيدة إلا أنه في بعض الأحيان قد لا يجد الباحث سبيلاً ممكناً عملياً للمعاينة سوى استخدام هذه الطريقة. وسنعرض فيما يلي لأهم أنواع العينات غير العشوائية (العمدية أو غير الاحتمالية وهي العينة الغرضية، العينة بالحصة، والعينة العنقودية.

### أ ـ العينة الغرضية

تلائم طريقة العينة الغرضية الدراسات التي تخص الظاهرات التي تشتد فيها

درجة تباين متغايراتها، مما يجعل الباحث مضطراً إلى تحديد واختبار المتغيرات الخاصة بالبيانات المراد جمعها والتي يرى من وجهة نظره أنها تصلح للدراسة. فمثلاً الباحث الذي يدرس مستوى المعيشة في الريف المصري لا يمكنه الاعتماد على الاختيار العشوائي لعينة من القرى، بل يعتمد على تحديد عدد من القرى تمثل في نظره مجتمع القرى المصرية وتكون محلاً للدراسة.

**ب ـ العينة بالحصة Quata Sample**

يضطر الباحث إلى استخدام مثل هذا النوع من العينات العمدية (غير الاحتمالية) عندما يتطلب منه القيام بإجراء عدد معين من المقابلات لأشخاص لهم صفات محددة في مكان معلوم أو بإجراء عدد معين من الزيارات الميدانية لجمع بيانات عن ظاهرة معينة داخل منطقة محدودة. وفي طريقة العينة بالحصة لا تختار مفردات (وحدات) العين عشوائياً ولكن تستخدم أية معلومات تساعد على الحصول على الحصة المطلوبة بسرعة وبتكاليف قليلة. ولذلك فإن هذه الطريقة تستخدم بكثرة في معاينة واستطلاع الرأي العام كما هو متبع في معهد جالوب بالولايات المتحدة الأمريكية عند التنبؤ بنتيجة الانتخابات العامة، إذ يطلب من الباحثين في هذه الحالة التعرف على رأي مجموعة من الناخبين على أن تكون من بينهم نسبة معينة من فئات مختلفة مثل أصحاب المهن الحرة وفئة العمال وفئة الموظفين. . . إلخ، ويترك للباحثين حرية التصرف في اختيار الأعداد المطلوبة منهم بأية طريقة يجدونها سهلة ومناسبة.

وقبل إجراء العينة بالحصة يجب التأكد من مجموعة الخصائص (ثلاث أو أربع خصائص مثلاً) التي تميز المجتمع الأصلي بحيث ترتبط هذه الخصائص ارتباطاً وثيقاً بالمتغير قيد البحث، وتصمم عينة تكون ممثلة لهذه الخصائص مجتمعة ويتضمن تصميم العينة بالحصة ثلاثة مراحل هي: ـ

١ ـ مرحلة تصنيف المجتمع الأصلي على أساس الخصائص موضع الدراسة.
٢ ـ مرحلة تحديد نسبة المجتمع في كل طبقة أوفئة.

٣ ـ مرحلة تحديد الحصص التي يراد دراستها واختيارها في ضوء العدد المطلوب.

وجدير بالذكر أنه يمكن اعتبار العينة بالحصة نوع من العينات الطبقية التي يكون فيها الاختيار داخل الطبقة اختيار غير عشوائي مما قد يؤدي إلى الوقوع في خطأ التحيز من قبل الباحث من جراء التصنيف الشخص للعناصر والفئات من ناحية وعدم عشوائية الاختيار من ناحية أخرى.

**جـ ـ العينة العنقودية Cluster Sample**

تشبه طريقة المعاينة العنقودية العينة متعددة المراحل في كثير من مراحل اجرائها. وتقوم هذه الطريقة على أساس اختيار مفردات العينة في حزم أو عناقيد Clusters بأقل جهد وتكلفة مما يحدث بالنسبة للعينة العشوائية. فمثلاً إذا كنا بصدد دراسة مستوى المعيشة في منطقة متخلفة بأحد الأقسام الإدارية في محافظة الإسكندرية. وبافتراض عدم وجود سجل يضم سكان هذه المنطقة. ولكنهم يوجدون في سجلات مصلحة الكهرباء للمحافظة كلها بما فيها المنطقة قيد البحث، فإنه يمكن اختيار العينة على عدة تراخص أو تدريجياً بشرط أن تكون متكاملة.

ولإجراء سحب عينة عنقودية، لنفترض أن دراسة جغرافية اجتماعية (مثل دراسة خصائص النشاط السكاني والعوامل المؤثرة فيه) ستجري على سكان مدينة ما يبلغ تعدادها ٣٠٠٠٠ نسمة والمسجلين في قوائم يمكن الحصول عليها بسهولة. والمطلوب أن تكون العينة التي تجري عليها الدراسة مكونة من ٣٠٠٠ شخص فقط، ففي هذه الحالة تحتم طريقة العينة العنقودية أن تكون العينة متركزة (أو متجمعة) في أجزاء قليلة من المدينة فإذا افترضنا أن المدينة تنقسم إلى ٥٠ شياخة في كل منها ٦٠٠ شخصاً فإنه يمكن اختيار عينة من خمس شياخات فقط (أي شياخة واحدة لكل ١٠ شياخات) وتجري الدراسة على هذه الشياخات الخمس بما تحتوي من سكان.

## وسائل (أدوات) جمع البيانات

بعد أن يتم تحديد الأسلوب الذي على أساسه سيتم جمع البيانات سواء كان أسلوب الحصر الشامل أو أسلوب المعاينة فإنه يجب اتباع إحدى الطرق أو الوسائل (الأدوات الإحصائية) التي تستخدم في عملية الحصول على البيانات لإتمام العمل الإحصائي لأي من الأسلوبين. وأهم طرق أو أدوات جمع البيانات من مصادرها: طرق المراسلة والاتصال والعمل الحقلي (الميداني)، وتنقسم كل أداة منها إلى مجموعة من الوسائل يتم، بواسطتها اتصال الباحث بمفردات المجتمع أو العينة. وجدير بالذكر أن اختيار أي أداة من أدوات جمع البيانات يتوقف على طبيعة المعلومات التي يراد جمعها والوقت المسموح به والإمكانيات المادية المتاحة للباحث:

### أولاً: المراسلة والاتصال

يعتمد الباحث على هذه الأداة في جمع البيانات إذا تعذر الوصول أو الاتصال المباشر بمفردات المجتمع أو العينة وتتم عملية جمع البيانات بهذه الأداة عن طريق إرسال استمارة البيانات الإحصائية بالبريد، أو بواسطة الاتصال التليفوني بالمبحوثين، أو حتى عن طريق نشر الأسئلة على صفحات المجلات أو الجرائد المتخصصة.

أ ـ المراسلة بالبريد ـ يقوم الباحث في هذه الطريقة بإرسال رسالة للشخص الذي وقع عليه الاختيار لاستبيانه يوضح له فيها أهمية البحث وأهدافه وسرية البيانات وعدم استخدامها إلا لغرض البحث فقط، ومع الرسالة يرفق الباحث الاستمارة الإحصائية المطلوب الإجابة على أسئلتها. كما يرسل مع الرسالة مظروف خاص بعنوان الباحث وخاص الرسوم البريدية ويطلب من المبحوث إعادة الاستمارة الإحصائية مرة أخرى إلى الباحث. ومن مميزات هذه الطريقة أنها سهلة التنفيذ وقليلة التكاليف، إلى جانب أنها تعطي فرصة كافية للمبحوث في التفكير

والإجابة على الأسئلة دون ما حرج أو تردد. هذا بالإضافة إلى أنها تجنب الباحث خطأ التحيز الذي قد يظهر في طريقة العمل الحقلي والاتصال المباشر بمفردات العينة أو المجتمع. وعلى الرغم من ذلك ـ يعاب على طريقة المراسلة بالبريد أن نسبة الإجابات تكون عادة قليلة، وبصفة خاصة إذا كانت الاستمارة الإحصائية تحتوي على عدد كبير من الأسئلة فإن ذلك يكون سبباً في إهمال المبحوثين للاستمارات وعدم استيفائها وإعادتها للباحث. كما تتضح صعوبة هذه الطريقة في حالة إذا كان عدد من مفردات العينة يجهلون القراءة والكتابة. هذا بالإضافة إلى أن هذه الطريقة تحتاج إلى دقة بالغة في وضع الأسئلة، إذ أنه قد ينتج عن عدم فهم المبحوثين لبعض الأسئلة وقوعهم في أخطاء تؤثر على دقة النتائج مثل خطأ التحيز في الإدلاء بالمعلومات لإنعدام الرقابة على الإجابات ولاعتقاد المبحوثين بعدم جدية أو ضرورة الدراسة.

ب ـ الاتصال التليفوني: تصلح طريقة الاتصال التليفوني كطريقة من طرق جمع البيانات، في الدراسات المحدودة التي يلعب فيها عامل الوقت دوراً مؤثراً والتي يضمن فيها الباحث وجود أجهزة تليفونية لدى المبحوثين الذين تتكون منهم العينة أو المجتمع ويمكن بهذه الطريقة مخاطبة المبحوثين والحصول منهم على الإجابات للأسئلة الموجهة إليهم.

وعلى الرغم من أن الاتصال التليفوني يعتبر من أسهل الطرق لجمع البيانات إلا أنها أصعبها من حيث إمكانية الحصول على نسبة عالية من الإجابات إذا كانت الأسئلة طويلة وتحتاج لوقت طويل في فهمها، لذا فلا بد أن تكون الأسئلة قصيرة وسريعة حتى لا تأخذ وقتاً طويلاً في الإجابة عليها.

## ثانياً: العمل الحقلي (الميداني) Fieldwork

العمل الحقلي أو الميداني هو عبارة عن الفحص القريب أو التحليل في الميدان لجزء من البلاد، بما فيه من ظواهر طبيعية وبشرية، تكون سهلة

الوصول، وموضحاً مظهراً أو أكثر من مظاهر الاختلاف السكاني وبذلك يتميز العمل الحقلي بأنه يضع الباحث وجهاً لوجه أمام مفردات ومتغيرات الظاهرة أو الظواهر المراد دراستها وتحليلها، كما أن الباحث في الميدان يستطيع أن يرى ويلمس الجوانب غير الواضحة عن الظاهرة وبالتالي يتأكد من صحة البيانات والمعلومات السابقة عنها. ولذا فإن نجاح الباحث في دراسته يتوقف إلى حد كبير على نوعية وكيفية العمل الحقلي الذي أجراه، وعلى الوقت والجهد الذي بذله، وعلى الزيارات التي قضاها في منطقة البحث.

ويشمل العمل الحقلي طريقة المقابلة الشخصية (الاتصال المباشر) للمبحوثين، أو الملاحظة الميدانية وقياس الظواهر في الطبيعة، أو المسح الميداني والزيارات للمزارع والمصانع ويتوقف استخدام كل طريقة منها على خطة البحث ونوع الدراسة كما أن لكل منها مزايا وعيوب نوضحها فيما يلي:

**٤ ـ المقابلة الشخصية Interviewing**

تعرف المقابلة أحياناً بطريقة الاتصال المباشر لجمع البيانات إذ يتم فيها انتقال الباحث إلى المبحوثين (مفردات العينة) وذلك بفرض المواجهة الشخصية للحصول على المعلومات التي نحتاجها للدراسة كما في حالة دراسة الخصائص الاجتماعية والثقافية لسكان أحد الأقسام الإدارية في محافظة ما.

وفي حالة دراسة مفردات المجتمع عددها كبير يستعين الباحث بمندوبين لجمع البيانات الذين يشترط فيهم أن يكونوا مدربين تدريباً كافياً على العمل بهذه الطريقة ويتصفون بالإضافة في تدوين البيانات.

ويمكن أن تتم المقابلة أما في أشكال محددة، أو في صورة غير محددة. فهناك المقابلة المحددة أو المقفولة Closed Interview وهي المقابلة المقننة أو المهجية التي تتخذ أسلوباً منظماً حيث تكون حالة وضع الأسئلة سابقة على المقابلة نفسها، ونوجه نفس الأسئلة لجميع المفردات بدون تغير سواء في الأسلوب أو الصياغة.

وهناك أيضاً المقابلة غير المحددة أو المفتوحة، وهي المقابلة غير المقنعة أو غير المنهجية، التي تتميز بالأسئلة الحرة التي تتواتر بطريقة طبيعية تلقائية، أي لا تلتزم باستخدام صياغة الأسئلة وأسلوبها.

ومن أهم مزايا المقابلة الشخصية أنها تلائم كثيراً دراسة المناطق التي ترتفع نسبة الأمية بين سكانها، كما أنها تتيح للباحث الحصول على معلومات أولية تقل فيها الأخطاء الصادرة من المبحوثين إلى درجة كبيرة. كذلك تعطي هذه الطريقة الفرصة لتوضيح الأسئلة الغامضة أو التي تبدو غير مفهومة المبحوثين هذا بالإضافة إلى أنه يمكن للباحث إضافة بعض الأسئلة التي يرى إضافتها أو حذف البعض الآخر تبعاً لما تمليه ظروف المقابلة كما أن الباحث يستطيع كشف أي تناقض يمكن أن يقع فيه المبحوثين.

أما عيوب طريقة المقابلة فمن أهمها احتمال تحيز الباحث أو توجيهه لمفردات المبحوثين لوجه نظر لا تخدم غرض البحث مما يؤثر على دقة النتائج، أو قد تتضمن هذه الطريقة بعض الشيء إذ من المحتمل أن يقوم الباحث باستكمال بعض الإجابات بنفسه ليتسنى له إتمام عمله في وقت قصير. وتحتاج طريقة المقابلة جهود مضنية واعتمادات مالية كبيرة إذ أنها تحتاج في بعض الأحيان إلى عدد كبير من المندوبين لجمع البيانات. كما أن هذه الطريقة لا تتمشى مع الدراسات التي تتصف بأنها تأخذ طابعاً خاصاً، بمعنى أن تكون أسئلتها محرجة أو حساسة للأفراد الذين يجري عليهم البحث والاستقصاء والذين ربما يحجمون عن الإجابة على مثل هذا النوع من الأسئلة.

**ب ـ الملاحظة الميدانية وقياس الظواهر الطبيعية:**

تعرف الملاحظة الميدانية بأنها المشاهدة الدقيقة لظاهرة ما، لا مع الاستعانة بأساليب البحث والدراسة لقياس وتسجيل كافة أوجه التغيرات Variations (مكانية أو زمنية) في الظاهرة وفق خطة معينة تتلائم مع طبيعة تلك الظاهرة وهي بذلك ـ الأسس والنظريات Basis and Theories التي تضبط ظاهرة أو مشكلة معينة. فعند

دراسة ظاهرة أو مشكلة ما مثلاً فإننا نضع الفروض المناسبة لدراستها وحلها على أساس وضع خطة محددة تشتمل على بعض التجارب العلمية أو القياسات الحقلية، باستعمال بعض الأجهزة لقياس وتسجيل المتغيرات المتعلقة بالفروض الموضوعة، ثم نقوم باختبار صحة الفروض واحداً بعد الآخر مع استبعاد الفرض الذي لا تثبت صحته وأهميته.

وعند إجراء عملية الملاحظة فإنه يجب على الباحث مراعاة الحرص والدقة في القياس وعدم التحيز. فمثلاً عند تحليل الاختلافات المكانية أو الزمنية في شكل شاطىء منطقة ساحلية فإنه يجب قياس وتسجيل المتغيرات التي تؤثر في هذه الاختلافات حتى يمكن الوقوف على الطريقة التي تتأثر بها الظاهرة، ولرسم تحديد المناطق التي تحدث بها هذه الاختلافات أكثر من غيرها من المناطق. ومن المتغيرات التي يمكن قياسها لهذا الغرض انحدار الشاطىء Beach Slope حجم الرواسب خصائص الأمواج (طول الموجة ارتفاعها، انحدارها وقوتها، زمن الموجة واتجاهها)، خصائص التيارات الساحلية من حيث اتجاه التيار وقوته، والعوامل الجوية من ضغط جوي واتجاه الرياح وقوتها.

ويسود استخدام الملاحظة أو المشاهدة كأداة من أدوات البحث لجمع وتسجيل المعلومات في مجال الدراسات المعملية أو في التجارب الحقلية وذلك بقصد تحقيق فرض معين، أو لمعرفة علاقة بين متغيرين، أو للإيضاح لبعض النتائج التجريبية التي يكون معناها ما زال غامضاً أو مهماً، وأثناء الملاحظة يقوم الباحث بتسجيل الملاحظات أو المشاهدات في شكل قياسات معملية أو حقلية عن المتغيرات التي تحكم التجربة مثل رصد الحركة والوقت، كما في حالة رصد حركة المرور على أحد الطرق في فترات زمنية مجددة. وتجدر الإشارة هنا إلى أن الملاحظة أو المشاهدة عن طريق التجربة تمكن الباحث من السيطرة على بعض المتغيرات المحيطة بالظاهرة قيد البحث والتي لا تدخل ضمن المتغيرات التي يراد دراستها حتى يمكن اختبار سلوك الظاهرة بدقة والوقوف على حقيقة التأثير النسبي لمختلف المتغيرات. ونظراً لصعوبة التحكم في جميع المحددات والعوامل

الجغرافية، وهي عوامل متشابكة، فإن الملاحظة أو المشاهدة عن طريق التجربة، الميدانية في الدراسات الجغرافية لا تتم إلا إذا كان مجال الظاهرة محدوداً والمتغيرات قيد البحث عددها قليلاً.

### جـ ـ الزيارات

يشمل العمل الحقلي (الميداني) أيضاً جمع البيانات المنشورة التي تفيد دراسة وتحليل الظاهرة قيد البحث كالتقارير والوثائق والإحصاءات من الشركات والمؤسسات أو الهيئات الخاصة والحكومية في منطقة البحث. وكما يقول Wooldrige and East (1967) أن العمل الحقلي لا يعتبر عملاً حقيقياً إلا إذا شمل الزيارات للمزارع والمصانع ومراكز الإحصاء. ومما تجدر الإشارة إليه في هذا الصدد أنه يجب مطابقة النشرات والتقارير التي يجمعها الباحث من مصادرها على الطبيعة للوثوق من سلامتها العملية وللتأكد من صحة ما تحتويه من بيانات، كما يجب التعرف على الطرق والأساليب التي جمعت بواسطتها هذه البيانات ويتم ذلك عن طريق مناقشة المختصين وذوي الخبرة في الهيئات المسؤولة عن نشر البيانات، وإذ ما تعذر الحصول على البيانات المطلوبة أثناء القيام بالزيارات الميدانية، فإنه لا بد أن يقوم الباحث بتصميم استمارة إحصائية، أو ما يعرف «بالإستبيان» لاستكمال هذا النقص بنفسه عن طريق الاستفسار الشخصي وتدوين المعلومات عن كل أو بعض المتغيرات المطلوب دراستها.

من العجالة السابقة عن العمل الحقلي نلاحظ أن إجراءاته ووسائله تتنوع بتنوع الظروف والعوامل المتكملة في الظاهرة قيد البحث ولكن قد البحث، ولكن قد يستعين الباحث في الميدان ببعض الوسائل التي تعينه في الدراسة الميدانية بصفة عامة وفي الملاحظة بصفة خاصة وهي:

(١) تسجيل القياسات التي أجريت على المتغيرات المطلوب دراستها بواسطة الأجهزة والأدوات الخاصة، وتدوين المشاهدات الميدانية أما في جداول وأما على أجهزة التسجيل إذا تيسر استعمالها. ولتدوين القياسات والمشاهدات مكانة

خاصة في الدراسات التي توضح العلاقات بين المشاهدات والملاحظات المختلفة.

(٢) الخرائط: تعتبر الخريطة من أصلح الوسائل لمعرفة العلاقات المكانية وتفسير وتعليل كثير من غوامض الظاهرة أو الظاهرات المدروسة. ونظراً لأنه يستحيل على الباحث أن يزور كل مكان ويفحصه في الطبيعة، فلا بد له من الاعتماد على الخريطة لمعرفة الأماكن التي يصعب عليه رؤيتها في الطبيعة وعموماً فإن الباحث عن قيامه بالزيارات أو ملاحظة وقياس متغيرات ظاهرة ما في الطبيعة يحتاج إلى عدة خرائط عن الظروف الطبيعية لمنطقة الدراسة.

(٣) الصور الجوية والفوتوغرافية لظاهرات ومواقف معينة وهما من الوسائل المعينة في الدراسة الميدانية. فمن المعروف أن الباحث يرى الموقف من خلال طريقة تفكيره الخاصة واهتماماته الشخصية بالدراسة التي يقوم بها، ولكن لا يتفق باحثان على وصف واحد لظاهرة معينة أو لموقف معين أو كلا منهما يراه من وجهة نظره الخاصة.

وعموماً إذا كان منهج البحث هو الذي يحدد الطريقة المتبعة فيه، فإن الطريقة ـ بالتالي ـ هي التي تحدد أداة أو وسيلة جمع البيانات الأكثر مناسبة. إلا أن هذا لا يعني الاعتماد على أداة واحدة فقط من الأدوات السابق ذكرها لجمع البيانات لأنه يمكن جمع المعلومات المطلوب الحصول عليها. ونظراً لأن هذه الأدوات غير مستقلة تماماً عن بعضها فإن الباحث يستطيع أن يحدد الأدوات التي سيستخدمها في جمعه للبيانات والمعلومات الدقيقة التي يتعرض لها بالتحليل الإحصائي بحيث يحصل في النهاية على نتائج يتخذ على أساسها القرارات فيما بعد.

### الاستمارات الاحصائية

بعد أن يتم اختيار طريقة جمع البيانات والمعلومات عن خصائص مفردات المجتمع أو العينة سواء بأسلوب الحصر الشامل أو المعاينة (العينات) يلجأ الباحث إلى عمل استمارة إحصائية خاصة، تتضمن أسئلة محددة عن تلك الخصائص المراد معرفتها وقياسها، لتكون مرشداً له في جمع بياناته ورسم إطاراً محدداً لها،

هذا فضلاً عن استخدامها كأداة لتسجيل البيانات أو قناة تستقي المعلومات من خلالها. وعادة ما تستخدم الاستمارة الإحصائية في الدراسات التي تحتاج إلى جمع بيانات كثيرة قابلة للقياس ويمكن تسجيلها بانتظام.

وكما ذكرنا آنفاً أن خطوات تصميم البحث تبدأ بوضع إطار للبيانات التي يجب الحصول عليها لاستخدامها في حل مشكلة البحث، ثم تحديد مصادر هذه البيانات والوسائل التي ستتبع في الحصول على هذه البيانات. وفي المرحلة الأخيرة ذكرنا أنه يجب أن تختار وسائل جمع البيانات اختياراً سليماً يبنى على أساس مدى ملائمة كل وسيلة، من حيث مزاياها وعيوبها لأهداف البحث وعادة ما تكون الاستمارة الإحصائية أداة هامة من أدوات أو وسائل جمع البيانات وتستخدم بالإضافة إلى الأدوات أو الوسائل الأخرى مثل المقابلة أو الملاحظة.

وهناك نوعين رئيسيين من الاستمارات الإحصائية هما: كشف البحث Schedule وصحيفة الإستبيان (أو الاستبانة) Qestionnaire ولكل منهما مزاياه وعيوبه التي نوضحها فيما يلي: -

(١) كشف البحث: يطلق اسم كشف البحث على الاستمارة الإحصائية التي تضم مجموعة من الأسئلة التي تسأل وتدون بواسطة الباحث في مقابلة شخصية للبحوث (مفردة البحث) الذي وقع عليه الاختيار في عينة البحث. كما يضم كشف البحث عند استخدامه في الملاحظة أو المشاهدة الميدانية بيان بمتغيرات الظاهرة المطلوب قياسها وجمع المعلومات عنها. ويتيح هذا النوع من الاستمارات الإحصائية للباحث درجة عالية من المرونة عند تصميمها بإعطاء الفرصة في إضافة أو حذف ما يراه الباحث من أسئلة تبعاً لظروف المقابلة الشخصية، أو صرف النظر عن بعض العوامل التي قد لا يكون لها دوراً يذكر في تباين الظاهرة موضع الدراسة. إلا أنه من أخطر عيوب كشف البحث هو احتمال تحيز الباحث لوجهة نظر شخصية لاتخذ بعرض الباحث، مما يؤثر على دقة النتائج التي ينتهي إليها البحث.

(٢) صحيفة الإستبيان: وهي عبارة عن الأداة التي تستخدم للحصول على

البيانات عن طريق الإجابة على أسئلة تتعلق بالظاهرة قيد البحث والتي يجب عليها المبحوث بنفسه، وهذه قد ترسل بالبريد أو تسلم باليد للمبحوث الذي يطلب منه في كلتا الحالتين إعادتها للباحث بعد استيفائها.

وتجدر الإشارة هنا إلى توضيح الفرق بين كشف البحث وصحيفة الإستبيان حتى لا يختلط الأمر من بينهما. فالأولى عبارة عن وسيلة قائمة بذاتها لجمع المعلومات بطريقة سريعة عن موضوعات محدد ومن مجموعة كبيرة من المفردات (المبحوثين)، بينما تستخدم الثانية كأداة لهذه الوسيلة التي يكون هدفها الأساسي ترجمة البحث العلمي إلى أسئلة معينة. وبصفة عامة تتميز صحيفة الإستيان بسهولة تنفيذها وتوفيرها للوقت والتكاليف المادية، وإتاحتها الفرصة للمبحوث في التفكير والإجابة على الأسئلة الحرجة دون تردد، بالإضافة إلى أنها تجنب الباحث الوقوع في خطأ التحيز لعدم إمكانية فرصة لرأي معين أو لوجهة نظر خاصة. إلا أن إمكانية وجود أخطاء ناجمة عن تحيز المبحوث نفسه في إجابة الأسئلة يعتبر من أهم مثالب صحيفة الإستبيان بالإضافة إلى أنها لا تصلح تماماً إذا كانت مجموعة المبحوثين في العينة أو المجتمع تحتوي على عدد كبير يُجهل القراءة والكتابة أو إذا كانت البيانات المطلوبة كثيرة ووقت المبحوث ضيقاً مما يؤدي إلى تكاسل المبحوق في استيفاء الاستمارة وإعادتها للباحث.

### تصميم الاستمارة الإحصائية

مهما كانت طبيعة البيانات المطلوب الحصول عليها أو الوسيلة المتبعة في جمع هذه البيانات فإنه يجب على الباحث مراعاة بعض الشروط الهامة عند تصميمه للاستمارة الإحصائية. لأن التصميم الجيد والصياغة المتقنة لأسئلة الاستمارة يعتبر أحد العوامل الجوهرية في إنجاح العمل الحقلي بصفة خاصة والبحث الذي يقوم عليه بصفة عامة، وتحتاج عملية تصميم الاستمارة الإحصائية من الباحث المعرفة الكاملة والدراية التامة بأصول صياغة الأسئلة. ورغم أن الاستمارات تختلف في تصميمها، إلا أن هناك قواعد وشروط يجب توافرها حتى يأخذ تصميم الاستمارة دوره في إنجاح البحث. هذه الشروط منها ما هو متعلق بشكل الاستمارة ومنها ما

هو يتعلق بمضمونها من حيث نوعية الأسئلة وطريقة وضعها وصياغتها.

(١) **شكل الاستمارة:** لا شك أن الاهتمام بشكل الاستمارة الإحصائية يعتبر من العوامل الرئيسية في عملية جمع البيانات الدقيقة غير المشكوك فيها، حيث يشجع الشكل الجيد المبحوثين على الاستجابة لمحتواها. ويتحدد شكل الاستمارة الجيد بعدة عوامل منها:

أ - جودة الاستمارة من حيث نوع الورق المستخدم الذي يجب أن يكون من النوع يتحمل الاستخدام الكثير في تدوين المعلومات.

ب - حجم الاستمارة من حيث صفحات الاستمارة التي يجب أن لا تكون قليلة على حساب الأماكن الخالية المخصصة للإجابة أو لا تكون كثيرة حتى لا يكون ذلك سبباً في إرهاق المبحوثين في الإجابة على أسئلتها.

جـ - ترتيب وتنظيم الأسئلة داخل الاستمارة، إذ أن التسلسل والترتيب في وضع الأسئلة (عن طريق إعطاء الأسئلة أرقاماً تدريجية أو وضع الأسئلة في شكل مجموعات أو تقسيمات متجانسة تترابط فيما بينها ترابطاً منهجياً يمكن معه حمس المطلوب، بحيث يبدأ من الأسئلة البسيطة إلى الأسئلة المركبة، أو من أسئلة تتميز بالشمول إلى أسئلة تتميز بالتركيز على أفكار دقيقة ومحددة) يعتبر من أهم الشروط التي يجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الإحصائية مهما كان نوعها لأن ذلك يساعد على سهولة الإجابة، كما يعمل على تسهيل عملية التحليل والدراسة بعد ذلك.

وعموماً يجب أن يظهر عنوان البحث بوضوح في صدر الاستمارة وكذلك باسم الهيئة أو الجهة المشرفة على الدراسة، الإضافة ما يشير إلى سرية استخدام بيانات الاستمارة إلا لعرض البحث فقط، مع وضع بعض التعليمات المختصرة والمبسطة لتوضيح أهداف الدراسة إن أمكن ذلك. ونظراً لأن معظم التحليلات الإحصائية تقوم بها في الوقت الحاضر أجهزة الحاسب الآلي فمن المستحسن أن تتضمن الاستمارة رموزاً Codes حتى تسهل مهمة نقلها وتفريغها على البطاقات الخاصة بالحاسب الآلي.

(٢) مضمون الاستمارة: يقصد بمضمون الاستمارة هو كيفية صياغة الأسئلة التي تعتبر ذات أهمة بالغة في الحصول على إجابات صحيحة وبالتالي على معلومات دقيقة. وكلما كانت الأسئلة أو التعبير عما هو مطلوب، واضح دون ما صعوبة أو تعقيد لفظي أو سوء فهم كلما سهلت مهمة الباحث والمبحوث في نفس الوقت. وبصفة عامة فإنه يمكن تحقيق ذلك بأن تكون الأسئلة على شكل حوار طبيعي تلقائي، أي ليس المقصود بها أن نتوصل إلى إجابات معينة، مع تجنب الأسئلة الطويلة التي تزيد من احتمالات سوء الفهم كما يجب أن تكون الأسئلة محددة ودقيقة حتى نحصل على معلومات صحيحة، أي يجب أن يعطي كل سؤال فكرة واحدة واضحة عما يطلب السؤال عنه. فمثلاً يبدو السؤال أين كان ميلادك؟ غامضاً. والأفضل منه يكون السؤال، في أي قرية أو مدينة كان ميلادك؟ وهو يبدو أكثر تحديداً ووضوحاً من السؤال الأول. كما يجب أن تكون الأسئلة بعيدة تماماً عن الأسئلة الحرجة ذات الحساسية البالغة. ويستطيع الباحث التحايل على ذلك بصياغة أسئلة غير مباشرة، فمثلاً يمكن التعرف على مقدرة ودخل العامل بطرح الأسئلة التي تستفسر عن طبيعة العمل الذي يقوم به العامل. على أنه يجب أن يكون الباحث لبقاً وذكياً عند وضع الأسئلة حتى لا يضع الأسئلة توحي بإجابات معينة أو أسئلة افتراضية تكون الإجابة عليها غير مفيدة. فمثلاً يمكن طرح السؤال: ما مقدار الأجر الإضافي الذي ترغب أن تحصل عليه شهرياً حتى يتحسن مستوى معيشتك؟ بدلاً من السؤال: هل تكون راضياً لو ارتفع مرتكب الشهري إلى ٦٠ جنيهاً؟ كذلك يجب وضع تفسيرات محددة للمصطلحات التي تكون مجالاً للشك من حيث الفهم وتوضيحات دقيقة للتعريفات المستخدمة مثل تعريف الأسرة أو الدخل. كما يجب أن تصاغ الأسئلة أما لتوضيح الآراء والاتجاهات Attiudes أو لتوضيح الحقائق مثل السن والمهنة أو الملكية الزراعية أو العقارية.

وقبل إتمام صياغة الاستمارة الإحصائية، ينبغي على الباحث أن يتفهم طبيعة المبحوثين موضع الدراسة وذلك عن طريق تصميم استمارة استطعية Piolt Questionnare توزع على عينة ذات عدد محدود من الأفراد ليست لهم علاقة

بالبحث ليجيبوا على أسئلتها. ومن طريقة الإجابة في الاستمارة الاستطلاعية يمكن التعرف على الأسئلة التي يمكن أن تكون غامضة أو غير مفهومة لتعاد صياغتها بعد توضيحها، كما تجدر الإشارة في هذا الصدد إلى أنه يجب على الباحث أن يضع بعض الأسئلة للمراجعة Checking Questions للتأكد من صحة الإجابات خصوصاً عند وجود تعارض في الإجابات على هذا النوع من الأسئلة وإجابات الأسئلة الخاصة في الاستمارة والتي تحمل نفس الإجابة أو عكسها فمثلاً السؤال هل تحب عملك؟ يتعارض مع السؤال: هل تتغيب كثيراً عن العمل؟ فإذا كانت الإجابة على السؤال الأول بالإيجاب وعلى الثاني بالنفي فإن ذلك يؤكد أن حب العمل لا يؤدي إلى التغيب كثيراً عن العمل.

وفيما يلي مثال لاستمارة إحصائية عن دراسة العمران في إحدى قرى مستصلحة حديثاً:

جامعة الإسكندرية
كلية الآداب
قســم الاجتمــاع

---

استمارة بحث رقم (١)

«دراسة العمران»

(هذه الاستمارة سرية للغاية ولا تستخدم بياناتها إلا في الإغراض العلمية)

---

أولاً: الحالة الاجتماعية للوافدين:

(١) عدد الأسر في المسكن (          )

| الاسم | ٢ ـ النوع | ٣ ـ السن | ٤ ـ المهنة | ٥ ـ الحالة الاجتماعية | ٦ ـ المؤهل | ٧ ـ محل الميلاد | ٨ ـ الدخل الشهري |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ ـ | | | | | | | |
| ٢ ـ | | | | | | | |
| ٣ ـ | | | | | | | |
| ٤ ـ | | | | | | | |
| ٥ ـ | | | | | | | |
| ٦ ـ | | | | | | | |
| ٧ ـ | | | | | | | |
| ٨ ـ | | | | | | | |
| ٩ ـ | | | | | | | |
| ١٠ ـ | | | | | | | |

(٩) الجهة الوافد منها: ـ

(١٠) سنة القدوم إلى القرية: ـ

(١١) المهنة عند القدوم:
(١٢) المهنة الحالية.
(١٣) هل تسافر إلى موطنك الأصلي:

ثانياً المسكن: ـ

أ ـ نوع السكن:

(١) مبنـى (٢) خيمة

إذا كان مبنى ـ هل هو:

(١) النمط القديم (٢) النمط المتطور

ب ـ ملكية السكن/

(١) ملك خاص (٢) ملك أهالي
(٣) ملك حكومي (٤) الإيجار الشهري
(٥) المساحة التي يشغلها المبنى.

جـ ـ ارتفاع مبنى وتركيبه الداخلي:

(١) دور واحد (٢) دورين
(٣) أكثر من دورين (٤) عدد الغرف
(٥) هل يوجد حظيرة الحيوان بداخله أو توجد خارجه.

هـ ـ المرافق الصحية:

(١) داخل المسكن (٢) خارج المسكن
(٣) هل المطبخ حجرة مستقلة أو لا يوجد
(٤) هل الحمام مستقل مع المرحاض أو لا يوجد
(٥) هل المرحاض مستقل عن الحمام لا يوجد
(٦) هل المنزل به صرف صحي نعم / لا

د ـ مادة البناء:

(١) طوب أحمر (٢) حجر جيري (٣) مواد أخرى

(٤) هل الأرضية بلاط أسمنت خشب تراب مواد أخرى.

و ـ مياه الشرب:

(١) هل المبنى له توصيله مياه أو بدون توصيله.

(٢) ما مصدر المياه؟

ز ـ الكهرباء:

(١) هل المبنى به توصيلة كهرباء أو بدون كهرباء.

# الفصل الثالث
# عرض البيانات
## Data Presentation

المقصود بعرض البيانات هو العرض الجدولي (التبويب) والتمثيل البياني للبيانات الإحصائية. والهدف الأساسي من عرض البيانات هو وضعها في شكل مبسط (جدول أو رسم بياني) يمكن من عرضها بصورة تلخص معالمها وتسهل دراستها وتحليلها، وتساعد على استخلاص النتائج واتخاذ القرارات.

**طرق العرض الجدولي**

تختلف طرق الجدولي باختلاف الأسلوب المستخدم. كما تتنوع الجداول الإحصائية باختلاف وتنوع البيانات المراد جدولتها، واختلاف طبيعة البيانات الإحصائية، ويتم تصنيف المعلومات والبيانات على أسس مختلفة ويمكن الإشارة هنا إلى خمسة أنواع ترتب ضمنها البيانات.

١ ـ التصنيف الأبجدي، ويتم فيه ترتيب الدول حسب أبجديتها. فمثلاً: تسبق أندونيسيا بروما ثم تأتي جامايكا والجزائر . . . وهكذا.

٢ ـ التصنيف الزمني، وفيه ترتب المعلومات حسب الفترات الزمنية (سنوات) فإذا كان المقصود بدراسة تطور إنتاج البترول الخام في مصر في الفترة من ١٩٧٠ إلى ١٩٨٠، فترتب المعلومات متتالية حسب السنوات.

٣ ـ التصنيف الجغرافي أي تقسيم الدول إلى وحدات جغرافية مثل: دراسة السكان في مصر وتوزيعهم حسب المحافظات.

٤ ـ التصنيف الأسمي أو النوعي Qualitative وفيه يتم تقسيم المفردات

حسب خصائصها كأن يصنف الأفراد إلى ذكور وأناث أو تصنف الحالة الاجتماعية للسكان إلى: متزوج، أعزب، أرمل، مطلق، أو تصنيف الحالة التعليمية للأفراد إلى ذوي شهادات (عليا، ومتوسطة)، يقرأ ويكتب، أمي. . . إلخ.

٥ ـ التصنيف الكمي، أي إعطاء قيم أو رتب رقمية للخصائص موضع الدراسة وترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً. ويتم التصنيف على أساس «متغير» «إحصائي» قابل للقياس الكمي.

## أنواع الجداول

يمكن تقسيم الجداول إلى نوعين رئيسيين هما: الجداول العادية، والجداول التكرارية

### أ ـ الجداول العادية

تقسم الجداول العادية إلى ثلاثة أنواع:

١ ـ الجداول البسيطة وهي التي تتمثل فيها الظاهرة ونواحيها الممثلة بالأرقام، كما هو في الجدول التالي: ـ

جداول رقم (٣ ـ ١) إعداد الطلاب وتقديراتهم في الامتحان

| الرقم | التقدير | عدد الطلبة |
|---|---|---|
| ١ | ضعيف | ٤ |
| ٢ | مقبول | ٧ |
| ٣ | جيد | ٦ |
| ٤ | جيد جداً | ٢ |
| ٥ | ممتاز | ١ |
| المجموع | | ٢٠ |

٢ ـ الجداول المركبة وهي التي تتمثل فيها الظاهرة وبعض من خصائصها الممثلة بالأرقام داخل عدة أعمدة، كان نحدد عدد المدخنين وغير المدخنين لعدد ٦٠ فرداً من الذكور والإناث، كما هو الحال في الجدول الآتي: ـ

جدول (٣ ـ ٢) أعداد المدخنين وغير المدخنين

| النوع | صفة التدخين | | المجموع |
|---|---|---|---|
| | يدخن | لا يدخن | |
| ذكور | ٢٣ | ٧ | ٣٠ |
| إناث | ١٢ | ١٨ | ٣٠ |
| المجموع | ٣٥ | ٢٥ | ٦٠ |

٣ ـ الجداول المزدوجة، وهو ذلك النوع من الجداول الذي يبين توزيع البيانات حسب صفتين في نفس الوقت وفيه تمثل الأعمدة تقسيمات أحد الصفتين، وبينما تمثل الصفوف تقسيمات الصفة الأخرى، والجدول التالي يوضح التوزيع الجغرافي لسكان كل من الريف والحضر من تعداد ١٩٦٠ م.

جدول رقم (٣ ـ ٣) أعداد السكان في الريف والحضر عام ١٩٦٠

| المحافظات | عدد السكان بالآلاف | | الجملة |
|---|---|---|---|
| | حضر | ريف | |
| محافظات الحضر | ٥٥٨٢ | — | ٥٥٨٢ |
| الوجه البحري | ٢٠٥٠ | ٨٧٨٨ | ١٠٨٣٨ |
| الوجه القبلي | ١٨٩٨ | ٨٢٣١ | ٩٢٢٩ |
| المجموع | ٩٥٣٠ | ١٦١١٩ | ٢٥٦٤٩ |

ب ـ الجداول التكرارية

يمكن أيضاً تقسيم الجداول التكرارية إلى ثلاثة أنواع:

١ ـ الجداول التكرارية البسيطة: عند تلخيص البيانات وتبويبها كمياً فإنه من المفيد تقسيم المفردات وتوزيعها على فئات أو طوائف وتحديد عدد الأفراد الذين ينتمون لكل فئة، ويسمى هذا العدد بتكرار الفئة والجدول المنظم على صورة فئات يقابل كل فئة تكرارها يسمى بالجدول التكراري أو التوزيع التكراري. ويمثل الجدول توزيع تكراري لأوزان ١٠٠ طالب:

جدول رقم (٣ ـ ٤) أوزان مجموعة من الطلاب (بالكيلوجرام)

| الفئة<br>الأوزان بالكيلوجرام | عدد الطلبة |
|---|---|
| ٦٠ ـ ٦٢ | ٥ |
| ٦٣ ـ ٦٥ | ١٨ |
| ٦٦ ـ ٦٨ | ٤٢ |
| ٦٩ ـ ٦٨ | ٢٧ |
| ٦٢ ـ ٧٤ | ٨ |
| المجموع | ١٠٠ |

وتسمى البيانات المنظمة والملخصة كما في التوزيع التكراري السابق بالبيانات المجمعة، وعلى الرغم من أن عملية التجميع تؤدي بشكل عام إلى ضياع كثير من التفصيلات البيانات الأصلية فإن الفائدة الهامة منها هي الصورة العامة التي يمكن الحصول عليها والعلاقات الأساسية التي تظهر بالتالي أكثر وضوحاً.

وعند تكوين جداول التوزيعات التكرارية تتبع القواعد العامة الآتية: ـ

١ ـ حدد أكبر قيمة وأقل قيمة في البيانات الأصلية (الخام) ومنها أوجد المدى (الفرق بين أكبر رقم وأصغر رقم).

٢ ـ قسم المدى إلى عدد مناسب من الفئات المتساوية ويؤخذ عدد الفئات عادة بين ٥ر٢٠ حسب البيانات وتمتاز الفئات أيضاً بحيث تتفق مع المشاهدات الفعلية. وهذا يؤدي إلى التقليل من أخطاء التجميع.

٣ ـ حدد عدد التكرارات (المشاهدات) في كل فترة فئة وأحسن طريقة لأداء ذلك هو استخدام كشف الحزم أو العلامات.

**اختيـار الفئـات**

لا توجد قاعدة ثابتة لتحديد أطوال وعدد الفئات حيث أن ذلك يتوقف على طبيعة البيانات المتاحة ولكن عند تحديد طول الفئة فإنه يحسن الأخذ في الاعتبار العدد الكلي القيم فكبر طول الفئة يؤدي إلى الحصول على عدد من الفئات أقل مما لو كان طول الفئة أو صغر. وهناك صيغة رياضية يمكن بها الحصول على العود التقريبي للفئات الذي يناسب عدد القيم الكلي، كما أنه يساعد في إعطاء عدد مناسب من الفئات.

$$\text{عدد الفئات} = \frac{\text{(الفرق بين أكبر وأصغر قيمة)}}{[\text{١} + (\text{٣٫٣٢٢} \times \text{لوغاريتم عدد القيم})]}$$

وحيث أن هذه الصيغة تعطى عدد الفئات به كسور فيجوز هنا تقريب الناتج للحصول على مقدار صحيح لعدد الفئات وتبعاً لتحديد العدد المناسب للفئات الأصلية فإن طول الفئات يمكن تحديده بالصورة الآتية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{الفرق بين أكبر وأصغر قيمة}}{\text{عدد الفئات}}$$

وتلعب الخبرة في مجال تحديد عدد الفئات دوراً كبيراً فلا يجب تقليل عدد الفئات حتى لا يؤدي ذلك إلى فقد بعض التفاصيل الموجودة في البيانات الخام، كذلك لا يجب زيادة عدد الفئات بحيث يصعب معها عملية الدراسة والتحليل بعد ذلك، على أنه يقال أن أنسب الجداول التكرارية للتحليل الإحصائي الذي يحتوي على عدد من الفئات يتراوح بين ٨ إلى ١٢ فئة. ويجب أن لا يتضمن الجدول على أقل من ٦ فئات ولا يزيد عن ٢٠ فئة.

**مثـال: ـ**

سجلت أطوال ٤٠ طالباً إلى أقرب سنتيمتر. والمطلوب تصميم جداول توزيع تكراري لها.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٥٧ | ١٤٩ | ١٣٥ | ١٦٤ | ١٣٢ | ١٥٠ | ١٦٤ | ١٣٨ |
| ١٤٤ | ١٥٢ | ١٤٨ | ٢١٦ | ١٤٧ | ١٤٠ | ١٥٨ | ١٤٦ |
| ١٦٥ | ١٥٤ | ٢١٩ | ١١٩ | ١٧٦ | ١٣٨ | ١٧٦ | ١٦٨ |
| ١٣٥ | ١٤٠ | ١٥٣ | ١٣٥ | ١٤٧ | ١٤٢ | ١٧٣ | ١٤٦ |
| ١٢٨ | ١٤٥ | ١٥٦ | ١٥٠ | ١٤٢ | ١٣٥ | ١٤٥ | ١٦١ |

**الحـل: ـ**

أكبر طول هو ١٧٦ سم وأصغر طول هو ١١٩ سم، وبهذا يكون المدى ١٧٦ ـ ١١٩ = ٥٧ سم.

عدد الفئات = ٥٧ ÷ [١ + (٣ر٣٢٢ × لو ٤٠)] = ١٠٩٧١ أي فئة ١١

طول الفئة = ٥٧ ÷ ١١ = ٥ر١٨ أي ٥ سم

ومن الملائم اختيار مراكز الفئات عند ١٢٠، ١٢٥، ١٣٠، ١٣٥، ... وبهـذا فـإن الفئـات مـن الممكـن أن تكـون ١١٨ ـ ١٢٢، ١٢٣، ١٢٧، ١٣٨ ـ ١٣٢...

جدول رقم (٣ ـ ٥) جدول التوزيع
التكـراري

| الفئة (الطول سم) | الحزم (العلامـات) | التكرار |
|---|---|---|
| ١١٨ ـ ١٢٢ | / | ١ |
| ١٢٣ ـ ١٢٧ | // | ٢ |
| ١٢٨ ـ ١٣٢ | // | ٢ |
| ١٣٣ ـ ١٣٧ | //// | ٤ |
| ١٣٨ ـ ١٤٢ | //// | ٦ |
| ١٤٣ ـ ١٤٧ | //// /// | ٨ |
| ١٤٨ ـ ١٥٢ | //// | ٥ |
| ١٥٣ ـ ١٥٧ | //// | ٤ |
| ١٥٨ ـ ١٦٢ | // | ٢ |
| ١٦٣ ـ ١٦٧ | /// | ٣ |
| ١٦٨ ـ ١٧٢ | / | ١ |
| ١٧٣ ـ ١٧٧ | // | ٢ |
| المجموع | | ٤٠ |

ويستخدم العمود الأوسط ويسمى كشف الحزم (العلامات) في ترتيب البيانات الخام للحصول على التكرارات ويحذف عادة عند التعرض النهائي للتوزيع التكراري.

**حـدود الفئـات**

يجب توزيع حدود الفئات في جداول التوزيع التكراري بحيث لا تتداخل فيما بينها ففي الجدول رقم (٣ ـ ٤) نجد أن حدود الفئات هي ٦٠ ـ ٦٢ ـ ٦٣

ـ ٦٤ ـ ٦٥ ـ ٦٦ ـ ٦٨ ـ . . . وهكذا ويسمى الرقمان ٦٠ ـ ٦٢ بحدود الفئة والرقم الأصغر ٦٠ يسمى الحد الأدنى للفئة والرقم الأكبر ٦٢ يسمى الحد الأعلى للفئة. وتوضيح حدود الفئات بهذه الصورة يكون صحيحاً فقط، إذ كان المتغير موضع الدراسة في نوع المتغيرات غير المتصلة (الوثابة) الذي يكتب بأرقام صحيحة ولا تكتب الفئات ٦٠ ـ ٦٢، ٦٢ ـ ٦٤، ٦٤ ـ ٦٦ إذ أنه في هذه الحالة لا نعرف الطالب الذي وزنه ٦٤ كيلو جرام ينتمي وزنه إلى الفئة الثانية أو الثالثة وهكذا.

وفي حالة إذا كان المتغير المدروس من المتغيرات المتصلة فيكون من الخطأ كتابة حدود الفئات بالصورة التي تكتب بها في حالة فئات المتغير الغير مستمر. ويمكن كتابة حدود الفئة بحيث لا يوجد بينها فواصل وذلك بأن نجعل كل فئة تبدأ مباشرة حيث تنتهي الفئة السابقة لها دون أن يحدث تداخل بين الفئات مثلما في الصورة الثانية للفئات). وتكتب كما يلي: ٦٠ وأقل من ٦٣، ٦٣ وأقل من ٦٥، ٦٥ وأقل من ٦٨. . . وهكذا، وللاختصار تكتب الحدود الدنيا للفئات وتترك حدودها العليا. إلا أنه في هذه الحالة يجب تحديد نهاية الفئة الأخيرة كما يلي:

٦٠ ـ، ٦٣ ـ، ٦٥ ـ . . . . . . . . . . . . . . . ٧١ ـ وأقل من ٧٤.

ويلاحظ أننا استخدمنا في كل من الجدول رقم (٣ ـ ٤)، والجدول رقم (٣ ـ ٥) فئات ذات أطوال متساوية. . . ويطلق على التوزيع التكراري من هذا النوع التوزيع المنتظم ويفضل في كل الحالات استخدام فئات متساوية وذلك تسهيلاً للعمليات الحسابية. وهناك نوع آخر من التوزيعات التكرارية يسمى بالتوزيع غير المنتظم، وفيه تكون أطوال الفئات غير متساوية ومن أمثلة هذا النوع توزيع ملكية الأراضي حسب فئات المساحة.

ومما تجدر الإشارة إليه هنا، أنه يجد بصفة عامة نوعان من جداول التوزيع التكراري حسب نوع التوزيع وهما ما يعرف «بالجدول المفتوح» وفيه يكون الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدود، وهو في هذه الحالة

يكون مفتوح من طرفيه. ويكون الجدول مفتوحاً من طرف واحد الأعلى إذا كانت بداية الفئة الأولى غير محدودة والحد الأعلى للفئة الأخيرة محدودة، ويكون الجدول مفتوحاً من طرفه الأدنى إذا كانت نهاية الفئة الأخيرة غير محدودة بينما الحد الأدنى للفئة الأولى محدود. والنوع الثاني يعرف «بالجدول المقفل» وفيه يكون الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة محددين.

### جداول التوزيع التكراري النسبي Percentage Frequency Tables

يعرف التكرار النسبي لفئة بأنه عبارة عن تكرار الفئة مقسوماً على التكرار الكلي لجميع الفئات، وعادة يعبر عنه كنسبة مئوية. فعلى سبيل المثال فإن التكرار النسبي للفئة ٦٦ ـ ٦٨ في الجدول رقم (٢ ـ ٤) هو ١٠٠/٤٢ = ٤٢٪، وإذا استبدلنا التكرارات في الجدول التكراري السابق بما يقابلها من التكرارات النسبية فإن الجدول الناتج يسمى بالتوزيع التكراري النسبي أو جداول التكرارات النسبية.

### جدول التوزيع التكراري المتجمع Comulative Frequenoy Tavbles

يسمى مجموع التكرارات المقابلة لجميع القيم الأقل من الحد الأعلى للفئة معينة بالتكرار المتجمع إلى هذه الفئة والمتضمن تكرارها أيضاً. وعلى سبيل المثال ففي الجداول رقم (٣ ـ ٤) فإن التكرار المتجمع إلى الفئة ٦٦ ـ ٦٨ والمتضمن تكرارها أيضاً. هو ٥+١٨+٤٢ = ٦٥، وهذا يعني أن ٦٥ طالباً تقل أوزانهم عن ٦٨ كيلو جرام.

والجدول الذي يمثل التكرارات المتجمعة يسمى بالتوزيع المتجمع أو جدول التكرارات المتجمعة كما هي الحال في الجدول رقم (٣ ـ ٦).

وفي بعض الأحيان قد يكون من المرغوب فيه الحصول على التوزيع التكراري المتجمع لجميع القيم الأكبر أو المساوية للحد الأدنى لكل فئة، ويسمى التوزيع في هذه الحالة التوزيع المتجمع على أساس «أكبر من» بينما التوزيع الذي ذكرناه سابقاً يسمى التوزيع المتجمع على أساس «الأقل من» ومن السهل الحصول

على أحدهما من الآخر. وشكل التكرار المتجمع يسمى تبعاً لذلك بالتوزيع التكراري الصاعد «أقل من» في الحالة الأولى والتوزيع التكراري النازل «أكثر من».

جدول رقم (٣ ـ ٦) جدول تكراري لأوزان مجموعة من الطلاب

| أوزان الطلبة (فئات) ك.ج | عدد الطلبة التكرار المتجمع |
|---|---|
| أقل من ٦٠ | صفر |
| أقل من ٦٢ | ٥ |
| أقل من ٦٥ | ٢٣ |
| أقل من ٦٨ | ٦٥ |
| أقل من ٧١ | ٩٢ |
| أقل من ٧٤ | ١٠٠ |

طرق العرض البياني:

يعتمد أسلوب العرض البياني على ترجمة المعلومات وتلخيص البيانات الإحصائية (المبوبة وغير المبوبة) ووضعها في صورة أشكال بيانية أو في هيئة رسوم تصويرية تسهل فهم واستيعاب الخصائص والاتجاهات والعلاقات المختلفة والمتشابكة للظواهر الجغرافية موضع الدراسة وتبعاً لذلك فإن الأشكال والرسوم البيانية تعد خير وسيلة للتعبير وتوصيل المعلومات كما يمكن أن يعتبرها لغة ثانية يشرح بها الباحث موضوع بحيث دون أن يجد القارىء أو المشاهد في استخلاص الحقائق من الجداول والأرقام. وتمتاز الأشكال والرسوم البيانية والتصويرية بأنها تعطي فكرة سريعة للناظر إليها من أول واهلة، بينما لا يظهر هذا الأثر إذا ما نظرنا إلى بيانات رقمية في جدول أو إحصائية. لكل ذلك فإننا ـ بحق ـ يمكن أن نقول

أن العرض البياني هو روح البيانات وسبيل إلى الوصول إلى ما تخبؤه من معلومات.

**العرض البياني للبيانات الخام (غير المبوبة):**

تختلف وتتعدد العرض البياني للبيانات الخام (غير المبوبة) ولكنها تنحصر في طريقتين أساسيتين:

**الطريقة الأولى:** وهي طريقة التمثيل البياني عن طريق استخدام الأشكال البيانية.

**الطريقة الثانية:** وهي طريقة التمثيل البياني عن طريق استخدام الرسوم التصويرية.

وفيما يلي دراسة تفصيلية لكل طريقة على حدة.

## أولاً: طريقة العرض البياني بالأشكال البيانية

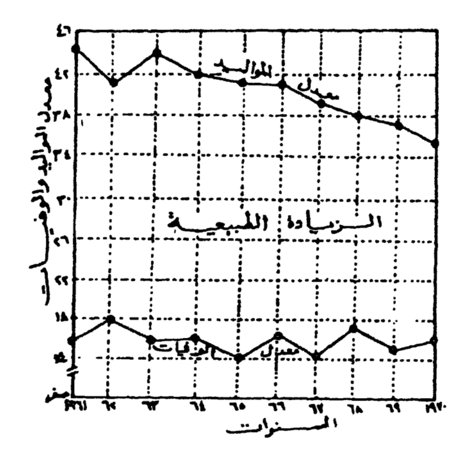
يعتمد هذا الأسلوب في العرض البياني على تمثيل البيانات المتاحة للظاهرات موضع الدراسة في شكل رسوم بيانية انفرادية (أي ليس لها علاقة بالمكان أو الحيز). مثل الخط البياني الذي يمثل الاتجاه العام للظاهرة، الأعمدة البيانية، الرسوم المساحية، الرسوم، الحجمية، الرسوم الثانية أهرامات السكان.

**١ ـ الخطوط البيانية Line - graphs**

تستخدم الخطوط البيانية في تمثيل التغير من فترة إلى أخرى للظاهرة الواحدة أو لبيان علاقة متغيرين وغالباً ما يكون أحد هذين المتغيرين هو الزمن الذي يعتبر متغيراً مستقلاً. ويبين التغير أو العلاقة بمنحنى، ويظهر ضعف أو شدة التغير في التغير من فترة إلى أخرى ويكون ذلك ما يعرف بالسلسلة الزمنية أو يوضح اتجاه العلاقة بين متغيرين أو أكثر. ولقد جرت العادة عند التمثيل البياني للسلاسل الزمنية أي يكون المحور الأفقي (السيني) ممثلاً للمتغير المستقل (الزمن) والمحور الرأسي

(الصادي التابع) (الظاهرة المدورسة) وفي ضوء البيانات المتاحة يختار مقياس رسم ملائم لأبعاد المسطح المخصص لعملية التمثيل البياني حتى يمكن توقيع كل قيم المتغير التابع على الرسم، فيقسم المحور الرأسي إلى وحدات حسابية بادئين بالصفر ومنتهين بقيمة أكبر من أكبر قيمة تمثل المتغير التابع ويختار كذلك مقياس مناسب للمتغير المستقل (الزمن) على المحور الأفقي. ويجب مراعاة عدم وجود تفاوت كبير في الأبعاد القياسية للمتغيرين حتى لا يؤدي ذلك إلى عدم الدقة. ويتم رسم المنحنى من خلال توقيع جميع القيم على الرسم في شكل فقط تحدد كل منها بأحداثين (أي على حسب بعدي كل نقطة عن المحورين) ثم توصل مواقع القيم فتعطي لنا الشكل المطلوب (الخط البياني) كما في الشكل رقم (٣ ـ ١). ويجب ملاحظة أنه عدم رسم الخطوط لظاهرة متغيرة بانتظام أو تدريجياً أن يكون الخط البياني منحنياً مثل الخط البياني الذي وضع المتوسط الشهري لدرجة الحرارة خلال شهور على مدينة الإسكندرية. وفي بعض الحالات قد لا يبدأ المقياس على المحور الرأسي بالصفر ولكن يبدأ بقيمة أكبر تبعاً لأن البيانات المراد تمثيلها بيانياً بخط بياني تبدأ بقيمة بعيدة عن الصفر ولكن تقترب من بعضها بمدى صغير فإذا ما أخذنا وحدات قياسية تناسب أصغر وأكبر رقم بادئين بالصفر فإن ذلك سيؤدي إلى وجود فراغ كبير غير مستخدم يقع بين الصفر وأصغر رقم موجود مما يترتب عليه أن يجعل الخط البياني محصوراً في أعلى جزء من الرسم وهذا شيء غير مستحب أو مرغوب فيه. وللتغلب على ذلك فإننا نحاول أن نضغط المسافة على المحور الرأسي بين الصفر وأصغر فيه بأن نكسر المحور الرأسي بخطين مائلين بعد نقطة الصفر على المحور الرأسي كما يظهر في الشكل رقم (٣ ـ ١).

وفي حالة إذا كنا بصدد تمثيل سلسلة زمنية لبيانات تتفاوت القيم فيها تفاوتاً كبيراً أو في شكل معدلات مثل معدل النمو أو التغير السكاني من سنة لأخرى، معدل التغير في الاستهلاك معدلات التغير في الدخل القومي، أو نسب تطور الدعم الحكومي للسلع والخدمات، أو نسب النقص والزيادة في أي ظاهرة فإنه يجب أن يقسم المحور الرأسي إلى وحدات لوغاريتمية بدلاً من الوحدات الحسابية.



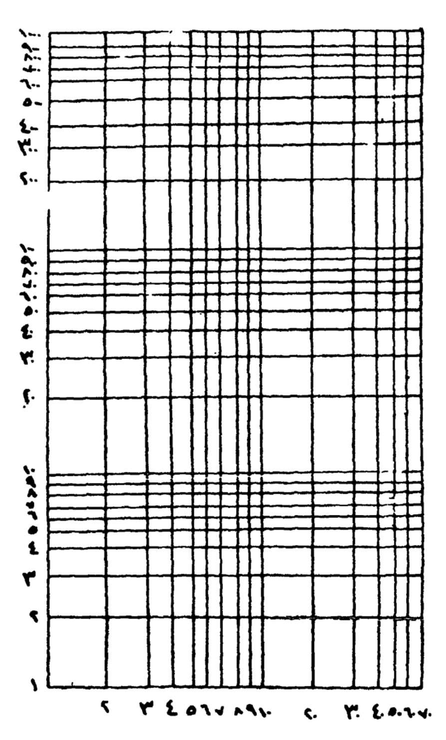

شكل رقم (٣ ـ ١): الخطوط البيانية الحسابية

وتقوم فكرة التقسيم اللوغاريتمي على أخذ لوغاريتم الأعداد من ١ إلى ١٠ وجعلها أساساً لوحدة التقسيم اللوغاريتمي والتي تضرب في كل مرة في طول الدورة اللوغاريتمية المأخوذة طبقاً لطول المسافة الرأسية والأفقية المراد تمثيل الظاهرة عليها، وهي في هذه الحالة تمثل دورة لوغاريتمية واحدة. وبعد ذلك يمكن أيضاً أخذ دورة لوغاريتمية ثانية تبدأ بالرقم ١٠ حتى الرقم ١٠٠ وتأخذ نفس قياسات الدورة الأولى (١ ـ ١٠) كما يمكن أخذ دورة لوغاريتمية ثالثة تبدأ بالرقم

١٠٠ وتنتهي بالرقم ١٠٠٠ ولها نفس قياسات الدورة الأولى أيضاً وتمثل مئات أضعاف الوحدة الحسابية الواحدة. فإذا فرض أنه كانت لدينا بيانات أصغر رقم فيها هو ٢٠ وأكبر رقم ٣٠٠٠ فإنه يكفي لتمثيل هذه البيانات على رسم بياني لوغاريتمي مكون من ثلاث دورات، تمثل الدورة الأقسام من ١٠ حتى ١٠٠ والثانية من ١٠٠ حتى ١٠٠٠ والثالثة من ١٠٠٠ حتى ١٠٠٠٠ ويؤخذ طول الدورة الواحدة مساوياً لخمسة سنتيمترات وقد جرت العادة على أن يبدأ التقسيم اللوغاريتمي بالرقم (١) مع قسمته على أو ضربه في الرقم ١٠ أو مضاعفاته حتى يمكن البدء بالأرقام ١ر٠ أو ١ر٠ أو ١ر٠ كما يمكن البدء بالرقم ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ وهكذا.

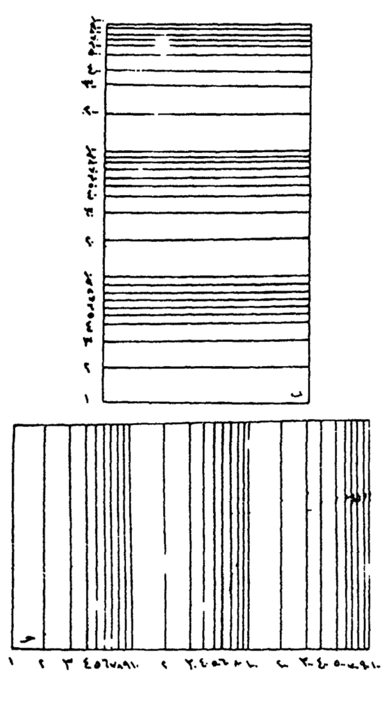
وكما في رسم الخطوط البيانية الحسابية وعلى حسب البيانات المتاحة يمكن أن يقسم المحور الرأسي فقط تقسيماً لوغاريتميا لتوقع على أساسه معدلات التغير في ظل الفترة الزمنية التي يقسم على أساسها المحور الأفقي (يسمى ذلك بالتقسيم نصف لوغاريتمي). كما قد يقسم كل من المحورين الأفقي والرأسي تقسيماً لوغاريتميا (يطلق عليه اسم التقسيم اللوغاريتمي المزدوج) ويناسب ذلك البيانات التي تتكون من معدلات تغير أو نسب مئوية لمتغيرين مستقيم. وتبعاً لأهمية استخدام التقسيم اللوغاريتمي في التمثيل البياني فإنه يوجد حالياً ورق رسم بياني خاص مقسم تقسيمة الوغاريتميا أما على المحور الأفقي أو الرأسي أو مزدوجاً كما توضحه الأشكال الآتية (شكل زقم ٣ ـ ٢ أ، ب، جـ).

والشكلان رقم (٣ ـ ١)، (٣ ـ ٣) يوضحان مقارنة بين الخطوط البيانية الحسابية واللوغاريتمية لمعدلات المواليد والوفيات في جمهورية مصر في الفترة من ١٩٦١ ـ ١٩٧٠، ومنها يتضح أن الخطوط البيانية اللوغاريتمية التي رسمت على رسم بياني نصف لوغاريتيم لا تظهر حدة التغير في كل من معدلات المواليد والوفيات التي أظهرتها الخطوط البيانية الحسابية وانعكس ذلك أيضاً على ازيادة الطبيعية للسكان المحسوبة من الرسم في كل من الشكلين.

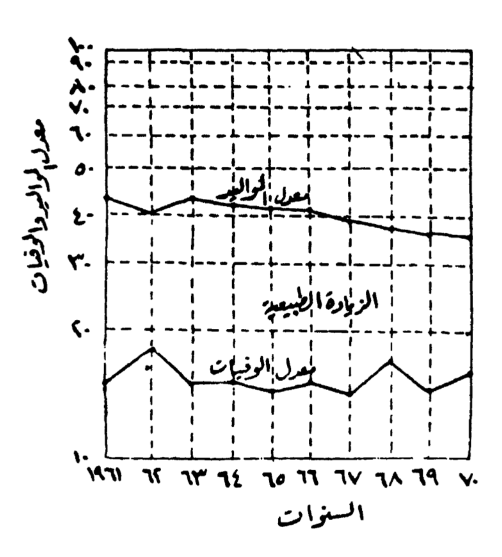



شكل رقم (٣ ـ٢ أ) ورقة بيانية لوغاريتمية

(مزدوجة)



شكل رقم (٣ ـ ٢ ب، جـ) ورق رسم بياني لوغاريتمي
ب أفقي، جـ ـ رأسي

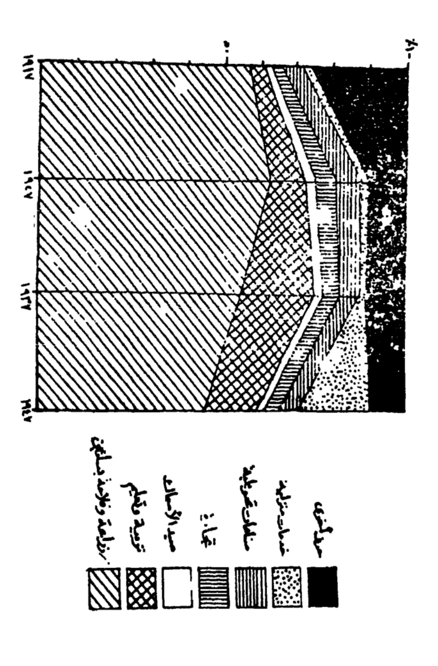



شكل رقم (٣ ـ ٣) الخطوط البيانية اللوغاريتمية

وهناك نوع آخر من الخطوط البيانية يعرف باسم المنحنيات المجمعة Compound Curve Graph وهي عبارة عن خطوط بيانية تمثل التغير في مجموع الظاهرة. وظاهرة (أو ظاهرات) أخرى، بحيث يمثل التغير في أجزاء تنقسم إليها هذه الظاهرة ثم تظلل المساحات المحصورة بين ذه الخطوط البيانية (شكل: رقم ٣ ـ ٤). ويمكن رسم هذا النوع من الرسوم على أساس النسب المئوية وهي بطبيعة الحال تكون الأنسب والأحسن ويتم ذلك بتقسيم الظاهرة إلى أجزائها المختلفة بشرط أن تكون بنفس الترتيب لكل فترة زمنية ثم نصل بين نقط التقسيم بخطوط وتظلل المساحات المحصورة بين هذه الخطوط وبذلك يمكن معرفة عما إذا كانت نسبة أي قسم من الظاهرات قد هبطت أو زادت في نفس الوقت بالنسبة إلى باقي التقسيمات الفرعية للظاهرة. ويطلق على هذا النوع بصفة عامة اسم الرسوم البيانية المجمعة Compound line or Band graph.

## ٢ ـ الأعمدة البيانية Bar Graph

تعتبر طريقة الأعمدة البيانية من أبسط طرق التمثيل البياني التي تستخدم للمقارنة بين الكميات لظاهرة واحدة أو عدة ظواهر، وعادة ما تسمى رسومها البيانية باسم Columnar diagrms وتتألف هذه الرسوم من أعمدة ذات عرض متساوى وطول تناسب مع الكميات التي تمثلها حسب مقياس الرسم المختار. ويمكن رسم هذه الأعمدة الرأسية لها رأسياً وأفقياً في أشكال بيانية قائمة بذاتها، وتعتبر الأعمدة الأفقية أفضل من حيث سهولة قراءتها، أما الأعمدة الرأسية فلها ميزة أخرى وهي سهولة المقارنة. وقد تكون هذه الأعمدة بسيطة حينما يرسم كل عمود منها لكي يوضح المجموع الكلي فقط، أو قد تكون مركبة Compound حينما يقسم كل عمود لكي يبين التقسيمات الفرعية إلى جانب المجموع الكمي.

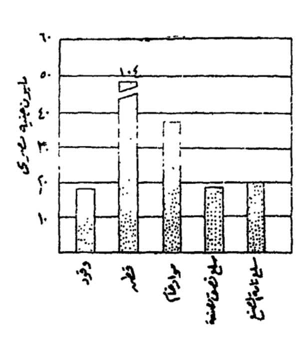



شكل رقم (٣ ـ ٤) الخطوط البيانية المجمعة

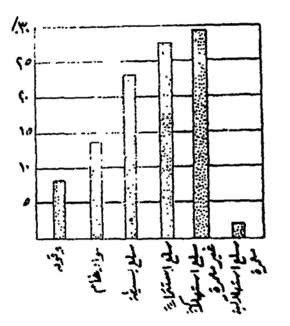
وتعتمد طريقة الأعمدة البيانية البسيطة على تمثيل البيانات الوصفية وفي إظهار كميات الزيادة والنقص في بعض الظواهر مثل معدلات المواليد والوفيات أو تمثيل التطور في أي سلسلة زمنية خاصة بالإنتاج أو الاستثمار أو حجم المشتريات أو الدخل أو عدد السكان خلال فترات زمنية معينة. وفي هذه الحالة نرسم محورين أحدهما محور رأسي يقسم إلى أقسام متساوية حسب الفترات الزمنية أو الصفات المميزة للظاهرة كالحالات التعليمية أو الاجتماعية أو فئات السن... إلخ. ومما هو جدير بالذكر أنه عند أخذ المسافات الممثلة لقواعد الأعمدة على المحور الأفقي يجب أن تكون متساوية وعلى أبعاد متساوية أيضاً، ذلك بطريقة تلائم المساحة من لوحة الرسم المخصصة للتمثيل البياني وعدد الأعمدة المراد رسمها. وفي حالة الفترات الزمنية غير المنتظمة فإن المسافات بين كل عمود وآخر يجب أن يتناسب مع الأبعاد الزمنية للفترة المراد تمثيلها بيانياً، كما يجب في كل الحالات أن يبدأ المقياس على المحور الرأسي من الصفر وينتهي برقم أعلى من أكبر قيمة من قيم الظاهرة موضع البحث. إلا أنه في كثير من الحالات نجد بين قيم الظاهرة المراد تمثيلها بطريقة الأعمدة البسيطة قيمة أو قيمتين متطرفتين أو شاذين تفوق بقية قيم الظاهرة مما يؤدي إلى وجود تفاوت كبير لهذه القيم. وبالتالي يؤدي ذلك إلى اختلاف كبير في طول الأعمدة، بل أنه في بعض الأحيان يصبح من الصعب تمثيل القيم بأخذ مقياس رسم على المحور الرأسي فيلائم هذه القيم المتفاوتة. فمثلاً إذا كانت لدينا كمية أكبر مائة مرة من كمية أخرى، فإنها تتطلب رسم عمود أطول مائة مرة من عمود الكمية الأصغر، وهذا يضطرنا إلى أن نرسم الكميات الصغيرة بأعمدة صغيرة جداً. وأما أن نرسم أعمدة قد يضطرنا طولها الكبير جداً إلى تقطيعها توضع بجوار بعضها البعض. ولو أن كل هذا التحايل لا ينقل الصورة الصحيحة لتمثيل هذه الكميات، وما لذلك من تقليل من أهمية هذا الأسلوب في التمثيل البياني. وللتغلب على هذه المشكلة يستحسن قطع المحور الرأسي الموجود عليه لقياس الكميات وجعل الجزء الأسفل منه يبدأ من الصفر حتى قيمة أعلى من الكمية الصغيرة، أما الجزء الأعلى فيبدأ من رقم أقل من الكمية الكبيرة وينتهي برقم أعلى

منها مع ثبات طول المقياس في الجزئين. وفي بعض الأحيان تكسر الأعمدة التي تمثل فيما متطرفة ويكون ذلك بالتخلص من الارتفاعات التي تعلو الارتفاعات العادية للقيم الأخرى وقد يكون كسر الأعمدة رأسياً عن طريق وضع خطين متوازيين مائلين عند نهاية الارتفاع المراد تحديده والذي يناسب الشكل رليدل على أن للعمود بقية ولكن مساحة ورقة الرسم لا تسمح بإظهارها، ولكن يجب أن نكتب أعلى هذا العمود بالذات الكمية الحقيقية التي يمثلها (شكل رقم ٣ ـ ٥) وعلى الرغم من ذلك فإن هذه الطريقة لا يمكن الاستفادة بها في حالة المقارنة لأنها لا تظهر الفرق بين الكميات كحقيقتها. ولكن هناك نوع آخر من الأعمدة البيانية يصلح في إظهار الأهمية النسبية لمكونات الظاهرة يسمى بالأعمدة النسبية Proportional Bars والتي ترسم لتمثيل إعداد السكان أو الإنتاج المعدني أو حركة الصادرات والواردات في الموانىء وتتميز طريقة الأعمدة النسبية بسهولة رسمها من ناحية التصميم، وكذلك بسهولة القرار من الناحية المرئية. وتتلخص طريقة رسم الأعمدة النسبية في أن نبدأ أولاً باستخراج النسبة المئوية للكميات التي نريد تمثيلها بالنسبة للمجموع الكلي للكميات مثل نسبة وزن المجموعات الرئيسية للواردات المصرية في سنة ١٩٦٢، ويخصص المحور الأفقي لتعيين المجموعات المختلفة للواردات. أما المحور الرأسي فيخصص للأوزان المناظرة لكل مجموعة ويقسم إلى أقسام متساوية تبين النسبة المئوية للأوزان مبتدئين بالصفر ومنتهي بنسبة أعلى م أعلى النسب المراد تمثيلها كما في الشكل رقم (٣ ـ ٦) ويحسن عند رسم هذا النوع من الأعمدة أو نختار له نوع التظليل المصمت (كاللون الأسود المصمت) أو نستخدم نمط التظليل النقطي وذلك لأن استخدام نمط الخطوط المائلة في تظليل فراغ الأعمدة يتضمن نوعاً من خداع البصر.

أما طريقة الأعمدة البيانية المركبة Compound - Bar (شكل رقم ٣ ـ ٧) فهي عبارة عن أعمدة ذات عرض متساوية ومقسمة إلى أقسام داخلية تمثل في مجموعها المجموع الكمي للظاهرة وفي هذه الحالة فإنه يمكن مقارنة كميات هذه الظاهرة من ناحية الكميات المطلقة ـ كما أنه يمكن مقارنة كميات هذه الظاهرة من الناحية

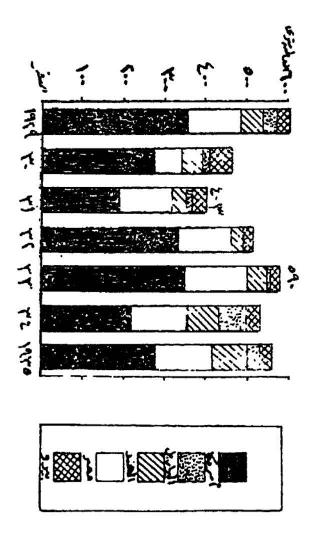


شكل رقم (٣ ـ ٥) الأعمدة البيانية البسيطة

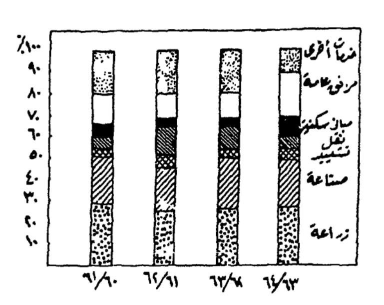


شكل رقم (٣ ـ ٦) الأعمدة البيانية النسبية

النسبية وذلك بتحويل كمية كل قسم فرعي منها إلى نسبة مئوية. وتسمى الأعمدة البيانية في هذه الحالة باسم الأعمدة المركبة النسبية. وفي هذه الحالة لا يمكن مقارنة كل عمود (مستطيل) بآخر ولكن يمكن بمفارنة الجزئيات (التفاصيل) ومن كل عمود بالجزء الذي يناظره في العمود الآخر، وذلك بمعرفة الفرق بين نسبتيهما بالنسبة للمجموع الكمي. ويجب في هذه الحالة أن يصاحب الرسم البياني للأعمدة المركبة النسبية رسم بياني آخر تكون أرقامه مطلقة حتى يمكن معرفة التغير بين المجموع الكمي لكل ظاهرة وأخرى (شكل رقم ٣ ـ ٨).



شكل رقم (٣ ـ ٧) الأعمدة البيانية المركبة المطلقة




شكل رقم (٣ ـ ٨) الأعمدة البيانية المركبة النسبية

### ٣ ـ الرسوم البيانية المساحية Areal Graphs

تستخدم الرسوم البيانية المساحية لتمثيل البيانات التي يوجد فيها تفاوت كبير بين أرقامها والتي لا يمكن تمثيلها بالخطوط أو الأعمدة البيانية وذلك لأنها تدخل في حسابها البعد الثاني (المساحة). وأوضح أنواع الرسوم البيانية المساحية هي الدائرة والمربع، ولكن لما كانت الدائرة أسهل كثيراً في رسمها فهي أكثر شيوعاً واستخداماً من المربع حيث أنها تشغل حيزاً أقل، كما أنه يمكن تقسيم الدائرة إلى أقسام متعددة حسب ما تجنيه الظاهرة من تفاصيل.

وتعتمد رسم الدوائر البيانية، والتي تستخدم لبيان ومقارنة ظاهرتين أو أكثر أو مقارنة ظاهرة واحدة بنوعياتها خلال فترات زمنية متفاوتة، على إظهار التفاوت بين المجموع الكمي لقيم الظاهرة أو من ظاهرة إلى أخرى وهذا لا يتأتى إلا إذا

قمنا برسم دوائر ذات أقطار متساوية لأن ذلك لا يحدث فقط إلا إذا تساوى المجموع الكمي لكل ظاهرة ويمكن أن نستفيد من استخدام هذه الدوائر في حالتين أساسيتين عندما يكون المجموع الكلي كبيراً نسبياً ولكنه يتمثل في مساحة محدود جداً ـ كما في حالة تمثيل عدد سكان المدن أو تمثيل إنتاج المصانع، أو عندما نريد تمثيل الكميات الكلية في منطقة أو أقليم أو دولة كما في حالة تمثيل إنتاج البترول في البلاد العربية مثلاً.

ونظراً لأن مساحة الدائرة تتناسب مع مربع نصف قطرها (مساحة الدائرة = ط نق[٢]) فإنه يجب عند رسم الدوائر البيانية أخذ الجذر التربيعي للقيم الكلية التي تمثلها أما إذا كان التمثيل البياني لظاهرة واحدة فقط فعلينا أن نختار الطول المناسب والذي يتلائم مع مساحة ورقة الرسم المراد تمثيل الظاهرة عليها.

ولتمثيل الإحصائية الآتية بطريقة الدوآئر البيانية نجرى الآتي: ـ

**إنتاج مناطق الصيد بجمهورية مصر في**
**الفترة من ١٩٦١ ـ ١٩٦٤ ـ (بالألف طن)**

| السنوات<br>الإنتـاج | ٦١/٦٢ | ٦٢/٦٣ | ٦٣/٦٤ |
|---|---|---|---|
| إنتاج البحار | ٦٥ | ٦٥ | ٧٠ |
| إنتاج البحيرات | ٤٧ | ٥٤ | ٥٦ |
| إنتاج النيل | ١٥ | ١٦ | ١٨ |
| **المجموع** | ١٢٧ | ١٣٥ | ١٤٤ |

أ ـ نجمع الإنتاج في كل سنة حتى نحصل على المجموع الكلي (السنوي) للإنتاج في كل فترة زمنية.

ب ـ نستخرج الجذر التربيعي لمجموع الإنتاج في كل سنة على حدة ويكون الناتج ممثلاً لطول نصف القطر (نق) الذي نريد أن نعرفه لكي نرسم الدوائر التي تمثل الإنتاج، والجذور التربيعية للمثال هي ٣ر١١، ٦ر١١، ١٢.

جـ ـ تختار قيمة قياسية أساسية سواء بالسنتيمتر أو الملليتر، يمكن على أساسها أن نحول أعداد الجذور التربيعية الناتجة لدينا إلى أطوال متناسبة تمثل مباشرة أنصاف أقطار الدوائر. وفي العادة تعطي هذه القيمة الأساسية لأصغر جذر تربيعي.

د ـ لمعرفة أنصاف أقطار الدوائر هناك عدة طرق تؤدي إلى نتيجة واحدة ولكنها تختلف في العمليات الحسابية. وسنختار من هذه الطرق طريقتين مألوفتين هما: طريقة التناسب الحسابي «طريقة المقص» ويمكن أن نطبقها على المثال السابق فمثلاً إذا اخترنا الطول ١٦ مليمتر كقيمة أساسية للجذر التربيعي ٣ر١١ فإن:

٣ر١١ = ١٦ مليمتر (نصف قطر الدائرة الأولى)
٦ر١١ = س مليمتر (نصف قطر الدائرة الثانية)

$$س = \frac{١١٫٦ \times ١٦}{١١٫٣} = ١٦٫٤ \text{ مليمتر}$$

٣ر١١ = ١٦ مليمتر (نصف قطر الدائرة الأولى)
١٢ = س مليمتر (نصف قطر الدائرة الثالثة)

$$س = \frac{١٦ \times ١٢}{١١٫٣} = ١٧ \text{ مليمتراً}$$

والقيمة الأساسية التي اخترناها يعتمد اختيارها على مساحة لوحة الرسم ويجب عند اختيارها أن تتوافق مساحة الدوائر مع أبعاد مسطح الرسم بحيث لا تظهر أصغر دائرة صغيرة جداً. وأكبر دائرة كبيرة جداً بالنسبة لمساحة لوحة الرسم.

أما الطريقة الأخرى فهي طريقة سهلة ولا تتطلب كثيراً من الحساب وتتلخص في أن نقسم الجذور التربيعية على العدد ١٠ أو قوى هذا العدد (١٠٠، ١٠٠٠، ١٠ر٠٠٠ ... الخ) وذلك طبعاً على حساب المدى الذي توجد عليه الجذور التربيعية. ففي مثالنا السابق يمكن أن نقسم الجذور التربيعية كلها على العدد ١٠ ويكون تمييز الناتج بالسنتيمتر وعلى هذا الأساس نجد أن:

نصف قطر الدائرة الأولى = ٣ر١١ ÷ ١٠ = ١٣ر١ سنتيمتر

نصف قطر الدائرة الثانية = ٦ر١١ ÷ ١٠ = ١٦ر١ سنتيمتر

نصف قطر الدائرة الثالثة = ١٢ ÷ ١٠ = ٢ر١ سنتيمتر

وكما هو واضح فإن الأطوال التي نتجت بهذه الطريقة هي أطوال صغيرة وبالتالي ستكون مساحات دوائرها صغيرة، وفي مثل هذه الحالة يجب أن نكبر الأطوال الناتجة، وذلك بضربها كلها في أي رقم نختاره، بحيث تظهر الدوائر بعد رسمها ملائمة لأبعاد لوحة الرسم. فإذا كان هذا الرقم الذي اخترناه هو ٥ر١ مثلاً فسوف يصبح:

طول نصف قطر الدائرة الأولى = ١٣ر١ × ٥ر١ = ٦٩٥ر١ سم

(٧ر١ سم تقريباً)

طول نصف قطر الدائرة الثانية = ١٦ر١ × ٥ر١ = ٧٤٠ر١ سم

(٧٥ر١ سم تقريباً)

طول نصف قطر الدائرة الثالثة = ٢ر١ × ٥ر١ = ٨٠ر١ سم.

وأنصاف الأقطار السابقة هي التي رسمت على أساسها الدوائر في الشكل رقم (٣ ـ ٩). وسواء استخدمنا أي من الطريقتين السابقتين لمعرفة أطوال نصف قطر الدوائر فيجب أن لا نكتب عليها أية أعداد للكميات الحقيقية التي تمثلها

الدوائر. . . وسيتبع ذلك أن يرسم في أحد أركان لوحة الرسم مفتاح قياس الدوائر بنفس طريقة رسم الدوائر السابق شرحها ومنه يمكن أن نقيس قطر أي دائرة مرسومة وليس من الضروري أن يمثل دوائر المقياس نفسها وإنما يمثل مقياساً لدوائر كمياتها ذات أرقام صحيحة دائرية بحيث تكون قريبة من الكميات الحقيقية التي تم تمثيلها بيانياً. وفي المثال السابق فإن هذه الكميات ١٠٠٠، ١٥٠، ٢٠٠ (شكل رقم ٣ ـ ٩).

ويمكن تقسيم الدائرة إلى أقسام داخلية للمقارنة بين أجزاء الظاهرة. وفي هذه الحالة تحول الأرقام المطلقة إلى أرقام نسبية عن طريق قسمة رقم كل جزء على المجموع الكلي للظاهرة وضربة في ١٠٠ ثم ضرب الناتج في ٣ر٦ فنحصل على الزاوية المركزية التي تمثل هذا الجزء وفي المثال السابق تقسم الدائرة الأولى (٦١/ ٦٢) إلى ثلاثة أقسام بنسبة إنتاج البحار والبحيرات والنيل كما يلي: ـ

نسبة إنتاج البحار = $\frac{٦٥}{١٢٧}$ × ١٠٠ = ٢ر٥١٪

نسبة إنتاج البحيرات = $\frac{٦٥}{١٢٧}$ × ١٠٠ = ٣٧٪

نسبة إنتاج النيل = $\frac{١٥}{١٢٧}$ × ١٠٠ = ٨ر١١٪

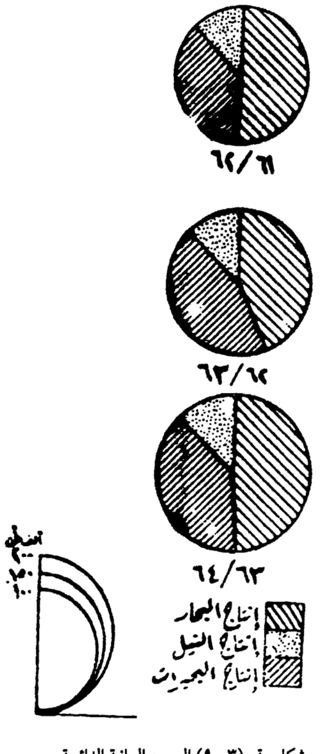
وتكون الزاوية المركزية لكل منها هي:
إنتاج البحار = ٢ر٥١ × ٦ر٣ = ١٨٤°
إنتاج البحيرات = ٣٧ × ٦ر٣ = ١٣٣°
إنتاج النيل = ٨ر١١ × ٦ر٣ = ٤٢°

وبالمثل حساب النسبة المئوية والزاوية المركزية للإنتاج المصايد في السنتين الأخيرتين كما في الجدول التالي:

| السنوات / إنتاج | ٦١/٦٢ | | ٦٢/٦٣ | | ٦٣/٦٤ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ٪ | الزاوية المركزية | ٪ | الزاوية المركزية | ٪ | الزاوية المركزية |
| إنتاج البحار | ٥١ر٢ | ١٨٤ | ٤٨ | ١٧٢ر٨ | ٤٨ر٦ | ١٧٥ |
| إنتاج البحيرات | ٣٧ | ١٣٣ | ٤٠ | ١٤٤ | ٣٨ر٩ | ١٤٠ |
| إنتاج النيل | ١١ر٨ | ٤٢ | ١٢ | ٤٣ر٢ | ١٢ر٥ | ٤٥ |
| المجموع | ١٠٠ | ٣٦٠ | ١٠٠ | ٣٦٠ | ١٠٠ | ٣٦٠ |

ولتسهيل المقارنة بين أجزاء الظاهرة خلال فترة السنوات الثلاث يجب أن تأخذ الضلع الرأسي المكون للربع الأول من الدائرة (الخط الواصل بين مركز الدائرة وبداية تقسيم الدائرة أو صفر التدريج) كخط أساسي سيبدأ منه قياس الزوايا المركزية بعد تجميعها تصاعدياً. (شكل رقم: ٣ ـ ٩).

وينطبق كل ما ذكرناه في طريقة رسم الدوائر البيانية على طريقة رسم المربعات، فكلاهما صالح لنفس الاستخدام لتمثيل البيانات. وتستخدم المربعات في الحالات التي يراد فيها التنويع وإظهار التأثيرات المتباينة لمختلف طرق التمثيل البياني.



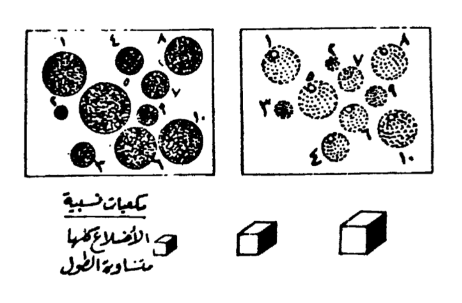

شكل رقم (٣ ـ ٩) الرسوم البيانية الدائرية

## ٤ ـ الرسوم البيانية الحجمية Three dimensional Graphs

إذا كانت البيانات المراد تمثيلها بيانياً ذات مدى عظيم جداً في القيم أو الكميات، فبدلاً من إدخال البعد الثاني (المساحية) للتغلب على مشكلة العظيمة التفاوت والاختلاف فإننا ندخل البعد الثالث الذي يترتب عليه استخدام رسوم بيانية حجمية تتناسب أحجامها مع مقدار الكميات التي تمثلها ومن أهم هذه الرسوم البيانية الكرات Spheres والمكعبات Cubes التي يقل استخدامها إلى حد كبير مثلها في ذلك مثل المربعات وعلى الرغم من مميزات هذا النوع من الرسوم البيانية فإن هناك بعض من المثالب التي يمكن إجمالها في: إن رسم الرسوم الحجمية ليس أمراً سهلاً بل يتطل جهداً وعملاً إضافياً حتى يبدو الشكل الحجمي واضحاً، أو بمعنى آخر أن نعطي الكرة أو الملعب الشكل الحجمي بإبعاده الثلاثة على سطح لوحة الرسم المستوى. وعلى الرغم من أن العلاقة بين أحجام الأشكال والكميات التي تمثلها صحيحة رياضياً إلا أنه ليس من السهل تقدير أحجام هذه الأشكال بمجرد النظر إليها عكس الأعمدة البيانية. كذلك وعلى عكس الرسوم الدائرية التي يمكن تقسيمها لبيان تفصيلات الظاهرة، إلا أن الرسوم الحجمية لا يمكن تقسيمها لتوضيح أي بيانات تفصيلية وهذا من أهم عيوب استخدام الأشكال الحجمية كالكرات والمكعبات.

وفي حالة استخدام الرسوم البيانية الحجمية الكرات والمكعبات لتمثيل كميات عظيمة التفاوت والاختلاف فإن حجم هذه الأشكال تتناسب مع مكعب نصف القطر (في حالة الكرات) أو مع مكعب طول الضلع (في حالة المكعبات) فالكرة الأكبر عشرة مرات من كرة أخرى سوف تمثل كمية أكبر ألف مرة $(١٠)^٣$ من الكمية التي تمثلها الكرة الأخرى. وكما هو متبع في طريقة رسم الدوائر البيانية، فإننا نستخرج أولاً الجذور التكعيبية للكميات، ونعتبر هذه الجذور التكعيبية أنصاف أقطار للدوائر التي سنعطيها شكل الكرات، أو نعتبرها طول ضلع المكعبات المراد رسمها. وفي حالة رسم الكرة نبدأ أولاً برسم دائرة عادية ثم

نعطيها الشكل الحجمي، أما أن نجعلها تمثل شكل «الكرة الأرضية» وذلك برسم شبكة رمزية من دوائر العرض وخطوط الطول فوق الدائرة المفرغة والتي ستبدد في النهاية على شكل كرة مجسمة، وأما أن نطمس كل مساحة الدائرة باللون الأسود مع ترك مساحة بيضاء في أعلى الكرة بحيث تبدو كالنور الساطع في أعلى الكرة شكل رقم (٣ ـ ١٠) أما المكعبات فهناك نوعان منها: نوع يبدو على شكل الدولاب وفيه يكون طول الجوانب مساوية لنصف طول الوجهة. والنوع الآخر يبدو متساوي الأضلاع والارتفاعات وتكون أطوال الجوانب والوجهة متساوية. ويعد أحسن شكل للمكعب هو الذي يكون فيه طول ضلع جوانبه ـــ طول ضلع واجهته، بحيث تميل هذه الجوانب من ٣٠ إلى ٥٠ من الخط الأفقي وتكون جوانب المكعب على يمين الناظر للرسم البياني.




(شكل رقم: ٣ ـ ١٠ أ) الرسوم البيانية الحجمية (الكرات والمكعبات)

وكمثال يمكن تمثيل عدد سكان كل من القاهرة والإسكندرية والجيزة (أكبر المدن المصرية) بالكرات والمكعبات كما هي الحال في الجدول التالي والشكل رقم (٣ ـ ١٠ ب).

عدد سكان أكبر المدن المصرية (١٩٦٦)

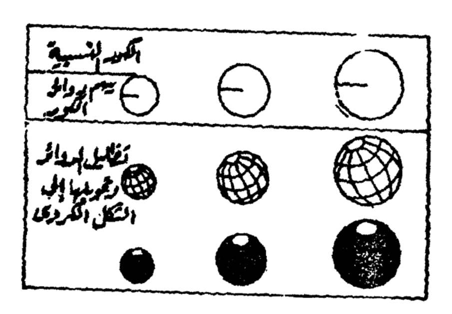
| عدد السكان المدينة | عدد السكان (بالآلاف) | الجذر التكعيبي | طول قطر الكرة أو ضلع المكعب | الجذر التكعيبي / ٢٠٠ |
|---|---|---|---|---|
| القاهرة | ٤٫٢٢٠ | ١٦١٫٦ | ٠٫٨ | سنتيمتر |
| الإسكندرية | ١٫٨٠١ | ١٢١٫٦٤ | ٠٫٦ | سنتيمتر |
| الجيزة | ٥٧٠ | ٨٢٫٩٧ | ٠٫٤ | سنتيمتر |

٥ ـ الرسوم البيانية المثلثية

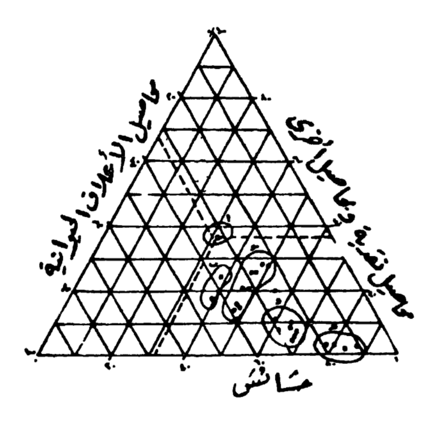
تستخدم الرسوم البيانية المثلثية في تمثيل البيانات النسبية الخاصة بثلاث ظاهرات مختلفة أو البيانات الأساسية الخاصة بثلاث ظاهرات مختلفة أو البيانات الأساسية الخاصة بثلاثة عناصر لظاهرة واحدة (مثل بيانات العمالة في المصانع، أنواع الحيوانات، أنواع المحاصيل، نباتات. . . تحليل التربة وبعض عياناتها) وذلك لمعرفة النسبة الغالبة بين الظاهرات أو الصفة السائدة بين عناصر الظاهرة بوجه عام.

وتقوم فكرة هذه الرسوم على أساس رسم مثلث متساوي الأضلاع يقسم كل ضلع منه إلى عشرة أقسام متساوية تستخدم كمقياس نسبي يبدأ من الصفر حتى

١٠٠٪ ويكون التقسيم في اتجاه عقرب الساعة أو بمعنى آخر أن يكون رقم ١٠٠ على أحد الأضلاع هو رقم الصفر للضلع المجاور والعكس مع رقم الصفر فيكون رقم ١٠٠ للضلع المجاور. وهكذا. . وبعد ذلك فصل بين كل رقم على أحد الأضلاع والرقم على الضلع المجاور ليكون مجموع هذين الرقمين ١٠٠ وبذلك نحصل على مجموعة من المثلثات الداخلية كل منها يشابه المقياس الكبير، ومنها نجد أن مجموع النسب لثلاثة عناصر إذ أضيفت لبعضها لنحصل على الرقم ١٠٠ يمكن تمثيله على الرسم البياني المثلثي بنقطة واحدة فقط. وفي عملية توقيع مكان هذه النقطة نبحث أولاً عن القيمة المراد تمثيلها على أحد الأضاع التي تمثل إحدى الظاهرات أو أحد العناصر ونمد منها خطاً يلتقي مع الخط الذي يعد من مكان القيمة الثابتة على أحد الضلعين الأخرين. ونقطة تلاقي الخطين هو موقع النقطة التي ستمثل الثلاث ظاهرات ويلتقي حتماً الخط الواصل من مكان القيمة الثالثة على الضلع الثالث إلى النقطة التي ستجمع الثلاث قيم في موضع واحد على الرسم (شكل رقم ٣ ـ ١١).



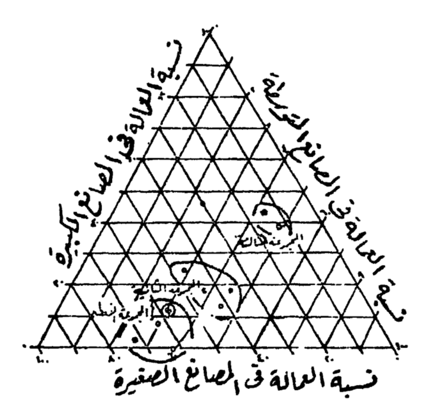

شكل رقم (٣ ـ ١٠ ب) الكرات النسبية




**شكل رقم (٣ - ١١) رسم بياني مثلثي يبين الاستخدام الغالب للأراضي الزراعية في السويد .**

ومن الأمثلة الشائعة لاستخدام هذه الرسوم ما يختص بتحليل التربة وعيناتها. فمثلاً إذا كانت لدينا مجموعة من عينات التربة وكان تحليلها على أساس النسب المئوية للعناصر الثلاثة الرئيسية التي تتألف منها وهي الرمل، الغرين، الصلصال وكان المطلوب تمثيلها بيانياً لمعرفة الصفة الغالبة للتربة بوجه عام كان من الممكن عندئذٍ استخدام هذا النوع من الرسوم البيانية وبالمثل يمكن استخدامه لبيان الحالة العامة لثلاث من أنواع الصناعات في مجموعة من المدن. ولهذه أهمية خاصة إذ أنه يمكن أن تتخذ كأساس لوضع تصنيف أو استخدام أنماط العديد من الظاهرات عن طريق تحديد بعض المساحات على الرسم والتي منها يمكن أن نعرف أي موقع للقيمة الثلاثية بالقرب من أحد أركان (نقط المثلث) يعني أن قيمة أحد العناصر (إحدى الظاهرات) لا بد أن تكون كبيرة جداً، بينما وقوع القيمة الثلاثية بالقرب من جوانب المثلث يشير إلى أن قيمة أحد العناصر (إحدى الظاهرات) لا بد أن تكون صغيرة جداً.

وكمثال تطبيقي يمكن سرده لبيان استخدام هذا النوع من الرسوم البيانية، استخدمت بيانات العمالة في ١١ مصنعاً رئيسياً بالسويد. وقسمت هذه المصانع حسب حجم العمالة المدربة بها (١٠٠ ـ ٥٠٠ عامل) إلى ثلاث فئات هي: مصانع صغيرة مصانع متوسطة الحجم، مصانع كبيرة، والشكل رقم (٣ ـ ١٢). يوضح التمثيل البيانات للفئات الثلاث من المصانع، ومنه يمكن أن نرى أن الصناعات السويدية يمكن أن تصنف إلى ثلاث مجموعات (بدون الصناعات الهندسية والحديدية التي تقف كمجموعة بمفردها). المجموعة الأولى تشتمل على التحجير، الطباعة، الأعمال الخشبية، الصناعات الغذائية والمشروبات. وصناعات هذه المجموعة تقوم بالتدريب فيها المصانع الصغيرة، بينما لا توجد المصانع الكبيرة في مجال صناعات هذه المجموعة. والمجموعة الثانية تشمل الصناعات الجلدية، الغاز. المياه والكهرباء، الصناعات الكيميائية، والنسيج. وهي صناعات لا يتعادل التدريب في إنتاجها من الأنواع الثلاثة من المصانع حيث نجد أن هناك نسبة عمالة مدربة صغيرة للمصنع الكبيرة بينما تتعادل تقريباً نسبة العمال التي




**شكل رقم (٣ ـ ١٢) رسم بياني مثلثي لتحديد فئات المصانع ونسبة العمال بها لعدد ١١ مصنعاً بالسويد**

تدربها المصانع المتوسطة الحجم والمصانع الصغيرة التي تهتم بأنشطة المجموعة الصناعية الثانية. أما المجموعة الثالثة فهي الصناعات التعدينية، تصنيع الورق، وهذه تتساوى فيها نسبة العمالة المدربة تقريباً في المصانع الكبيرة والمتوسطة الحجم، بينما تقل نسسبة العمالة المدربة كثيراً لإنتاج صناعات هذه المجموعة في المصانع الصغيرة الحجم.

### ٦ ـ أهرامات السكان Phpulation Pyramids

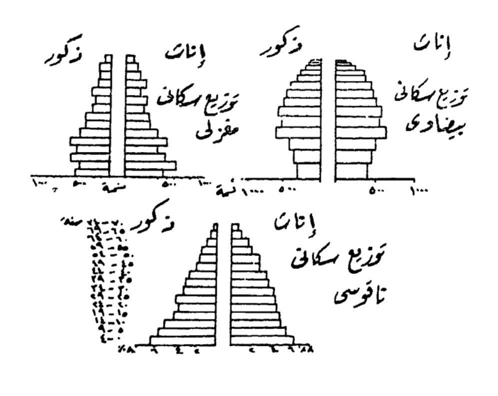
تستخدم الأهرامات السكانية كأحد طرق التمثيل البياني للبيانات الديموجرافية وبصفة خاصة لبيانات التركيب النوعي والعمري للسكان، حيث يجمع الهرم السكاني نسب كل من الذكور والإناث إلى العدد الكلي للسكان للفئات العمرية المختلفة. والهرم السكاني عبارة عن أعمدة بيانية أفقية ترسم على محورين أفقين أحدهما يمثل أعداد (أو نسب السكان الذكور) والآخر يمثل أعداد (أو نسب الإناث)، أما المحور الرأسي لها فهو يمثل فئات العمر كل منهما. ويجب أن تقسم المحاور الأفقية بنفس المقياس سواء للذكور أو الإناث.

ومن المفيد استخدام هذا الأسلوب من التمثيل البياني في معرفة الخصائص وتشخيص الاتجاهات للمجتمعات السكانية وكذلك عمل المقارنات عن حالة السكان لأكثر من أقليم أو دولة وإظهار الصفات العامة للسكان باستخدام التعدادات السكانية لأقليم أو دولة. وهناك عدة أنواع من أهرامات السكان نوجزها فيما يلي: ـ

#### أ ـ الهرم السكاني البسيط

وتقوم فكرة على الأساس السابق شرحه لإنشاء ورسم الهرم السكاني ويستخدم هذا النوع لبيان الصفات العامة لسكان دولة أو أقليم معين. ومن المعروف لدى علماء الديموجرافيا أن لكل دولة هرم سكاني يميز تركيبها السكاني من حيث النوع والعمر لتعداد معين. وبناء على ذلك فإن أشكال الأهرامات السكانية ستختلف باختلاف التركيب النوعي والعمري للسكان بين البلاد المختلفة وهذا الاختلاف هو الذي يبرز المميزات ويؤكد الاتجاهات السكانية التي بالتالي تعطي صورة واضحة عن التركيب العمري والنوع للمجتمعات السكانية لهذه الدول (شكل رقم ٣ ـ ١٣)، فمثلاً إذا كان الهرم السكاني يأخذ الشكل المغزلي المقلوب فإن ذلك يدل على أن المجتمع الذي يمثله يتميز بتعادل معدلات المواليد والوفيات

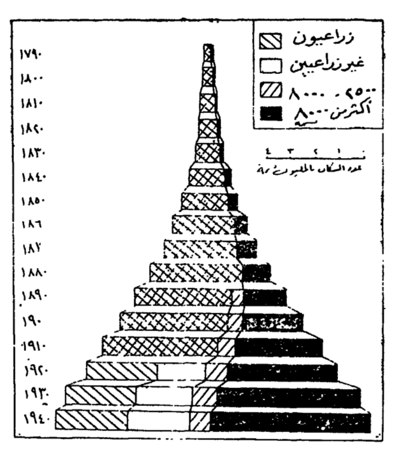
فيه. وإذا كان الهرم السكاني يأخذ الشكل البيضاوي من أعلى (أي في الفئات ذات الأعمار الكبيرة) وليس من عند القاعدة (أي في الفئات ذات الأعمار الصغيرة) فإنه يدل على أن المجتمع الذي يمثله مجتمعاً مسناً. ويستنتج ذلك من انخفاض نسبة الأطفال (ذكور وإناث) وزيادة نسبة المسنين (للذكور والإناث). أما إذا كان الهرم السكاني يتخذ شكلاً قريب من شكل الناقوس (الجرس) حيث تكون قاعدته عريضة ومحدب بلطف فإن ذلك يدل على ارتفاع معدلات الحضرية.




شكل رقم (٣ ـ ١٣) الأهرامات البيانية البسيطة

ب ـ الأهرامات السكانية المركبة **Compound Pyramids**

وتقوم فكرة هذا النوع من الأهرامات السكانية على أساس تمثيل التركيب النوعي أو العمري للسكان بأعمدة طول كل عمود يتناسب مع العدد الكلي للسكان لكل تعداد من التعدادات وبعد ذلك يقسم العمود (مثل طريقة الأعمدة المركبة) إلى أقسام الظاهرة الفرعية كان يقسم مثلاً إلى سكان الريف والحضر لكل تعداد. ففي الشكل رقم (٣ ـ ١٤) يمكن ملاحظة أنه خلال الفترة عن ١٧٩٠ إلى ١٨٨٠ كان هناك فئتين فقط بالإضافة إلى فئة من سكان يزيدون على ٨٠٠٠ نسمة والتي يمكن أن نعتبرها معبرة عن سكان الحضر. أما في الفترة من ١٨٩٠ إلى ١٩١٠ فإننا نلاحظ ثلاث تقسيمات عندما أدخلت فئة السكان أكثر من ٢٥٠٠ نسمة وأخيراً



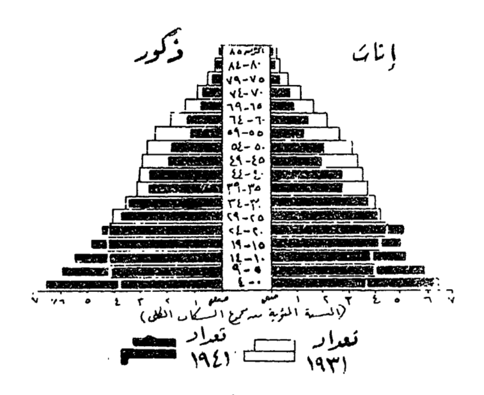

شكل رقم (٣ ـ ١٤): الهرم البياني المركب

فإنه من سنة ١٩٢٠ حتى ١٩٤٠ فإن أعمدة الهرم قد ارتفع عدد تقسيماتها الداخلية لتضم فئتين للمناطق الريفية الزراعية Rural Farm والمناطق الريفية غير الزراعية Rural Nonfarm.

### جـ ـ الأهرامات السكانية المنطبعة Superimposed Pyramids

ويستخدم هذا النوع من الأهرامات لتمثيل بيانات التركيب النوعي والعمري في مكان ما لعدة تعدادات مختلفة وذلك بقصد المقارنة بين سكان كل تعداد وآخر، كما يمكن استخدام هذه الطريقة لمقارنة حالة السكان من حيث التركيب العمري والنوعي لسكانين للوقوف على مدى اختلاف توزيع السكان في أحدهما عن الآخرة.

وفي الحالتين يمكن رسم هرم سكاني بسيط بالطريقة السابقة ذكر وإعطائه لوناً أو ظلاً معيناً. ثم يرسم بعد ذلك هرماً بسيطاً أيضاً للسكان بنفس مقاييس الرسم المختلفة على الهرم السكاني الأول فيبدو وكأنه منطبعاً عليه (شكل رقم ٣ ـ ١٥).



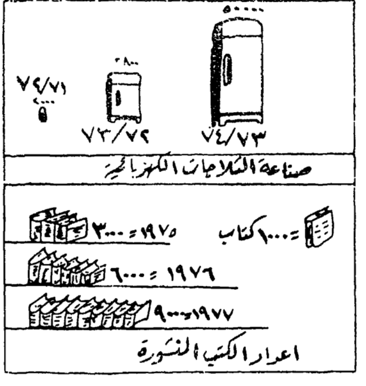

شكل رقم (٣ ـ ١٥) الأهرامات المنطبعة

## ثانياً: طريقة التمثيل البياني بالرسوم التصويرية

تعتبر طريقة الرسوم البيانية التصويرية من أحسن وسائل الإيضاح وأكثرها جاذبية في التعبير عن تغير وتطور الظواهر. وتقوم فكرة هذه الطريقة على أساس إعطاء وحدات قياس الظاهرة أشكالاً تصويرية. فمثلاً عدد السكان يمكن أن يمثله برسم عدد من الأشخاص يمثل الشخص الواحد عدد مليون نسمة، أو عدد الثلاجات لأحد مصانع الثلاجات يمكن تمثيله برسم عدد من الثلاجات كل واحدة منها يمثل عشرة أو ما له ثلاجة، وكذلك عدد الكتب التي تصدرها إحدى دور النشر تصور بكتاب لكل عدد معين من هذه الكتب، كما أن عدد قراء إحدى الصحف اليومية يصور على أساس قارىء لكل عدد معين من الأعداد الصادرة (شكل رقم ٣ ـ ١٦). وفي كل الحالات السابقة يجب مراعاة الدقة في الرسم على أساس الحصول على عدد من الرسوم التوضيحية أو الرموز تشابه تماماً الظاهرة المراد تمثيلها. وعند تحديد عدد الوحدات من الظاهرة والتي تمثلها الشكل المختار فإنه يجب تحديد هذا العدد في ضوء أكبر وأصغر قيم في البيانات وكذلك في ضوء مساحة اللوحة المخصصة للرسم. ويمكن كذلك تكبير أو تصغير الوحدة التي تمثل الظاهرة ويراعى أن يكون هذا التكبير والتصغير على أساس مقياس الرسم لعدد المرات التي تساويها الوحدة الصغيرة. أما كسور القيم فيمكن تمثيلها برموز أو أشكال غير كاملة.

ويعاب على هذه الطريقة رغم أنها تشد أنظار الشخص العادي في التعرف على طبيعة الظاهرة من حيث تطورها وتغيرها إلا أنها لا تعطي فكرة دقيقة عن قيم الظاهرة حيث أنه نضطر إلى تقريب القيم إلى أقرب عشرة أو مائة أو ألف حتى يمكن التخلص من الكسور الصغيرة والتي لا يمكن أن نعطي لها شكلاً أو رمزاً. فمثلاً القيمة ٦٠٠ كتاب من الصعب تمثيلها تصويرياً برمز أو شكل متكامل إذا كان الأخير يمثل ١٠٠٠ كتاب مثلاً. كذلك لا تلائم هذه الطريقة تمثيل البيانات التي تتميز بتباين مفردات قيمها وأيضاً لا تعطي هذه الطريقة فكرة حقيقية واضحة عن حقيقة المقارنة بين هذه الوحدات.



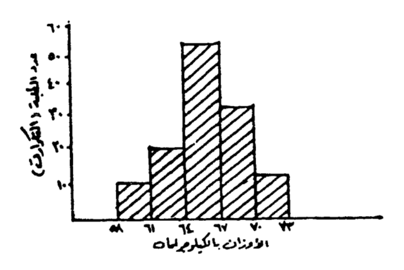

شكل رقم (٣ ـ ١٦) الرسوم البيانية التصويرية

## طرق العرض البياني للبيانات التكرارية (المبوبة)

تمثل بيانات التوزيعات المبوبة (التكرارية) بعدة طرق بيانية مختلفة أهمها: المدرج التكراري، الضلع التكراري والمنحنى التكراري.

### ١ ـ المدرج التكراري Histogram

يتكون المدرج التكراري من مجموعة من المستطيلات المتلاصفة التي تكون قاعدتها على المحور الأفقي (محور السنات) وطول هذه القاعدة يساوي طول الفئة، كما تتناسب مساحة كل مستطيع مع التكرار المناظر لكل فئة على المحور الرأسي (شكل رقم ٣ ـ ١٧).




شكل رقم (٣ ـ ١٧) هيستوجرام يبين توزيع أوزان الطلبة

وإذا كانت الفئات كلها لها نفس الطول، فإنه من المعتاد أن تأخذ الارتفاعات مساوية لتكرارات الفئات. أما إذا كانت الفئات غير متساوية الطول فإن هذه الأطوال يجب أن تعدل قبل رسم المدرج التكراري. وذلك بقسمة تكرار كل فئة على طول هذه الفئة وبذلك نحصل على التكرار المعدل ثم ننشىء المدرج

التكراري برسم عدد من المستطيلات قاعدتها تمثل أطوال الفئات (غير متساوية) على المحور الأفقي وارتفاعاتها هي التكرارات المعدلة. وفي هذه الحالة تتناسب مساحة كل مستطيل مع التكرارات المعتدلة المناظرة لكل فئة.

ومن الواضح أن المدرج التكراري يصلح لتمثيل المتغيرات المتصلة ولا يصلح لتمثيل المتغيرات غير المتصلة (الوثابة).

### المضلع التكراري Frequency Polygon

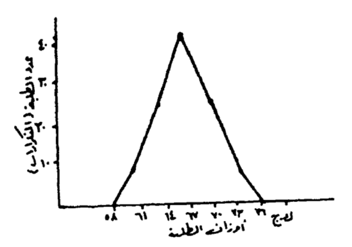
يمكن اعتبار إنشاء المدرج التكراري بالطريقة التي ذكرناها سابقاً خطوة من خطوات رسم المضلع التكراري للتوزيع التكراري. وتعتمد فكرة إنشاء المضلع التكراري على فكرة التمثيل البياني من خلال الخط البياني حيث تبين فقط التمثيل تكرار الفئة المقابلة لمركز الفئة. ويرسم المضلع التكراري بإيصال نقط تنصيف رؤوس المستطيلات المكونة للمدرج التكراري بمجموعة من الأضلاع كل ضلع بين مركز فئة ما ومركز الفئة التالية مباشرة، وحتى يمكن قفل شكل المضلع التكراري وتحديد مساحته فإننا نفترض وجود فئتين قبل الفئة الأولى وبعد الفئة الأخيرة والتكرار المناظر لكل منها يساوي صفر، ثم يتم توصيلهما بأضلاع مع مركز الفئة الأولى والأخيرة فنحصل بذلك على شكل كامل للمضلع التكراري.

وفكرة استخدام مركز الفئة أو منتصفها في رسم المضلع التكراري يعتمد على افتراض تركز القيم عند متوسطها الحسابي حيث أن مركز الفئة يساوي:

$$\frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

ويتميز المضلع التكراري بأن المساحة المحصورة تحت المضلع هي نفسها المساحة المحصورة تحت المدرج التكراري، ولكنه يكون أكثر دقة من المدرج التكراري من حيث إعطائه صورة أكثر واقعية لاتجاهات وخصائص التوزيع. ويعتبر المضلع التكراري من أنسب الطرق البيانية لتمثيل أكثر من توزيع واحد من

التوزيعات التكرارية مثلاً. والشكل التالي يوضح المضلع التكراري لأوزان الطلبة (جدول رقم: ٣ ـ ٤).



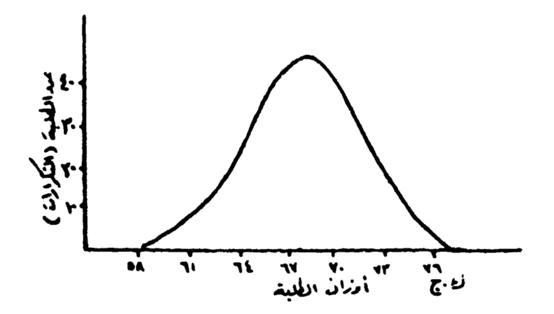

شكل رقم (٣ ـ ١٨) المضلع التكراري لأوزان الطلاب

## المنحنى التكراري Frequency Curve

يمكن تمثيل التوزيعات التكرارية بطريقة أخرى تظهر في شكل هندسي واضح وذلك برسم المنحنى التكراري للتوزيع والذي نحصل عليه من خلال رسم المضلع التكراري أولاً وتمهيد خطوط المضلع المنكسرة.

ولرسم المنحنى التكراري نعين مراكز الفئات على حب التكرارات المناظرة ونوقع نقط المضلع التكراري ونمهد الخطوط المنكسرة بين هذه النقط باليد (توجد طرقاً رياضية لتكوين المنحنى التكراري تجعل المساحة تحت المنحنى مساوية

للمساحة تحت المضلع التكراري). بحيث يمر المنحنى بأغلبية رؤوس المضلع التكراري.




شكل رقم (٣ ـ ١٩) المنحنى التكراري لأوزان الطلاب

وفي الواقع كلما كان حجم التوزيع التكراري كبيراً وأطوال الفئات المستخدمة في التوزيع قصيرة كلما أدى ذلك إلى التوصل إلى منحنى تكراري أكثر دقة في تحديد خصائص واتجاهات التوزيع مما لو كان التوزيع صغير الحجم وطول الفئة كبيرًا.

ونظـراً لأن المنحنى التكراري يمكـن رسمه من نقط المضلـع التكـراري، لذا فإن شكل المنحنى يتوقف على توزيع البيانات، ومن المنطقي أن نتوقع وجود عدد كبيـر من الأشكال المختلفـة للمنحنيات التكراريـة إلا أنه يمكـن حصر أشكـال المنحنيـات التي تقابلنـا عادة في التحليـل الإحصائي للبيانـات فيما يلـي:ـ

١ ـ المنحنى التكراري المتماثل ذو الشكل الناقوسي الذي يتميز بأن المشاهدات المتساوية البعد عن مركز النهاية العظمى لها نفس التكرارات، ومن الأمثلة الهامة له المنحنى المعتدل.

٢ ـ المنحنيات التكرارية الملتويـة والتي تتميز بـأن أحد طرفيهـا يمتد أكثر مـن الآخـر على جانبي مركز النهايـة العظمى إذا كان الطـرف الأيمن أطـول فيكـون المنحنـى في هذه الحالة ملتوياً إلـى اليمين أو ملتوياً التواء موجباً، بينما لو كان العكس صحيحـاً بأن المنحنى يكون ملتوياً إلى اليسار أو ملتوياً التواء سالباً.

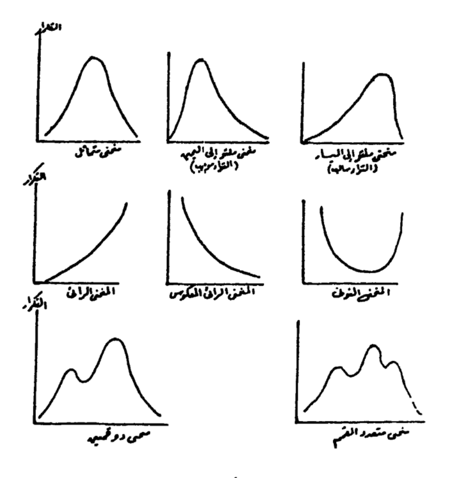
٣ ـ المنحنيات ذات الشكل الرائي أو الشكل الرائي المعكوس وفيها تقع نقطة النهاية العظمى للمنحنى عند أحد طرفي المنحنى.

٤ ـ المنحنى النوني الذي يتميز بأن له نهاية عظمى عند كل من طرفيه.

٥ ـ المنحنى ذو القمتين الذي يتميز بأن له نهايتان عظميتان.

٦ ـ المنحنى متعدد القمم والذي له أكثر من نهايتين عظميتين.

والشكل التالي يوضح أنواع المنحنيات السابقة:



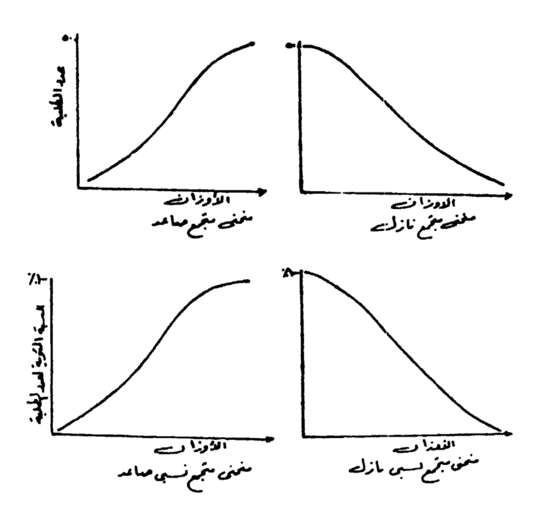

شكل رقم (٣ ـ ٢٠) أشكال المنحنيات البيانية

وإلى جانب هذه الأنواع من المنحنيات التكرارية هناك أيضاً منحنيات بيانية تمثل جداول التوزيعات التكرارية المتجمعة.

وقد سبق أن أوضحنا كيفية عمل الجداول التكرارات المتجمعة، الصاعدة أو النازلة، ولتمثيل هذه الجداول التكرارية بمنحنى يمكن رسم منحنى متجمع صاعد وكذلك منحنى متجمع نازل. ففي الحالة الأولى تؤخذ الحدود العليا للفئات على

المحور الأفقي والتكرارات المتجمعة على المحور الرأسي وتوقع النقط حسب إحداثيها الأفقي والرأسي ونصل بينها بمنحنى ممهد فنحصل على المنحنى المتجمع الصاعد، لأن التكرارات المتراكمة تكون في تزايد، أما في الحالة الثانية تؤخذ الحدود الدنيا للفئات الأولية على المحور الأفقي والتكرارات المتجمعة النازلة على المحور الرأسي ثم نصل بين النقط بمنحنى ممهد فنحصل على المنحنى المتجمع النازل.

والأشكال الآتية تبين المنحنيات المتجمعة والنسبية.




شكل رقم (٣ ـ ٢١) المنحنيات المتجمعة المطلقة والنسبية

# الفصل الرابع
# مقاييس النزعة المركزية
## Measures of Central Tendency

يطلق على مقاييس النزعة المركزية في بعض الأحيان اسم مقاييس المتوسطات Averages أو مقاييس الوضع Location Measures والمقصود بالنزعة المركزية هو نزعة المفردات للتركز حول قيمة متوسطة أو قيمة نموذجية تمثل مجموعة من البيانات. وحيث أن مثل هذه القيمة النموذجية تميل إلى الوقوع في المركز داخل مجموعة بيانات مرتبة حسب قيمتها فقد اتخذت كأساس للوصف الكمي لمعالم المجتمع الإحصائي الذي تشكله هذه البيانات. ويمكن أن نعرف صوراً عديدة لمقاييس النزعة المركزية وإن كان من أكثرهما شيوعاً: المتوسط الحسابي الوسيط، المنوال، المتوسط الهندسي والمتوسط التوافقي ـ وكل مقياس هذه المقاييس له مميزاته وعيوبه وهذا يعتمد على البيانات والهدف من استخدامه.

### أولاً: المتوسط الحسابي Arithmatic Mean

يعتبر المتوسط الحسابي أبسط مقاييس النزعة المركزية وأسهلها حساباً وأكثرها دقة وتداولاً. ويمكن تعريف المتوسط الحسابي على أساس أنه القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة من مفردات القيم لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية. كما يعرف المتوسط الحسابي (حسابياً) على أساس أنه

القيمة الناتجة من جمع قيم المفردات كلها مقسوماً على عدد المفردات. فمثلاً لو كان لدينا مجموعة (ن) من القيم $س_١$، $س_٢$، $س_٣$. . . إلخ فإن متوسطها الحسابي والذي يرمز له ($\bar{س}$) يمكن حسابه كالآتي: ـ

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{س_١ + س_٢ + س_٣ . . \text{ إلخ}}{ن} \text{ أو } = \frac{\text{مجـ}\, س}{ن}$$

والمعادلة الجبرية السابقة يمكن تطبيقها في كل الحالات التي تكون فيها البيانات ذات قيم مفردة.

**مثال: ـ**

من خلال فترة ٢٠ سنة الموضحة بالجدول الآتي:

تجري الخطوات الآتية: ـ

١ ـ تجمع عدد الإصابات (س) العشرين لكل مجمع صناعي على حدة.

٢ ـ يقسم المجموع الكلي على عدد السنين (ن) لكل من المجمعين.

جدول رقم (٤ ـ ١) عدد إصابات العمل
في مجمعين صناعيين في الفترة
من ١٩٥٣ ـ ١٩٧٢

| السنة | المجمع الصناعي الأول | المجمع الصناعي الثاني |
|---|---|---|
| ١٩٥٣ | ١٠٨ | ١٠٦ |
| ١٩٥٤ | ١٦٥ | ١٣٨ |
| ١٩٥٥ | ٧٩ | ١٢٥ |
| ١٩٥٦ | ٧٧ | ١٠٣ |
| ١٩٥٧ | ١٣٢ | ١٢٨ |
| ١٩٥٨ | ٩٩ | ١٣٢ |
| ١٩٥٩ | ٨٥ | ١١٨ |
| ١٩٦٠ | ١٠٠ | ١١٧ |
| ١٩٦١ | ٦٨ | ١٢٠ |
| ١٩٦٢ | ١٢٣ | ١١٤ |
| ١٩٦٣ | ١٢٩ | ١٣٠ |
| ١٩٦٤ | ٧٩ | ١٠٤ |
| ١٩٦٥ | ١٨٠ | ١٤٤ |
| ١٩٦٦ | ٩٢ | ١٠٨ |
| ١٩٦٧ | ١٠٥ | ١٥٢ |
| ١٩٦٨ | ٩٩ | ١١٩ |
| ١٩٦٩ | ١٦٨ | ١٣٥ |
| ١٩٧٠ | ٢١٩ | ١٥٥ |
| ١٩٧١ | ١٣٥ | ١٣٤ |
| ١٩٧٢ | ١٥٠ | ١١٦ |
| المجموع | ٢٣٩٢ | ٢٤٩٨ |

وعلى ذلك يكون المتوسط الحسابي للإصابة في س.

مجمع صناعي هو:

$$\text{المجتمع الأول } \bar{س}_{1} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٢٣٩٢}{٢٠} = ١١٩{,}٦ \text{ إصابة}$$

$$\text{المجتمع الثاني } \bar{س}_{2} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٢٤٩٨}{٢٠} = ١٢٤{,}٩ \text{ إصابة}$$

وهذا معناه أنه على الرغم من اختلاف عدد إصابات العمل من مجمع صناعي لآخر إلا أنه يوجد اتجاه عام للإصابة وهو أن متوسط عدد المصابين خلال فترة العشرين عاماً هي ١٢٠ إصابة قريباً في المجمع الأول، ١٢٥ إصابة تقريباً في المجمع الثاني.

على أنه لتسهيل واختصار العمليات الحسابية لإيجاد المتوسط الحسابي لعدد كبير من القيم يمكن اختيار وسط فرضي من بين مفردات القيم المعطاة وطرحه من هذه القيم ثم إضافته إلى متوسط انحرافات القيم عنه وعلى ذلك يكون حساب الوسط الحسابي كما يلي:

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{الوسط الفرضي+مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي}}{\text{عـدد القيـم}}$$

أو

$$\bar{س} = أ + \frac{(س_{1} - أ) + (س_{2} - أ) + (س_{3} - أ)}{ن} \quad \ldots \quad \text{إلخ}$$

$$\bar{س} = أ + \frac{مجـ (س - أ)}{ن} \quad أو \quad \bar{س} = أ + \frac{مجـ ح}{ن}$$

حيث أ = الوسط الفرضي.

ح = الانحرافات عن الوسط الفرضي

**مثـال:**

أوجد المتوسط الحسابي للإحصائية السابقة (جدول رقم ٣ ـ ١) بطريقة الوسط الفرضي ويجب أن نحصل على نفس قيمة المتوسط الحسابي التي حصلنا عليها بالطريقة الأولى.

ولا يختلف حاصل المتوسط الحسابي إذا كانت القيم تحدث بتكرارات غير أنه في حالة التوزيعات التكرارية يجب ضرب كل قيمة في تكرارها المناظر حتى نحصل على مجموع القيم وقسمتها على المجموع الكلي للتكرارات. ولنفرض أن لدينا توزيعاً تكرارياً يشتمل على:

القيمة: $س_١، س_٢، س_٣، س_٤ \ldots س$ المجموع

التكرار: $ك_١، ك_٢، ك_٣، ك_٤ \ldots ك$ مجـ ك

$$ويكون\ متوسطه\ الحسابي\ هو = \frac{مجموع\ (القيمة \times التكرار)}{مجموع\ التكرارات}$$

$$= \frac{س_١ ك_١ + س_١ ك_٢ + س_٣ ك_٣ + ٤ ك_٤ + \ldots + س_ن ك_ن}{ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤ \ldots ك_ن}$$

$$= \frac{مجـ\ س\ ك}{مجـ\ ك}$$

**مثـال:**

الجدول الآتي يبين توزيع حجم ٢٠ أسرة والمطلوب إيجاد متوسط حجم هذه الأسرة.

| حجم الأسرة: | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٢ | ٤ | ٣ | ٤ | ٢ | ٢ | ١ | ٢ |

ولإيجاد المتوسط الحسابي لهذا التوزيع التكراري نتبع الخطوات الآتية:

١ ـ ضرب القيم في تكراراتها المناظرة لها ثم جمعها.

٢ ـ قسمة حاصل الجمع على مجموع التكرارات.

ويكون بوضع البيانات في صورة جدول كما يلي:

| حجم الأسرة (س) | عدد الأسر (ك) | (س ك) |
|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ |
| ٢ | ٤ | ٨ |
| ٣ | ٣ | ٩ |
| ٤ | ٤ | ١٦ |
| ٥ | ٢ | ١٠ |
| ٦ | ٢ | ١٢ |
| ٧ | ١ | ٧ |
| ٧ | ١ | ٧ |
| ٩ | ٢ | ١٨ |
| المجموع | ٢٠ | ٨٢ |

$$\therefore \text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{82}{20} = 4{,}1$$

ولتبسيط عملية حساب يمكن أن نستخدم وسط فرضي ونوجد انحرافات القيم عن هذا الوسط (أي نطرح الوسط الفرضي من كل قيمة) ثم نضرب الانحرافات في التكرارات المناظرة وأخيراً يأخذ متوسط مجموع الانحرافات ويضاف على الوسط الفرضي فنحصل بذلك على المتوسط الحسابي وعلى ذلك فإن:

المتوسط الحسابي:

$$(\bar{\text{س}}) = \text{أ} + \frac{(\text{س}_1 - \text{أ})\,\text{ك}_1 + (\text{س}_2 - \text{أ})\,\text{ك}_2 + (\text{س}_3 - \text{أ})\,\text{ك}_3 \cdots\cdots + (\text{س}_\text{ن} - \text{أ})\,\text{ك}_\text{ن}}{\text{ك}_1 \cdot \text{ك}_2 + \text{ك}_3 + \cdots\cdots + \text{ك}_\text{ن}}$$

$$\text{أ} + \left( \frac{\text{مجـ} \;(\text{س} - \text{أ})\;\text{ك}}{\text{مجـ} \;\text{ك}} \right)$$

حيث أ = الوسط الفرضي.

وبالتعويض ( س ـ أ) = ح فإن:

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \left( \frac{\text{مجـ} \;\text{ح}\;\text{ك}}{\text{مجـ} \;\text{ك}} \right)$$

فإذا اعتبرنا أن الوسط الفرضي هو القيمة (٤) فإنه يمكن الحصول على الجدول الآتي:

| (س) | (ك) | (ح) | (ح ك) |
|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ـ | ٦ـ |
| ٢ | ٤ | ٢ـ | ٨ـ |
| ٣ | ٣ | ١ـ | ١٧ـ ٣ـ |
| ٤ | ٤ | صفر | صفر |
| ٥ | ٢ | ١ | ٢ |
| ٦ | ٢ | ٢ | ٤ |
| ٧ | ١ | ٣ | ١٩ + ٣ |
| ٩ | ٢ | ٥ | ١٠ |
| المجموع | ٢٠ | | ٢ |

أي أن المتوسط الحسابي = الوسط الفرضي + $\frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}}$

$$= ٤ + \frac{٢}{٢٠}$$

= ٤ + ١ر = ١ر٤ وهي نفس النتيجة السابقة

وكما ذكرنا فإنه لاختصار عدد كبير من القيم فإننا نحولها إلى فئات ونسجل عدد القيم (التكرارات) في كل فئة فنحصل على جدول تكراري. ولا شك أي حساب المتوسط الحسابي من مثل هذا الجدول يكون أسهل وأسرع عن جمع عدد القيم كلها. ولما كان المتوسط الحسابي يعتمد في قياسه على مجموع القيم فإن وجود القيم في شكل فئات ينفي حقيقة القيم ويظهرها في شكل مقادير تنحصر بين حدي الفئة مما يجعل من الصعب تحديد مجموع القيم تحديداً دقيقاً. لذلك فإننا نفترض للحصول على حقيقة القيم أن كل عدد معين من التكرارات يحدث في منتصف الفئة أو أن القيم

تتركز في مركز فئاتها. وعلى ذلك فإن الخطوة الأولى في حساب المتوسط الحسابي من توزيع تكراري (حسب الفئات) هي إيجاد مراكز فئات التوزيع كما يلي:

$$\text{مركز الفئة (س)} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة}}{٢}$$

وبتحويل الفئات إلى مراكز الفئات (س) فإننا نعتبر الأخيرة هي القيم التي نريد إيجاد متوسطها الحسابي علماً بأن لكل منها تكرار معيناً (مجموع القيم يساوي مجموع التكرارات كلها) وبذلك تكون خطوات العمل كما يلي:

(١) تحديد مراكز الفئات (س).

(٢) اختيار وسط فرضي ( أ ) من بين مراكز الفئات أو يستحسن أن يكون مركز الفئة التي تقابل أكبر تكرار.

(٣) حساب انحرافات مراكز الفئات (ح) عن الوسط الفرضي ( أ ) أي ح = س ـ أ.

(٤) ضرب كل انحراف في التكرار المناظر له (ح × ك) ثم إيجاد مجموع حاصل الضرب مجـ (ح ك).

(٥) قسمة المجموع الناتج في الخطوة ٤ على مجموع التكرارات

$$= \frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}}.$$

(٦) إضافة ناتج خارج القسمة إلى الوسط الفرضي ( أ ) فنحصل على الوسط الحسابي المطلوب ($\bar{\text{س}}$).

(٧) يمكن أن تقسم الانحرافات (خطوة ٣) على طول الفئة (ل) إذا كان التوزيع منتظماً في فئاته فنحصل على $\frac{\text{ح}}{\text{ل}}$ ويكون المتوسط الحسابي في هذه الحالة هو:

$$\bar{س} = أ + \left(\frac{\text{مجـ ح} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}\right) \times \text{طول الفئة}$$

والمثال التالي يوضح كيفية حساب الوسط الحسابي لتوزيع تكراري.

**جدول رقم (٤ ـ ٢)**

**توزيع الأجر بالجنيه في الشهر لعدد الموظفين الإداريين بأحد المصانع**

| الفئات الأجر بالجنيه | التكرار عـدد الموظفين | مركز الفئات (س) | الانحراف عن الوسط الفرضي (ح) / ل | الانحراف × التكرار (ح × ك) / ل | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ ـ ١٠ | ١ | ٥ر٥ | -٦ | -٦ | |
| ١١ ـ ٢٠ | ٣ | ١٥ر٥ | -٥ | -١٥ | |
| ٢١ ـ ٢٠ | ٤ | ٢٥ر٥ | -٤ | -١٦ | |
| ٣١ ـ ٤٠ | ٦ | ٣٥ر٥ | -٣ | -١٨ | -٨٢ |
| ٤١ ـ ٥٠ | ٩ | ٤٥ر٥ | -٢ | -١٨ | |
| ٥١ ـ ٦٠ | ٩ | ٥٥ر٥ | -١ | -٩ | |
| ٦١ ـ ٧٠ | ١٠ | ٦٥ر٥ | صفر | صفر | |
| ٧١ ـ ٨٠ | ٩ | ٧٥ر٥ | ١ | ٩ | |
| ٨١ ـ ٩٠ | ٦ | ٨٥ر٥ | ٢ | ١٢ | |
| ٩١ ـ ١٠٠ | ٨ | ٩٥ر٥ | ٣ | ٢٤ | |
| ١٠١ ـ ١١٢ | ٣ | ١٠٥ر٥ | ٤ | ١٢ | |
| ١١١ ـ ١٢٠ | ٢ | ١١٥ر٥ | ٥ | ١٠ | |
| ١٢١ ـ ١٣٠ | ٢ | ١٣٥ر٥ | ٦ | ١٢ | |
| ١٣١ ـ ١٤٠ | ١ | ١٣٥ر٥ | ٧ | ٧ | +٩٤ |
| ١٤١ ـ ١٥٠ | ١ | ١٤٥ر٥ | ٨ | ٨ | |
| **المجموع** | ٧٤ | | | ١٢ | |

وبإتباع الخطوات السابقة لإيجاد المتوسط الحسابي نلاحظ الآتي:

الوسط الفرضي للتوزيع = ٦٥٫٥

مجموع التكرارات = ٧٤

مجموع الانحراف عن الوسط الفرضي = ١٢

وحيث أن المتوسط الحسابي يمكن إيجاده (إذا استخدمنا طول الفئة ل كعامل مشترك).

$$\bar{س} = أ + ( \frac{مجـ ل/ح \times ك}{مجـ ك} \times ل)$$

وبالتعويض من حساب الجدول.

$$\bar{س} = ٦٥٫٥ + ( \frac{١٢}{٧٤} \times ١٠ )$$

$$= ٦٥٫٥ + ١٫٦٢$$

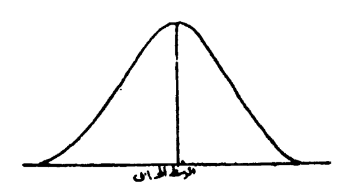
$$= ٦٧٫١٢$$

**مميزات وعيوب استخدام المتوسط الحسابي**

يتميز المتوسط الحسابي بسهولة حسابه، إذ أنه يعتمد على كل القيم دون ما إهمال لإحداها أو بعضها، وخضوعه للعمليات الجبرية. وعند تطبيق مقياس المتوسط الحسابي في التوزيعات التكرارية فإن مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفراً، كما أن مجموع مربعات القيم عن متوسطها الحسابي يقل عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن أي قيمة أخرى في التوزيع وهذه خاصة هامة ستستخدم في حساب مقاييس التشتت أما إذا كانت لدينا عدداً من أرقام مزدوجة لظاهرتين مستقلتين فإن المتوسط الحسابي لمجموع قيم الظاهرتين

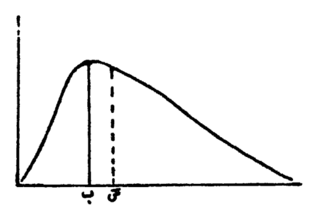
يساوي مجموع المتوسطين الحسابين لهاتين الظاهرتين.

أما عيوب المتوسط الحسابي فتنحصر في أنه إذا احتوت مجموعة من القيم على بعض القيم الشاذة أو المتطرفة (قيماً كبيرة جداً أو صغيرة جداً) فإن المتوسط الحسابي للمجموعة يكون في هذه الحالة مضللاً، وذلك لأن حساب المتوسط الحسابي سيتأثر بهذه القيم، على الرغم من قلة عددها بين مجموعة القيم، وفي مثل هذه الحالة يفضل استخدام مقياس آخر من مقاييس المتوسط. بالإضافة إلى ذلك فإنه من عيوب المتوسط الحسابي أن لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري غير المنتظم أو من جداول التوزيعات المفتوحة. وهي التوزيعات التكرارية غير المعروف الحد الأدنى للفئة الأولى أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة أو كليهما معاً، ويفضل في الحالة الأخيرة استخدام مقياس آخر من مقياس النزعة المركزية الأكثر ملائمة لمثل هذه الجداول المفتوحة. وأخيراً فإن المتوسط الحسابي هو من المقاييس التي لا يمكن إيجادها بالطرق البيانية، ولكن يمكن تحديد موضعه بالرسم. ففي بعض الحالات إذا كان التوزيع التكراري متماثلاً فإن المتوسط الحسابي يقع على المحور الأفقي عند تلاقيه مع محور التماثل (شكل ٤ ـ ١).

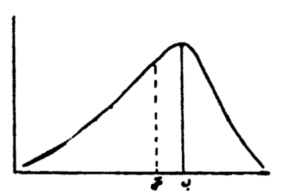


شكل رقم (٤ ـ ١) المتوسط الحسابي في التوزيع التكراري

وفي التوزيعات البسيطة الالتواء فإن المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة فتجعله يتميز لها.




ب = أكبر التكرارات، س̄ = المتوسط الحسابي




شكل رقم (٤ ـ ٢): المتوسط الحسابي في التوزيعات الملتوية

## ثانياً ـ المتوسط الهندسي Geometric Mean

تتميز العلوم الاجتماعية بأن بعض ظاهراتها لا تتغير في نسق منتظم أو بمقادير متساوية من فترة لأخرى، بل أنها تعتبر بمعدلات مختلفة وتباينة. ففي الديموجرافيا (علم السكان) تؤكد الدراسة على أن التغير السكاني لا يأخذ شكل المتوالية العددية، أي أن السكان لا يتزايدون أو يتناقصون بعدد متساوي من فترة لأخرى، بل أن التغير السكاني يأخذ شكل المتوالية الهندسية، أي بنسبة تتناسب مع عدد السكان كلية. وبناء على ذلك فإنه لا يمكن استخدام المتوسط الحسابي في قياس التغير السكاني بل يجب استخدام الجذر النوني لحاصل ضرب أعداد السكان لفترات من السنين وهو ما يعرف باسم المتوسط الهندسي. إذاً المتوسط الهندسي لمجموعة من القيم (الموجبة) عددها (ن) يساوي الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم.

نفرض أن لدينا القيم $س_1$، $س_2$، $س_3$. . .، $س_ن$ فيكون متوسطها الهندسي هو:

المتوسط الهندسي (هـ) = $س_1 \times س_2 \times . . . \times س_ن$

ولتسهيل إيجاد قيمة هـ نستعين باللوغاريتمات فيكون:

$$لو\ هـ = \frac{1}{ن} (لو\ س_1 + لو\ س_3 + . . . + لو\ س_ن)$$

$$\therefore لو\ هـ = \frac{مجـ\ لو\ س}{ن}$$

بمعنى أن لوغاريتم المتوسط الهندسي عبارة عن المتوسط الحسابي للوغاريتمات القيم المستخدمة في تركيب وحساب هذا المتوسط الهندسي وعلى ذلك فعند حساب المتوسط الهندسي نتبع ما سبق أن شرحناه في إيجاد المتوسط الحسابي مستخدمين لوغاريتمات القيم.

**مثـال:**

إذا كانت لدينا القيم الآتية والتي تمثل أطوال بعض الطرق بالكليومترات ١٢٣، ١٣٠، ١٣٨، ١٤٠، وأردنا حساب المتوسط الهندسي لها فأننا أولاً نوجد لـوغـاريتمـات هـذه القيـم وهـي: ٢٫٠٨٩٩، ٢٫١١٣٩، ٢٫١٣٩٩، ٣٫٢٠٤١، ٢٫٢٠٤١، ٢٫١٦٦١.

$$\text{ويكون لو هـ} = \frac{\text{مجـ لو س}}{\text{ن}}$$

$$\frac{٢٫٠٨٩٩ + ٢٫١١٣٩ + ٢٫١٣٩٩ + ٢٫٢٠٤١ + ٢٫١٤٦١}{٥}$$

٢٫١٣٨٨

وبالكشف في جداول لوغاريتمات الأعداد المقابلة (للرقم ٢٫١٣٨٨) نجد أن المتوسط الهندسي:

هـ = ١٣٧٫٧ كيلومترا

ولحساب المتوسط الهندسي من جدول التوزيع التكراري فأننا نتبع نفس الأسلوب الذي استخدمناه لحساب المتوسط الحسابي بعد أن نوجد لوغاريتمات مراكز الفئات. ثم حساب المتوسط الهندسي كما يلي:

$$\text{لو هـ} = \frac{\text{مجـ ك لو س}}{\text{مجـ ك}}$$

**مثـال:**

الجدُول التالي يمثل توزيع نسب أسعار ١٠٠ سلعة:

جدول رقم (٤ ـ ٣) طريقة حساب المتوسط الهندسي

| الفئة | التكرار (ك) | مركز الفئات (س) | لو س | ك × لو س |
|---|---|---|---|---|
| ١١٥ ـ | ١٠ | ١٢٠ | ٢ر٠٧٩٢ | ٢٠ر٧٩٢ |
| ١٢٥ ـ | ٢٠ | ١٣٠ | ٢ر١١٣٩ | ٤٢ر٢٧٨ |
| ١٣٥ ـ | ٤٠ | ١٤٠ | ٢ر١٤٦١ | ٨٥ر٨٤٤ |
| ١٤٥ ـ | ٢٠ | ١٥٠ | ٢ر١٧٦١ | ٤٣ر٥٢٢ |
| ١٥٥ ـ | ١٠ | ١٦٠ | ٢ر٢٠٤١ | ٢٢ر٠٤١ |
| المجموع | ١٠٠ | | | ٢١٤ر٤٧٧ |

لو هـ = (مجـ ك لو س) / (مجـ ك) = (٢١٤ر٤٧٧) / (١٠٠) = ٢ر١٤٤٧٧

ويكون المتوسط الهندسي لهذا التوزيع = ١٣٩ر٦

ويعد المتوسط الهندسي أنسب وأصلح المتوسطات لمجموعة من النسب أو المعدلات وبصفة خاصة معدلات التغير. وذلك في حالة تقدير عدد السكان، بين سنين التعداد وهنا يكون التغير في عدد السكان متناسباً مع عدد السكان نفسه. أو بمعنى آخر يمكن إيجاد الاتجاه العام للزيادة السنوية في عدد السكان واستخدامها في تقدير السكان بين سني التعداد.

مثـال:

إذا فرضنا أن تعداد إحدى المدن في عام ١٩٦٠ هو ٢٥٠ر٠٠٠ نسمة وكان تعدادها في ١٩٧٠ هو ٤٩٠ر٠٠٠ نسمة وأردنا تقدير تعداد هذه المدينة عام ١٩٦٥

فإذا حسبنا التعداد في السنة المطلوبة عن طريق المتوسط الحسابي فإنه يكون:

$$\frac{٢٥٠٫٠٠٠ + ٤٩٠٫٠٠٠}{٢} = ٣٧٠٫٠٠٠$$

ولكن يعني هذا أن الزيادة في عدد السكان كل عام يكون بقدر متساوي وهذا لا يكون صحيحاً لأنه معدل النمو في هذه الحالة يتزايد مع تزايد عدد السكان، ولهذا فإن التقدير الصحيح يتم باستخراج المتوسط الهندسي وحيث أن عدد القيم = ٢ فإن:

$$لوهـ = \frac{لو ٢٥٠٫٠٠٠ + لو ٤٩٠٫٠٠٠}{٢} = ٣٥٠٫٠٠٠$$

ويتضح مما سبق أن المتوسط الهندسي على الرغم من مميزاته في استخراج المتوسطات للنسب والمعدلات إلا أنه أكثر صعوبة في الفهم بطريقة الحساب من المتوسط الحسابي. ومثله مثل المتوسط الحسابي أيضاً لا يمكن استخدامه في حالة جداول التوزيعات المفتوحة.

### ثالثاً: المتوسط التوافقي Harmonic Mean

يعرف المتوسط التوافقي لمجموعة من القيم على أنه مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم. فإذا فرضنا أنه كان لدينا القيم $س_١$، $س_٢$، $س_٣$، س. . .، $س_ن$ وعددها فإن متوسطها التوافقي هو:

$$ق = \frac{ن}{\frac{١}{س_١} + \frac{١}{س_٢} + \frac{١}{س_٣} + \cdots\cdots \times \frac{١}{س_ن}} = \frac{ن}{مجـ \frac{١}{س}}$$

فالمتوسط التوافقي للأعداد ٢٠٠، ٤٠٠، ٦٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠ هو:

$$\bar{ق} = \frac{٥}{\frac{١}{٢٠٠} + \frac{١}{٤٠٠} + \frac{١}{٦٠٠} + \frac{١}{٨٠٠} + \frac{١}{١٠٠٠}} =$$

$$= \frac{٥}{\text{٠١١٤٢ر}} = \text{٤٣٧ر٨٣}$$

أما إذا حسبنا المتوسط الحسابي لهذه القيم فإنه يكون:

$$\bar{س} = \frac{٢٠٠ + ٤٠٠ + ٦٠٠ + ٨٠٠ + ١٠٠٠}{٥} = \frac{٣٠٠٠}{٥}$$

$= ٦٠٠$.

على أن المتوسط التوافقي يعتبر أنسب مقاييس النزعة المركزية لتمثيل المعدلات والأثمان. ولنعطي مثالاً يوضح تفسير استخدام المتوسط التوافقي بدلاً من المتوسط الحسابي على النحو التالي:

**مثـال:**

لنفرض أن طائرة قطعت مسافة ٤٠٠ ك. م على أربع مراحل فقطعت ١٠٠ كيلو متر بسرعة ١٠٠ كيلومتر في الساعة ثم ١٠٠ كيلومتر الثانية بسرعة ٢٠٠ كيلومتر/ ساعة ثم ١٠٠ كيلومتر بسرعة ٣٠٠ كيلومتراً ساعة ثم ١٠٠ كيلومتر الأخيرة بسرعة ٤٠٠ كليومتر/ ساعة. فإذا حسبنا المتوسط الحسابي لسرعة الطائرة فأنه يكون:

$$\frac{١٠٠ + ٢٠٠ + ٣٠٠ + ٤٠٠}{٤} = \frac{١٠٠٠}{٤} = ٢٥٠ \text{ كيلومتر/ ساعة}$$

وهذا غير صحيح، أو أن المتوسط الحسابي يكون مضللاً إلى حد كبير، وذلك

لأن الطائرة قطعت المسافة الأولى في ساعة واحدة والمسافة الثانية في $\frac{١}{٢}$ ساعة والمسافة الثالثة في $\frac{١}{٣}$ ساعة والمسافة الأخيرة في $\frac{١}{٤}$ أي أنها استغرقت زمناً قدره ساعتان وخمس دقائق وعلى ذلك يكون متوسط السرعة هو:

$$\frac{٤٠٠}{\frac{١٢٥}{٦٠}} = \frac{٤٠٠ \times ١٢}{٢٥} = \frac{٤٨٠٠}{٢٥} = ١٩٢ \text{ كيلومتر/ساعة}$$

والمتوسط السابق هو نفسه الوسط التوافقي لسرعات الطائرة.

$$ق = \frac{٤}{\frac{١}{١٠٠} + \frac{١}{٢٠٠} + \frac{١}{٣٠٠} + \frac{١}{٤٠٠}} = \frac{٤}{\frac{٢٥}{١٢٠٠}} = ١٩٢ \text{ كيلومتر/ساعة}$$

وللمتوسط التوافقي لمجموعة من القيم خاصية هامة وهو أنه أقل من كل من المتوسط الهندسي والمتوسط الحسابي. ويمكن حسابه أيضاً لجداول التوزيعات التكرارية، وفيها يضاف عموداً جديداً إلى جدول التكرار يوضع فيه مقلوب مراكز القيم ($\frac{١}{س}$) ثم نضرب هذه المقلوبات في التكرارات المناظرة ($ك \times \frac{١}{س}$) ثم يوجد حاصل الجمع ($مجـ ك \times \frac{١}{س}$) ثم نقسم عليه مجموع التكرارات الكلية

$$\frac{مجـ ك}{مجـ (ك \times \frac{١}{س})}.$$

مثال:

الجدول الآتي (جدول رقم ٤) يبين طريقة إيجاد المتوسط التوافقي لتوزيع تكراري لسرعات ١٠٠ متسابق بالسيارات في إحدى سباق السيارات.

جدول رقم (٤ ـ ٤) طريقة حساب المتوسط التوافقي

| فئات السرعة ميل/ س | عدد المتسابقين (ك) | مركز الفئات (س) | $\frac{1}{س}$ | ك × $\frac{1}{س}$ |
|---|---|---|---|---|
| ١٢٫٥ ـ | ٢٠ | ١٥ | ٠٫٠٦٦ | ١٫٣٣٢ |
| ١٧٫٥ ـ | ٥٠ | ٢٠ | ٠٫٠٥٠ | ٢٫٥٠٠ |
| ٢٢٫٥ ـ | ٢٠ | ٢٥ | ٠٫٠٤٠ | ١٫٨٠٠ |
| ٢٧٫٥ ـ | ١٠ | ٣٠ | ٠٫٠٣٣ | ١٫٣٣٢ |
| المجموع | ١٠٠ | | | ٤٫٩٦٦ |

ويكون المتوسط التوافقي للسرعات هو:

$$ق = \frac{١٠٠}{٤٫٩٦٦} = ٢٠٫١٤ \text{ ميل/ ساعة}$$

وعلى الرغم من الصعوبات التي تواجه حساب هذا المقياس وكذلك صعوبة فهم الدلالة الإحصائية للمتوسط التوافقي فإنه يستخدم بل ويفضل على باقي المتوسطات في حالتين هما:

(١) معدل السرعات ومعدل التغير.

(٢) متوسط الأسعار إذا كانت منسوبة لأساس معين وبصورة عدد معين من وحدات السلع لكل وحدة من النقود أو عدد ثابت منها.

## رابعاً: الوسيـط

يعرف الوسيط لمجموعة من القيم أو مجموع التكرارات بأنه القيمة التي تقسم المجموعة إلى قسمين متساويين، القسم الأول منها يشمل على عدد القيم الأصغر منها، والقسم الآخر يشمل على عدد القيم الأكبر منها. ويمكن إيجاد الوسيط لمجموعة صغيرة من القيم عن طريق ترتيب هذه القيم تصاعدياً أو تنازلياً للحصول على القيمة الوسطى لهذا الترتيب إذا كان العدد فردياً أو متوسط القيمتين إذا كان عدد القيم زوجياً.

فلو فرض أنه لدينا مجموعة القيم التالية والتي تمثل أطوال سبعة من الطلبة بالسنتيمترات: ١٨٣ ، ١٦٨ ، ١٦٦ ، ١٦٥ ، ١٧٣ ، ١٦٩ ، ١٧١ . نقوم بترتيب هذه القيم تصاعدياً (أو تنازلياً) فنحصل على الآتي: ١٦٥ ، ١٦٦ ، ١٦٨ ، ١٦٩ ، ١٧١ ، ١٧٣ ، ١٨٣ .

ويكون الطالب ذا الطول الوسيط هو صاحب الطول الرابع في الترتيب أي ١٦٩ إذ أن هناك ثلاثة أطوال أكبر منه وثلاثة أطوال أصغر منه ولإيجاد ترتيب الوسيط من مثل هذه القيم ذات العدد الفردي فإنه يكون:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن} + ١}{٢} \qquad \text{ن = عدد القيم}$$

أما إذا كان عدد القيم (ن) هو عدد زوجي فإن الوسيط هو ـــ (القيمة) التي ترتيبها ن + القيمة التي ترتيبها (ن+١) أو بمعنى آخر أن الوسيط في مثل هذه القيم ترتيبه يقع بين القيمتين المتوسطين في الترتيب. فإذا كان لدينا أجور ٨ عمال وهي: ٣٢، ٢٩، ٢٠، ٢٦، ٢١، ٢٧، ٣٠، ٣٣ ورتبناها ترتيباً تصاعدياً فإنها تصبح: ٢٠، ٢١، ٢٦، ٢٧، ١٩، ٣٠، ٣٢، ٣٣.

وهنا نجد أن الوسيط = $\frac{٢٧ + ٢٩}{٢} = \frac{٥٦}{٢} = ٢٨$

وعموماً نجد أن ترتيب الوسيط هو $= \frac{ن + ١}{٢} = \frac{٨ + ١}{٢} = ٤٫٥$

وفي المثال المعطى يكون الوسيط = $\frac{١}{٢}$ (القيمة التي ترتيبها $\frac{٨}{٢}$ والقيمة التي ترتيبها $\frac{٨}{٢}$ + ١).

$= \frac{١}{٢}$ (القيمة الرابعة + القيمة الخامسة)

$= \frac{١}{٢} (٢٧ + ٢٩) = ٢٨$

وحساب ترتيب وقيمة الوسيط بهذه الصورة لا يتأثر بالقيم الشاذة في المجموعة إذ أنها لا تدخل قيمتها في حسابه وفي هذا مفاضلة بينه وبين حساب المتوسط الحسابي الذي يتحيزه للقيم المنتظرة المتظرفة كما أن للوسيط فائدة كبيرة خصوصاً في حالة ما إذا كانت القيم المتطرفة (الكبرى أو الصغرى أو كليهما) غير معروفة ولنفسر ذلك بالمثال التالي:

مثـال:

لحساب متوسط عمر مصابيح كهربائية أختبرت عينة من خمسة مصابيح وأضئيت إلى أن احترقت الواحدة بعد الأخرى، فإذا أردنا حساب المتوسط الحسابي لأعمارها فلا بد من الانتظار حتى تحترق جميع المصابيح الخمسة حتى نعرف أعمارها ونحسب منها المتوسط أما الوسيط فيكفي في هذه الحالة الانتظار حتى يحترق المصباح الثالث (والمصابيح تحترق في ترتيب تصاعدي أي أن الأول أقصر عمراً والثاني عمره أكبر لطول فترة أضائته) ويكون طول عمر المصباح الثالث هو الوسيط.

وفي بعض الحالات يواجه حساب الوسيط بعض الصعوبات كما في حالة المتغيرات الوثابة ذات القيم المزوجية، فمثلاً إذا كان لدينا عدد سكان عشرة منازل بأحد الشوارع هو ١٢١، ١٣٤، ١٥١، ١٦٢، ١٧٧، ١١٨ فإن الوسيط حسب التعريف السابق:

$$= \frac{١٥١ + ١٦٢}{٢} = \frac{٣١٣}{٢} = ١٥٦٫٥$$

وهذه قيمة لا وجود لها إذ أن صفة التغير أنه وثاب لا يأخذ قيما كسرية فلا معنى لعدد سكان ١٥٦٫٥. وأيضاً في حالة المتغيرات المتصلة يوجد صعوبة في تحديد الوسيط إذا ما كان عدد قيم المتغير صغيرة أو بينها قيم متكررة، فإذا كان لدينا الأطوال ١٦٢، ١٦٢، ١٦٢، ١٦٥، ١٦٧، فإن الوسيط هو ١٦٢ ولا توجد أي قيمة أصغر منها وأن ٤٠٪ من القيم فقط أكبر منها. وبناء على ذلك فإنه كلما كان عدد القيم صغيراً كلما كان من المستحسن عدم استخدام الوسيط كمقياس لوصف هذه القيم.

والوسيط مثله مثل المتوسط الحسابي يمكن حسابه من جداول التوزيعات التكرارية. وفي هذه الحالة فإن ترتيب الوسيط هو $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ بصرف النظر ما إذا كانت فردية أو زوجية. أما قيمة الوسيط فيمكن إيجادها إذا أوجدنا جدول التكرار المتجمع الصاعد (أو النازل) ثم نوجد ترتيب الوسيط. ولبيان طريقة حساب الوسيط للتوزيع التكراري المبين في الجدول رقم (٣ ـ ٢) نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد ثم نحسب ترتيب الوسيط وقيمته.

**مثـال:**

الجدول التالي يبين توزيع أعمار أرباب العائلات في الولايات المتحدة خلال سنة ١٩٥٧. والمطلوب إيجاد وسيط العمر.

جدول رقم (٤ ـ ٥) أعمار أرباب العائلات في الولايات المتحدة في سنة ١٩٥٧

| سن رب العائلة (بالسنين) | العدد بالمليون | حدود الفئات | التكرار المتجمع الصاعد | حدود الفئات | التكرار المتجمع الهابط |
|---|---|---|---|---|---|
| ٢٥ ـ | ١٣ر١٠ | أقل من ٣٥ | ١٣ر١٠ | ٢٥ فأكثر | ٥٠ر٤٢ |
| ٣٥ ـ | ٤٥ر١٠ | أقل من ٤٥ | ٥٨ر٢٠ | ٣٥ فأكثر | ٣٧ر٣٢ |
| ٤٥ ـ | ٤٧ر٩ | أقل من ٥٥ | ٠٥ر٣٠ | ٤٥ فأكثر | ٩٢ر٢١ |
| ٥٥ ـ | ٦٣ر٦ | أقل من ٦٥ | ٦٨ر٣٦ | ٥٥ فأكثر | ٤٥ر١٢ |
| ٦٥ ـ | ١٦ر٤ | أقل من ٧٥ | ٨٤ر٤٠ | ٦٥ فأكثر | ٨٢ر١ |
| ٧٥ ـ | ٦٦ر١ | أقل من ٨٥ | ٥٠ر٤٢ | ٧٥ فأكثر | ٦٦ر١ |
| المجموع | ٥٠ر٤٢ | | | | |

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجـ ك}}{٢} = \frac{٤٢٫٥٠}{٢} = ٢١٫٢٥$$

$$\text{قيمة الوسيط (ط)} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطة} + \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار المتجمع الصاعد اللاحق} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط}} \times \text{طول فئة الوسيط}$$

وللتعويض في هذه الصيغة الرياضية يجب أن نحدد أولاً للفئة الوسيطية وهي الفئة التي يقع بين حديها ترتيب الوسيط والتي يجب أن ألا تقل قيمة الوسيط عن حدها الأصغر أو تتعدى قيمته حدها الأعلى. ولما كان ترتيب الوسيط في المثال الذي بين أيدينا هو ٢١٫٢٥ فإنه ينحصر بين التكرار المتجمع الصاعد (١٠٫٥٨، ٣٠٫٠٥) حيث أن الرقم ٢٠٫٥٨ هو التكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط، والرقم ٣٠٫٠٥ هو التكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط وعليه فإن حدود الفئة الوسيطية هما ٤٥ ـ ٥٥ وهذا يعني أن قيمة الوسيط تزيد عن ٤٥ وتقل عن ٥٥، وبناء على ذلك فإن قيمة الوسيط هي:

$$\text{ط} = ٤٥ + \frac{٢١٫٢٥ - ٢٠٫٥٨}{٣٠٫٠٥ - ٢٠٫٥٨} \times ١٠ = ٤٥ + \frac{٠٫٦٧}{٩٫٤٧} \times ١٠ =$$

$$٤٥٫٧٠٧$$

ولما كان الفرق بين التكرار المتجمع اللاحق والتكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط يساوي التكرار الأصلي للفئة الوسيطية فإنه يمكن إعادة صياغة معادلة قيمة الوسيط كما يلي:

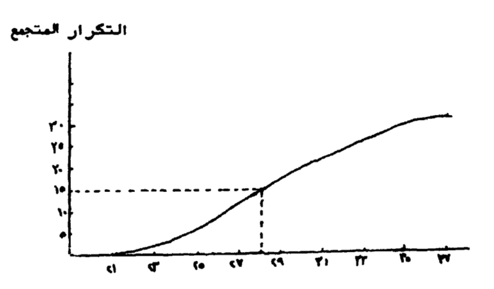
ط = الحد الأدنى لفئة الوسيط +

$$\frac{\text{ترتيب الوسيط ـ التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

$$= ٤٥ + \frac{٢١{,}٢٥ - ٢٠{,}٥٨}{٩{,}٤٧} \times ١٠ = ٤٥{,}٧٠٧$$

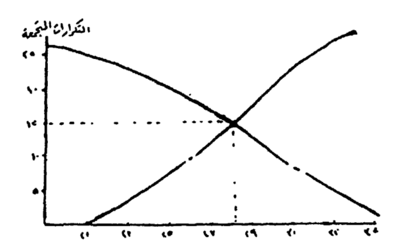
ويختلف الوسيط عن المتوسط الحسابي في أنه يمكن إيجاد قيمته بالرسم وذلك

برسم المنحنى المتجمع الصاعد ثم نعين النقطة $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ (٤٢٫٥٠) = ٢١٫٢٥ في المثال السابق على المحور الرأسي الذي يمثل التكرارات ونرسم منها مستقيماً موازياً للمحور الأفقي الذي يمثل الحدود الصغرى للفئات، فيقطع المنحنى في نقطة ع التي نسقط منها عموداً (ع هـ) على المحور الأفقي ليقابله في هـ فيكون البعد هـ أ (بوحدات المحور الأفقي) هو قيمة الوسيط كما في شكل (٤ ـ ٣).



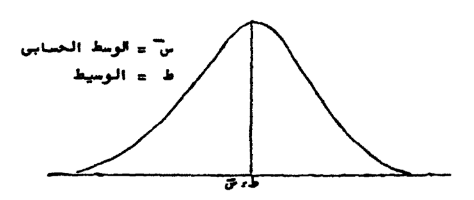

شكل رقم (٤ ـ ٣) إيجاد قيمة الوسيط بيانياً من التكرار المتجمع الصاعد

ومنه يتبين أن الوسيط = ٤٥٫٥ وكلما كان الرسم دقيقاً كلما حصلنا على القيمة الدقيقة للوسيط. وإذا مارسمنا المنحنين الصاعد والنازل على نفس المحاور فإنه يمكن تعيين قيمة الوسيط التي تساوي في هذه الحالة القيمة على المحور الأفقي لنقطة لتقاطع المنحنين كما في شكل (٤ ـ ٤).




**شكل رقم (٤ ـ ٤) تحديد الوسيط من المنحنيات الصاعدة والنازلة**

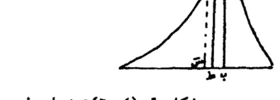
مما سبق يتضح أيضاً أن الوسيط لا يتأثر بتأثر بالقيم الشاذة ولذلك فهو يفضل على المتوسط الحسابي في التوزيعات غير المتماثلة والشديدة الالتواء وكذلك يفضل أيضاً في التوزيعات المفتوحة. أما في التوزيعات المتماثلة فإن قيمة الوسيط تنطبق على قيمة المتوسط الحسابي حيث أن الإثنان يقسمان المنحنى إلى قسمين متساويين كما في شكل رقم (٤ ـ ٥).




شكل رقم (٤ ـ ٥) توزيع متماثل فيه الوسيط يساوي المتوسط

وفي التوزيعات البسيطة الالتواء، البعيدة عن التماثل، فإن الوسيط يقع في جهة الذيل الطويل للمنحنى (أي في نفس الجهة التي يقع فيها المتوسط الحسابي) ولكنه يقع بين كل من خط أكبر التكرارات والوسط الحسابي كما في شكل (٤ ـ ٦).

ب = أكبر التكرارات
ط = الوسيط
س̄ = الوسط الحسابي



شكل رقم (٤ ـ ٦) توزيعات غير متماثلة يقع فيها الوسيط بين أكبر التكرارات والوسط الحسابي

لاحظ أن خط الوسيط (ط) يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قسمين متساويين.

### حساب مقاييس أخرى شبيهة بالوسيط

هناك مقاييس أخرى أساسية شبيهة بالوسيط هي الربيعات (الربيع الأعلى والربيع الأدنى، العشيرات والمئينات) لها دلالة إحصائية معينة وتشترك في طريقة حسابها مع طريقة حساب الوسيط. وعلى ذلك فلحساب هذه المقاييس تستخدم نفس الفكرة المتبعة في حساب الوسيط. وسنكتفي بكيفية حساب الربيع الأعلى والربيع الأدنى نظراً لاستخدامها لإيجاد مقاييس التشتت.

يعرف الربيع الأعلى على أنه القيمة التي يسبقها ثلاثة أرباع القيم ويليها رفع القيم ويرمز له بالرمز ر١ ويمكن إيجاد ترتيب قيمة كل من الربيع الأعلى والربيع الأدنى باتباع نفس الطريقة التي استخدمناها في حساب الوسيط كما يمكن إيجادهما بيانياً من المنحنى المتجمع.

$$\text{ترتيب الربيع الأعلى} = \frac{\text{مجموع التكرارات} \times ٣}{٤}$$

قيمة الربيع الأعلى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى +

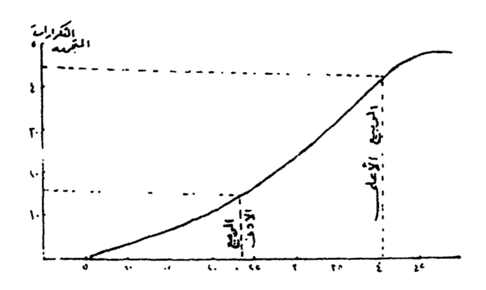
$$\frac{\text{ترتيب الربيع الأعلى} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق له}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول فئة الربيع الأعلى}$$

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{\text{مجموع التكرارات} \times ١}{٤}$$

قيمة الربيع الأدنى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى +

$$\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق له}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول فئة الربيع الأدنى}$$

ويمكن إيجاد كل من قيمة الربيع الأدنى والربيع الأعلى من المنحنى المتجمع الصاعد (الهابط) وذلك في عن طريق تحديد ترتيب كل منهما على المحور الرأسي للمنحنى التكراري ومن النقط المحددة على المحور الرأسي ترسم خطوط أفقية موازية للمحور الأفقي الذي يمثل فئات التكرارات. ومن نقط التقاء هذه الخطوط نسقط أعمدة تقابل المحور الأفقي في نقط تكون هي القيم المناظرة لترتيب القيم على المحور الرأسي. ويوضح ذلك الرسم البياني التالي:




شكل رقم (٤ ـ ٧): تحديد شبيهات الوسيط بيانياً

**مثـال:**

الجدول التالي يبين توزيع عدد الأيام الغياب (بأعذار مقبولة) لعينة من العمال في أحد المصانع والمطلوب حساب كل من الربيع الأعلى والأدنى لعدد أيام الغياب في هذا المصنع.

جدول رقم (٤ ـ ٧) عدد أيام الغياب وعدد العمال

| عدد أيام الغياب | عدد العمال (التكرار) | أقل من الحد الأعلى للفئات | التكرار المتجمع الصاعد |
|---|---|---|---|
| ١ ـ ٥ | ٢ | أقل من ٥ | ٢ |
| ٥ ـ | ٥ | أقل من ١٠ | ٧ |
| ١٠ ـ | ٨ | أقل من ٥ | ١٥ |
| ١٥ ـ | ١٩ | أقل من ٢٠ | ٢٦ |
| ٢٠ ـ | ١٢ | أقل من ٢٥ | ٣٨ |
| ٢٥ ـ | ١٠ | أقل من ٣٠ | ٤٨ |
| ٣٠ ـ | ٧ | أقل من ٣٥ | ٥٥ |
| ٣٥ ـ | ٥ | أقل من ٤٠ | ٦٠ |
| ٤٠ ـ | ٣ | أقل من ٤٥ | ٦٣ |
| ٤٥ ـ | ١ | أقل من ٥٠ | ٦٤ |
| المجموع | ٦٤ | | |

من جدول التكرار المتجمع الصاعد للمثال السابق نجد:

١ ـ ترتيب الربيع الأدنى $= \frac{٦٤ \times ١}{٤} =$ ١٦ محطة

وعلى ذلك فإن قيمة (ر$_١$) $= ١٥ + \left( \frac{١٦ - ١٥}{١١} \right) \times ٥$

$$= ١٥ + \left( \frac{١}{١١} \right) \times ٥$$

$$= ١٥٫٤٩$$

٢ ـ ترتيب الربيع الأعلى $= \frac{٦٤ \times ٣}{٤} = ٤٨$

(وهي موجودة بالجدول).

قيمة الربيع الأعلى $= ٢٥ + \left( \frac{٤٨ - ٣٨}{١٠} \right) \times ٥$

$$= ٢٥ + ٥ = ٣٠$$

## خامساً: المنـوال

يعرف المنوال على أن القيمة الأكثر تكراراً أو شيوعاً في المجتمع، أي أنه القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها في مجموعة من القيم، ومن ثم يمكن اعتباره أحد مقاييس تحديد الاتجاه العام والخصائص للبيانات الإحصائية فإذا كانت لدينا القيم التالية لأحجام السكانية (بالآلاف) لعدد من المدن:

٧، ١٥، ٢٥، ٥، ٧، ٢٦، ٧، ١٥، ١٦.

نجد أن القيمة ٧ تكررت أكثر من غيرها ولذلك فإن المنوال لهذه المجموعة يكون مساوياً للمدينة التي حجمها ٧.

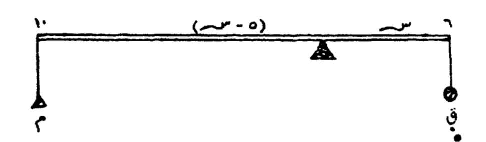
أما في حالة التوزيع التكراري فقد تختلف قيمة المنوال عن قيمة للبيانات غير

موزعة تكرارياً. وتكون قيمة المنوال في الفئة التي تضم أكبر عدد من التكرارات وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية ويصبح المنوال هو مركز هذه الفئة عند تساوي التكرارات المناظرة للفئة قبل وبعد الفئة المتوالية وهناك عدة طرق لتحديد قيمة المنوال داخل الفئة المتوالية وتعتمد الطريقة الأولى في حساب المنوال على معرفة تكراري الفئتين المحيطتين بالفئة المتوالية، وبالاقتبال بين طريقة الرافعة فإن الفئة المنوالية تمثل الرافعة ويمثل تكرار الفئة قبل المنوالية القوة وتكرار الفئة بعد المنوالية المقاومة. وعلى هذا الأساس يتحدد موضع (قيمة) المنوال عند نقطة ارتكاز هذه الرافعة كما في الشكل الآتي واعتماداً على المثال الآتي:

جدول رقم (٤ ـ ٧) عدد الوحدات السكنية (شقة) في منازل أحد الشوارع

| الوحدات السكنية | عدد المنازل (التكرار) | مركز الفئات |
|---|---|---|
| ١ ـ | ٤ | ٣ |
| ٦ ـ | ٦ | ٨ |
| ١١ ـ | ١٨ | ١٣ |
| ١٦ ـ | ١٠ | ١٨ |
| ٢١ ـ | ٨ | ٢٣ |
| ٢٦ | ٢ | ٢٨ |

فالمنازل التي تحتوي على وحدات سكنية من ١١ ـ ١٦ وحدة هي الفئة المنوالية المنوالية حيث أنها الأكثر تكراراً (١٨ تكراراً) والمنوال لتوزيع الوحدات السكنية هو ١٣ حيث أنها القيمة المركزية للفئة ١١ ـ ١٦. ولتحديد قيمة المنوال تطبق قانون الرافعة.




ومن الشكل نرى أن المنوال سيبعد مسافة قدرها (طول الفئة ـ س) أي (٥ ـ س) عن نهاية الفئة (١٠) وبالتالي نجد:

القوة × ذراعها = المقاومة × ذراعها

التكرار السابق للفئة المنوالية × س = التكرار اللاحق للفئة المنوالية × (٥ ـ س)

٦ × س = ١٠ × (٥ ـ س)

∴ ٦ س = ٥٠ ـ ١٠ س

١٦ س = ٥٠

∴ س = $\frac{٥٠}{١٦}$ = ١١ر٢

∴ المنوال = الحد للفئة المنوالية + قيمة محور الارتكاز

= ١١ + ١١ر٣ = ١١ر١٤ فدان

أما الطريقة الثانية فهي أن نوجد الفروق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئتين السابقة واللاحقة لها وهو ما يعرف بطريقة «بيرسون» ويتحدد موضع المنوال بنسبة الفرق بين التكرارات على طرفي الفئة المنوالية. ولإيجاد المنوال بهذه

الطريقة من الجدول السابق نجد أن:

الفرقن بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة =

١٨ - ٦ = ١٢

الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة:

١٨ - ١٠ = ٨

ويحسب المنوال على أساس أنه القيمة التي تقسم الفئة المنوالية (١١ ـ ١٦) بنسبة ١٢ : ٨ فإذا كان بعد المنوال من بداية الفئة هو س يكون بعده عن نهايتها (طول الفئة ـ س) أي (٥ ـ س) وهنا نجد أن س = (٥ ـ س) تكون بنسبة ١٢ : ٨.

أي $\frac{\text{س}}{\text{٥ - س}} = \frac{\text{١٢}}{\text{٨}}$

∴ ٨ س = ١٢ ( ٥ - س)

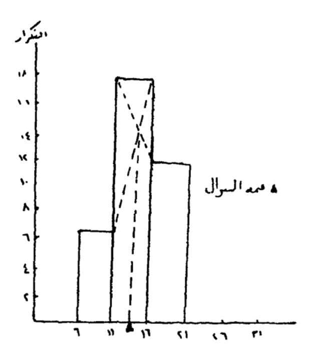
٨ س = ٦٠ - ١٢ س

٢٠ س = ٦٠

∴ س = ٣

والمنوال في هذه الحالة = ١١ + ٣ = ١٤ فدان

والمنوال مثله مثل الوسيط وشبيهات الوسيط يمكن الحصول عليه بيانياً بأن يرسم ثلاث أعمدة من المدرج التكراري تمثل تكرارات الفئة المنوالية والفئتين حولها، ثم نصل الركن الأيمن العلوي للعمود الذي يمثل فئة المنوال بالركن الذي يناظره لعمود تكرار الفئة السابقة. ثم نصل الركن الأيسر العلوي لفئة المنوال بالركن المناظر لعمود الفئة اللاحقة من نقطة تقابل المستقيمان نسقط عموداً على المحور الأفقي التي يمثل فئات التكرارات، ونقط التقاء المستقيم العمودي على المحور تحدد موضع (قيمة المنوال). ويظهر ذلك في الشكل التالي:




شكل رقم (٤ ـ ٨) تحديد قيمة المنوال بيانياً

**العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال)**

تتساوى قيم كل من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال في حالة المنحنيات التكرارية التي تمثل توزيعات متماثلة (معتدلة أو طبيعية) وسنتكلم عن خواص هذه التوزيعات في الفصول القادمة. أما إذا كان المنحنى التكراري يمثل توزيعاً غير متماثل فإن هناك علاقة عامة تقريبية تربط المتوسطات الثلاثة هي:

المنوال = المتوسط الحسابي ـ ٣ (المتوسط الحسابي ـ الوسيط).

ويمكن استخدام هذه العلاقة في تقدير قيمة المتوسط الحسابي من الجداول المفتوحة وهي التي حدود الفئات التي تحدد التوزيع، العام غير واضحة. ويتم ذلك بحساب كل من الوسيط والمنوال وهما لا يرتبطان بحدود الفئات الأولى أو الأخيرة للتوزيع كما رأينا من قبل.

# الفصل الخامس
# التشتت والاختلاف واتجاهات التركز في البيانات

تكلمنا في الفصل السابق عن المقاييس المختلفة للنزعة المركزية (المتوسطات) وكيفية قياس صفة التركز في البيانات وتحديد الاتجاهات العامة لها. غير أن مقاييس البيانات وتحديد الاتجاهات العامة لها. غير أن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي وحدها لإعطاء فكرة دقيقة أو وصف مجموعة من البيانات إذ أنها لا تبين طبيعة هذه البيانات ولا كيفية توزيع مفرداتها، كما أن استخدامها فقط لمقارنة عدة مجموزعات لا يكفي لإظهار حقيقة المقارنة فقد يتساوى متوسط مجموعتين بينما تختلف المجموعتان عن بعضهما كل الاختلاف فقد تكون مفردات إحدى المجموعتين متركزة حول متوسطها أو مختلفة بعضها عن بعض وهذا لا يوضح بالطبع درجة تجانس أو عدم تجانس المفردات مع بعضها ومع متوسطها الحسابي، وذلك فالوصف الدقيق لمجموعتين من البيانات أو مقارنتهما بدقة يجب أن لا يقتصر على مقارنة متوسطي المجموعتين بل يجب أن توصف درجة اختلاف مفردات كل من المجموعتين بعضها عن البعض أو عن متوسطاتها أو بعبارة أخرى وصف درجة تشتتها.

وتشتت البيانات يقصد به مدى تباعد وتناثر قيم مفردات عينة أو مجتمع عن بعضها البعض. فإذا كان مدى التناثر قليلاً (أو إذا تساوت جميع القيم) كان ذلك دليلاً على التجانس، وإذا كان المدى كبيراً كان ذلك إشارة واضحة إلى عدم

تجانس هذه القيم. وعلى ذلك يمكننا اتخاذ مقدار تشتت أو انحراف القيم كمقياس لتركز القيم وقربها من بعضها أو لتبعثرها وتباعدها بعضها عن بعض أو كمقياس لتجانس البيانات. وتقاس درجة التجانس بمقاييس التشتت، أما اتجاهات التركز والتطرف في القيم فتقاس بما يسمى بمقاييس الالتواء أو مقاييس التفرطح.

وسنستعرض الآن مقاييس التشتت المختلفة التي يمكن الاستعانة بها كمؤشرات إحصائية لتحديد طبيعية وكيفية توزيع القيم ومن أهم هذه المقاييس: المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط، والانحراف المعياري.

### ١ ـ المدى

وهو أبسط أو أسهل طريقة لقياس التشتت إذ أنه عبارة عن الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة في عينة أو مجتمع ما فمثلاً إذا أخذنا عينتين لعدد الأسر في ستة منازل في شارعين مختلفين وكانت بياناتهما كالآتي: ـ

العينة الأولى: ٦، ١١، ٥، ٤، ٩، ٧

العينة الثانية: ٣، ٦، ٤، ٢، ٧، ٢٢

توضح قيم العينتان أن العينة الأولى أكثر تجانساً من العينة الثانية حيث أن مدى العينة الأولى ١١ ـ ٤ = ٧ بينما مدى العينة الثانية ٢٢ ـ ٢ = ٢٠، ولكن المدى كمقياس للتشتت لا يعطي فكرة جيدة عن مدى تباعد القيم عن بعضها البعض في الحالات التي يوجد فيها تطرف في البيانات، وربما يكون مضللاً، إذ أن وجود قيمة متطرفة (شاذة) قد يسبب زيادة كبيرة في المدى الذي يستدل منه على أن قيم المفردات مشتتة بينما تكون القيم كلها ـ ما عدا القيمة المتطرفة ـ متقاربة وللتخلص من هذه المشكلة عند حساب المدى، فإنه يمكن صرف النظر عن القيم المتطرفة.

ويمكن أيضاً حساب المدى من جداول التوزيع التكراري المقفلة إذ ينتج من

طرح بداية أصغر فئة في الجدول من نهاية أكبر فئة فيه. أما في التوزيعات التكرارية المفتوحة فلا يمكن حساب المدى منها.

### ٢ ـ الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي) Semi Inter Quaitile Range

ذكرنا أنه في الحالات التي تكون فيها القيم متطرفة يمكن صرف النظر عنها عند حساب المدى لهذه القيم، ولكن يمكن استخدام الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي) لقياس تشتت القيم التي تتميز بتطرف بعضها ويتم حساب الانحراف الربيعي في العينات الكبيرة بإيجاد الربيع الأعلى والربيع الأدنى وحساب الفرق بينهما وقسمة الناتج على ٢ أي:

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{\text{قيمة الربيع الأعلى} - \text{قيمة الربيع الأدنى}}{٢}$$

وقد سبق شرح إمكانية الحصول على قيمة الربيعين بالحساب أو بالرسم في التوزيعات التكرارية.

**مثال**

الجدول التالي يوضح توزيع حجم العمالة في بعض المصانع والمطلوب إيجاد الانحراف الربيعي لإعداد العمال في هذه المصانع:

| فئة العمال | التكرار (عدد المصانع) | التكرار المتجمع الصاعد |
|---|---|---|
| ١٠ ـ | ٣ | ٣ |
| ٢٠ ـ | ٦ | ٩ |
| ٣٠ ـ | ٨ | ١٧ |
| ٤٠ ـ | ١٣ | ٣٠ |
| ٥٠ ـ | ٧ | ٣٧ |
| ٦٠ ـ | ٤ | ٤١ |
| ٧٠ ـ | ٣ | ٤٤ |

وحيث أن ترتيب الربيع الأعلى $= \frac{٤٤ \times ٣}{٤} = ٣٣$

ترتيب الربيع الأدنى $= \frac{٤٤ \times ١}{٤} = ١١$

وأن قيمة الربيع الأعلى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى +

$$\frac{\text{ترتيب الربيع الأعلى ـ التكرار المتجمع السابق له} \times \text{طول الفئة}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}}$$

$= ٥٠ + \frac{٣٣ - ٣٠}{٧} \times ١٠$

= ٥٠ + ٢٨ر٤ = ٢٨ر٥٤

قيمة الربيع الأدنى $= ٣٠ + \frac{١١ - ٩}{٨} \times ١٠$

= ٣٠ + ٥ر٢ = ٥ر٣٢

ويكون الانحراف الربيعي = $\frac{\text{٢٨ر٥٤ ـ ٥٠ر٣٢}}{\text{٢}}$ = $\frac{\text{٧٨ر٢١}}{\text{٢}}$

= ٨٩ر١٠

٣ ـ الانحراف المتوسط **Mean Deviation**

لاحظنا من حساب كل من المدى والانحراف المعياري أنهما لا يعطيان صورة كاملة عن التشتت بين قيم البيانات، فالمدى يهتم بالقيم المتطرفة ولا يهتم بتوزيع بقية القيم، بينما يهمل الانحراف المعياري ربع قيم البيانات في نهايتي التوزيع ولكن يصبح التشتت أكثر وضوحاً يلجأ إلى استخدام متوسط الانحراف جميع القيم عن أحد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط ويطلق على هذا المقياس اسم الانحراف المتوسط.

ولما كان مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي تساوي صفراً، ولذا فإنه لا يمكن أخذ مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي كمقياس للتشتت ولكن إذا أهملت إشارات الانحرافات (انحراف موجب أو انحراف سالب). وقسمة مجموع الانحرافات بإهمال الإشارة على عدد القيم فإننا نحصل على الانحراف المتوسط إلى أن:

الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مجـ} \,|\, \text{ح} \,|}{\text{ن}}$

حيث ح هي الانحراف عن المتوسط، والخطين الرأسيين يشيران إلى أن الانحرافات تؤخذ بدون إشاراتها الجبرية (انحرافات مطلقة) ويتم قياس الانحراف المتوسط بالخطوات التالية:

أ ـ يحسب المتوسط الحسابي للقيم.

ب ـ تحسب انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.
جـ ـ جمع الانحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.
د ـ قسمة الانحرافات على عدد القيم.

**مثال**

ما هو الانحراف المتوسط لعينة من الطرق أطوالها كالتالي (كيلومتر).

٣٠، ٣٥، ٣٣، ٣٦، ٤٢، ٤٦

**الحل:**

$$\text{متوسط القيم} = \frac{٣٠ + ٣٥ + ٣٣ + ٣٦ + ٤٢ + ٤٦}{٦} = \frac{٢٢٢}{٦} = ٣٧$$

مجموع الانحرافات = (٧) + (٢) + (٢٤) + (١) + (٥) + (٩)
= ٢٨

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{٢٨}{٦} = ٤٫٦٦$$

ولإيجاد الانحراف المتوسط لتوزيع تكراري نحسب المتوسط الحسابي بالطرق العادية ثم نحسب انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي مع إهمال الإشارة ح، ثم نوجد حاصل ضرب ح في التكرار المناظر، وبذلك يكون الانحراف المتوسط عبارة عن:

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ} (|ح|)\ ك}{\text{مجـ}\ ك}$$

### ٤ـ التبايـن Variance

نظراً لصعوبة استخدام انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي كأساس لقياس التشتت بسبب الإشارات السالبة الذي جعلنا نحسب الانحراف المتوسط كمتوسط مجموع الانحرافات مع إهمال الإشارة. إلا أن هناك طريقة أخرى للتغلب على الإشارات السالبة وذلك بتربيع قيمها فتصير كلها موجبة ويعرف متوسط مربع الانحرافات بالتباين. والتباين للمجتمع يكتب بالصيغة الآتية:

$$ع^{٢} = \frac{مجـ (س - \bar{م})^{٢}}{ن}$$ حيث $\bar{م}$ تشير إلى المتوسط الحسابي

للمجتمع أما تباين ن العينة الصغيرة فيكتب كالآتي:

$$عـ^{٢} = \frac{مجـ (س - \bar{س})^{٢}}{ن - ١}$$ حيث $\bar{س}$ تشير إلى المتوسط الحسابي لقيم العينة

**مثـال**

إذا أخذنا أطوال الطرق في المثال السابق فإننا نربع قيم الانحرافات:

$$(٧)^{٢} + (٢)^{٢} + (٤)^{٢} + (١)^{٢} + (٥)^{٢} + ٩)^{٢} = ١٧٦$$

$$عـ^{٢} = \frac{١٧٦}{ن - ١} = \frac{١٧٦}{٥} = ٣٥{,}٢$$

### ٥ ـ الانحراف المعياري Standard Deviation

الانحراف المعياري هو أكثر مقاييس التشتت انتشار أو أدقها وهو عبارة عن الجذر التربيعي للتباين (متوسط مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي)، كما يطلق عليه أحياناً الانحراف القياسي.

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - م)^2}{ن}} \quad \text{في حالة المجتمع}$$

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2}{ن - ١}} \quad \text{في حالة العينة}$$

ويرجع السبب في أخذ الجذر التربيعي للحصول على الانحراف المعياري هو تربيع الانحرافات في البداية، ولكن تعود الوحدات إلى قيمتها الأصلية بعد التربيع لا بد من أخذ الجذر التربيعي ليكون التشتت مقسماً بنفس وحدات القيم الأصلية.

**مثال**

ما هو الانحراف المعياري لبعد مراكز عمرانية عن عاصمة محافظتها؟

الأبعاد بالكيلو مترات = ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨

**الحل**

$$\text{متوسط الأبعاد} = \frac{١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨}{٨}$$

$$= \frac{٣٦}{٨} = ٤٫٥ \text{ ك.م}$$

مربعات الانحرافات $= (١ - ٤٫٥)^2 + (٢ - ٤٫٥)^2 +$

$(٣ - ٤٫٥)^2 + (٤ - ٤٫٥)^2 + (٥ - ٤٫٥)^2$

$(٦ - ٤٫٥)^2 + (٧ - ٤٫٥)^2 + (٨ - ٤٫٥)^2$

$= ٤٢$

$$ع = \sqrt{\frac{٤٢}{٨}} = \sqrt{٥٫٢٥} = \pm ٢٫٢٩$$

$$عـ = \sqrt{\frac{٤٢}{٨ - ١}} = \sqrt{\frac{٤٢}{٧}} = \pm ٢٫٤٥$$

والانحراف المعياري للعينة = ٢٫٤٥ تقريباً.

وهناك صورة أخرى أفضل وأسهل من الصورة السابقة لحساب الانحراف المعياري في حالة المجتمع والحسي:

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{١}{ن} \times \left( \text{مجـ } س^{٢} - \frac{(\text{مجـ } س)^{٢}}{ن} \right)}$$

أي لحساب الانحراف المعياري تتبع الخطوات التالية:

١ ـ توجد مجموع القيم ونربعه ثم نقسمه على عدد القيم لنحصل على:

$$\frac{(\text{مجـ } س)^{٢}}{ن}$$

٢ ـ نربع كل قيمة على حدة ونجمع مربعات القيم لنحصل على مجـ $س^{٢}$.

٣ ـ نطرح القيمة التي حصلنا عليها في الخطوة ١ من القيمة التي حصلنا عليها في الخطوة ٢ ونقسم الناتج على عدد القيم، ثم أخذ الجذر التربيعي لخارج القسمة.

**مثال**

باستخدام نفس البيانات المثال السابق عن المراكز العمرانية المطلوب إيجاد الانحراف المعياري لهم.

| | س | $س^2$ |
|---|---|---|
| | ١ | ١ |
| | ٢ | ٢ |
| | ٣ | ٩ |
| | ٤ | ١٦ |
| | ٥ | ٢٥ |
| | ٦ | ٣٦ |
| | ٧ | ٤٩ |
| | ٨ | ٦٤ |
| المجموع | ٣٦ | ٢٠٤ |

$$ع = \sqrt{\frac{١}{٨}\left(٢٠٤ - \frac{(٣٦)^2}{٨}\right)} = \sqrt{\frac{١}{٨}\left(٢٠٤ - ١٦٢\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{٤٢}{٨}} = \sqrt{٥{,}٢٥} = \pm ٢{,}٢٩$$

وفي حالة التوزيعات التكرارية فإن الانحراف المعياري يحسب بواسطة الصيغة التالية:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ ك (س - م)^2}{ن}}$$ في حالة المجتمع

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ ك (س - \bar{س})^2}{ن - ١}}$$ في حالة العينات

حيث ك هي التكرارات في كل فئة، ن هي المجموع الكلي للتكرارات.

**مثـال**

أوجد الانحراف المعياري لعدد الأسر التي يعمل أربابها في أحد مصانع الغزل والنسيج ويقطنون في عدد من منازل أحد الأحياء الشعبية التي يبينها الجدول التالي: ـ

**جدول رقم (٥ ـ ١) طريقة حساب الانحراف المعياري**

| عدد الأسر | عدد المنازل | س × ك | (س ـ $\bar{س}$) | (س ـ $\bar{س}$)$^{٢}$ | (س ـ $\bar{س}$)$^{٢}$ ك |
|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ٢ | ٢٠ | ـ ١٫٦٨ | ٢٫٨٢ | ٥٫٦٤ |
| ١٥ | ٤ | ٦٠ | ٣٫٣٢ | ١١٫٠٢ | ٤٤٫٠٨ |
| ١٢ | ٦ | ٧٢ | ٥٫٣٢ | ٠٫١٠ | ٠٫٦٠ |
| ٩ | ٣ | ٢٧ | ـ ٢٫٦٨ | ٧٫١٨ | ٢١٫٥٤ |
| ٨ | ١ | ٨ | ـ ٣٫٦٨ | ١٣٫٥٤ | ١٣٫٥٤ |
| المجموع | ١١ | ١٨٧ | | | ٨٥٫٤٠ |

$$\bar{س} = \frac{١٨٧}{١٦} = ١١٫٦٨$$

$$ع = \sqrt{\frac{٨٥٫٤٠}{١٦ - ١}} = \sqrt{\frac{٨٥٫٤٠}{١٥}} = \sqrt{٥٫٦٩}$$

$$= \pm ٢٫٣٨$$

وهناك طريقة أخرى لحساب الانحراف المعياري يستخدم فيها القانون الآتي:

$$ع = \sqrt{\frac{1}{ن}\left(مجـ س^2 ك) - \frac{(مجـ س ك)^2}{ن}\right)}$$

وباستخدام المثال السابق نجد أن:

| س | ك | س ك | س² ك |
|---|---|---|---|
| ١٠ | ٢ | ٢٠ | ٢٠٠ |
| ١٥ | ٤ | ٦٠ | ٩٠٠ |
| ١٢ | ٦ | ٧٢ | ٨٦٤ |
| ٩ | ٣ | ٢٧ | ٢٤٣ |
| ٨ | ١ | ٨ | ٦٤ |
| | ١٦ | ١٨٧ | ٢٢٧١ |

$$ع = \sqrt{\frac{1}{١٦}\left(٢٢٧١ - \frac{(١٨٧)^2}{١٦}\right)} = \sqrt{\frac{٨٥{,}٤٤}{١٦}}$$

$= \sqrt{٥{,}٣٤} = \pm$ ٢,٣١ وهو يقترب من النتيجة السابقة

وفي حالة توزيعات الفئات التكرارية فأننا نطبق نفس القانون/الأخير لحساب الانحراف المعياري للقيم المكررة إلا أننا، كما عرفنا، نأخذ مراكز الفئات لتمثل قيم س في هذه الحالة ثم نحسب انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي وتربعه، ثم نضربه في التكرار المناظر في كل فئة وأخيراً نجمع الناتج ونقسمه على مجموع التكرارات. ويأخذ الجذر التربيعي للمقدار الناتج نكون قد حسبنا الانحراف المعياري.

**مثال**

أخذت عينة من ٣٠ قرية وحسب أبعادها من عاصمة محافظتها فكانت فئات أبعادها (بالكيلو مترات) كما في الجدول التالي والمطلوب حساب الانحراف المعياري لأبعاد القرى.

جدول رقم (٥ ـ ٢) طريق حساب الانحراف المعياري للمسافة
بين القرى وعاصمة المحافظة

| فئة المسافة | التكرار (ك) | مراكز الفئات (س) | س ك | $س^{٢}$ ك |
|---|---|---|---|---|
| ١ ـ | ٤ | ٣ | ١٢ | ٣٦ |
| ٦ ـ | ٣ | ٨ | ٥٦ | ٤٤٨ |
| ١١ ـ | ١١ | ١٣ | ١٤٣ | ١٨٥٩ |
| ١٦ ـ | ٥ | ٨ | ٩٠ | ١٦٢٠ |
| ٢١ ـ | ٣ | ٢٣ | ٦٩ | ١٥٨٧ |
| المجموع | ٣٠ | | ٣٧٠ | ٥٥٥٠ |

$$ع = \sqrt{\frac{١}{٣٠}\left(٥٥٥٠ - \frac{(٣٧٠)^{٢}}{٣٠}\right)} = \sqrt{\frac{٩٨٦ر٦٦}{٣٠}}$$

$$= \sqrt{٣٢ر٨٨} = \pm ٥ر٧٣ \text{ كيلومتر}$$

ونظراً لأننا نستخدم مراكز الفئات في التوزيع التكراري لتمثل مفردات كل فئة وهو ولا شك تمثيل غير صحيح ولكنما افتراض تقريبي لتسهيل عملية حساب

الانحراف المعياري، وذلك لأن القيم داخل كل فئة تكون مختلفة وعلى ذلك فإن هناك خطأ في نتائج العمليات الحسابية يرجع إلى وجود فرق بين القيم الحقيقية للمفردات داخل الفئات وبين القيم المفروضة (مراكز الفئات) وبالتالي فإن نتائج المقاييس الإحصائية المحسوبة من جدول تكراري لا تنطبق تماماً على نتائج المقاييس المناظرة والمحسوبة من القيم الخام قبل تبويبها وتوزيعها تكرارياً ولذا فيجب علينا تصحيحها. ويصحح الانحراف المعياري المحسوب من توزيع تكراري بمعامل يسمى تصحيح شبرد وهو عبارة عن طرح $\frac{ل}{١٢}$ (حيث ل = طول الفئة) من قيمة التباين ثم أخذ الجذر التربيعي لباقي الطرح فينتج الانحراف المعياري المصحح.

ففي المثال السابق نجد أن التباين هـ = ٣٢٫٨٨

فيكون التباين المصحح = ٣٢٫٨٨ ـ $\frac{٣٥}{١٢}$

= ٣٢٫٨٨ ـ ٢٫٠٨ = ٣٠٫٨٠

ويكون الانحراف المعياري المصحح = $\sqrt{٣٠٫٨٠}$ = ± ٥٫٥٥

٦ ـ معامل الاختلاف Coefficient of Vatiation

يستخدم معامل الاختلاف لمقارنة التشتت بين مجموعات البيانات. ويطلق على معامل الاختلاف أيضاً الانحراف المعياري النسبي. ويحسب هذا المعامل بالطريقة الآتية:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

ففي المثال السابق عن الانحراف المعياري لبعد ثمانية مراكز عمرانية عن عاصمة المحافظة وجدنا أن متوسط الأبعاد هو ٤ر٥ كيلو مترات ذات الانحراف المعياري ٤٥ر٢.

$$\text{إذن فمعامل الاختلاف} = \frac{٢٫٤٥ \times ١٠٠}{٤٫٥} = ٥٤٫٤٤\%$$

**القيم (العلامات أو الوحدات) المعيارية**

**Standard Values (Scores or units)**

ذكرنا منذ قليل أن معامل الاختلاف يستخدم كمقياس إحصائي للمقارنة بين تشتتي مجموعتين من البيانات العينية، أما إذا أردنا المقارنة بين قيمتين في مجموعتين مختلفتين فأننا يجب أن نقارن بين موضع كل من هاتين القيمتين مع التوزيع الخاص بها عن طريق إيجاد أبعادها عن المتوسط الحسابي بدلالة وحدات من الانحراف المعياري ويتم ذلك بقيمة انحرافات كل قيمة عن متوسطها الحسابي على انحرافاتها المعيارية. وتكتب صيغتها كالتالي:

$$\text{القيمة المعيارية للقيم س} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}}$$

حيث س = مقادير القيم، $\bar{\text{س}}$ = متوسط القيم،
ع = الانحراف المعياري.

وتستخدم القيم المعيارية أيضاً في المقارنة بين الحالات التي تقاس بمعايير مختلفة وسيأتي ذكرها كثيراً عند الحديث عن خصائص التوزيع المعتدل.

**مؤشرات التركز في البيانات**

سبق أن أوضحنا كيفية حساب مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات)

وكذلك حساب مقاييس التشتت وفائدتها في وصف التوزيعات المختلفة ولإعطاء فكرة عن حجم البيانات الإحصائية وتشتتها حول متوسطها الحسابي. ولكن هذه المقاييس لا تكفي في وصف التوزيعات ومقارنتها بعضها البعض، إذ أنه قد يتساوى توزيعان تكراريان من حيث المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ولكنهما يختلفان من حيث بعد المنحنى التكراري للتوزيع عن التماثل. أو بمعنى آخر أن هذه المقاييس لا ينتج عنها معلومات عن خصائص ومميزات شكل Shape التوزيع التكراري، بل تقيس درجة إتساع «عرض Width» المنحنى التكراري للتوزيع. ويمكن تحديد بعد أو اقتراب للتوزيع من التماثل من خلال شكل المنحنى للتكراري للتوزيع ومقارنته بمنحنى متماثل. كما يمكن كذلك تحديد شكل المنحنيات الوحيدة القمة من حيث تفرطحها أو درجة تدببها. فقد تتساوى بعض المنحنيات المتشابهة في وجود قمة واحدة لها في بعض الخصائص التي يمكن الحصول عليها بمقاييس النزعة المركزية والتشتت أو حتى بمقاييس عدم التماثل أو الإلتواء إلا أنها تختلف في شكل قمتها. لكل ذلك فإننا سنلقي الضوء في هذا الفصل على مؤشرين من المؤشرات الإحصائية التي تقيس اتجاهات تركز القيم هي: الالتواء والتفرطح لما لهما من أهمية لا تقل عن أهمية تحديد المتوسط الحسابي ولتشتت في تشخيص التوزيعات وتحديد خصائصها وملامحها.

## أولاً: الالتواء Skewness

يعرف الالتواء بأنه عبارة عن بعد المدرج التكراري أو المنحنى التكراري عن التماثل حول المتوسط الحسابي للتوزيع، وهو بذلك يقيس اتجاه تركز القيم كما يحدد مناطق وجود بعض القيم المتطرفة في التوزيع التكراري. وباختصار فإنه يعطينا أسلوباً لتوزيع القيم وتحديد الامتداد الذي يتركز فيه القدر الأكبر منها على أحد جانبي المتوسط الحسابي ومقارنته بتوزيع القيم في التوزيعات التكرارية المتماثلة. وتجدر الإشارة إلى أنه توجد بعض الظواهر الجغرافية التي تتوزع بياناتها توزيعاً متماثلاً أو قريباً جداً من التماثل حيث تتركز معظم القيم عند منتصف

التوزيع. ولكن لا ينطبق ذلك على الكثير من ظواهر الجغرافية الطبيعية والتي تشير طبيعياً بأثر فعل عامل طبيعي ينتج عنه بيانات تتوزع أو تتركز في أحد أطراف التوزيع عنه في الطرف الآخر مما يبعدها عن التماثل.

وكما سبق ذكره أنه عندما لخصنا البيانات الإحصائية على هيئة جداول توزيعات تكرارية ورسمنا لها المدرجات التكرارية (الهيستوجرام)، فإن الأخيرة قد تأخذ الأشكال الثلاثة الآتية:

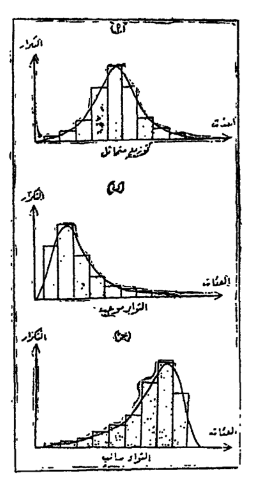
١ ـ قد تتزايد التكرارات تدريجياً إلى أعلى حتى تصل إلى أكبر قيمة لها ثم تتناقص التكرارات إلى أسفل وبنسب تكاد تكون متساوية وتظهر هذه الخاصية بوضوح إذا أكثرنا من عدد الفئات وعدد المفردات وصغرنا من طول الفئة، وينعكس ذلك على شكل التوزيع الناتج حيث نحصل على مدرج تكراري يسمى «مدرج تكراري متماثل» (شكل رقم: ٥ ـ ١ أ) يوحي بأن المنحنى التكراري المماثل له منحنى متماثل، إذ أن قمة المنحنى في منتصف التوزيع تماماً، وأن طرفاه ينطبقان إلى درجة كبيرة على بعضهما عند المحور. ويعني هذا أنه لا توجد قيم متطرفة أو شاذة سواء كانت كبيرة أو صغيرة تسبب ابتعاد أحد الأطراف عن الآخر، أو تؤدي إلى التواء التوزيع وعدم تحقيق تطابق طرفية.

٢ ـ قد يبدأ المدرج التكراري بتركز كبير للتكرارات في إطار الفئات الأولى (الصغيرة) للتوزيع ثم يقل تركزها ويتناقص تدريجياً في إطار الفئات الأخيرة (الكبيرة) وبصورة متطرفة مما يسبب عدم تطابق طرفي التوزيع، ويصبح شكل المدرج كما في الشكل رقم (٥ ـ ١ ب). ويقال إحصائياً أن المدرج التكراري للتوزيع ملتو إلتواء موجباً أو ملتوٍ ناحية اليمين حيث أن ذيل المنحنى الذي يمثل هذا التوزيع التكراري يتجه ناحية اليمين من تأثير تطرف القيم في الفئات الكبيرة.

٣ ـ قد تبدأ التكرارات في الفئات الأولى من التوزيع صغيرة، مثل هذه التكرارات يمكن اعتبارها أيضاً متطردة أو شاذة، ثم تزداد هذه التكرارات فجأة في إطار الفئات الكبيرة. في مثل هذه الحالة يقال أن التوزيع ملتو ناحية اليسار، وأن

المنحنى الذي يمثل هذا التوزيع منحنى ملتو سالب حيث أن ذيل المنحنى أو الطرف الأيسر للتوزيع يتجه نحو اليسار أبعد من إتجاه الطرف الأيمن (شكل رقم: (٥ ـ ١ جـ).

والالتواء بهذا المفهوم السابق يعبر عن انعدام التماثل في التوزيعات التكرارية، ولذا فإن تحديد مقدار ونوع الالتواء يعتبر غاية في الأهمية خصوصاً إذا علمنا أنه قد يكون هناك بعض التوزيعات التي تتساوى في متوسطاتها الحسابية وأيضاً في تشتتها في الوقت الذي تختلف فيه تماماً في التوائها. ومن هنا تميز




شكل رقم (٥ ـ ١) أشكال المدرجات التكرارية وأنواع التوزيعات التكرارية التي تمثلها

التوزيعات عن بعضها، فقد يكون التواء التوزيعات في إتجاه واحد ولكنه يختلف في مقداره، أو قد تكون درجة الالتواء في التوزيعات متساوية ولكنها تختلف في مقدار هذا الالتواء، أو قد تكون درجة التوائها متساوية ولكنها تختلف في النوع، ويمكن تحديد درجة الالتواء (بسيط ـ متوسط ـ حاد) وأيضاً نوع الالتواء (موجب ـ سالب) من خلال شكل المدرج أو المنحنى التكراري للتوزيع ومقارنته بمدرج أو بمنحنى متماثل. إلا أن هذا الأسلوب لا يعطي قياساً دقيقاً لتحقيق هذا الغرض، ولذا فمن المستحسن استخدام بعض المقاييس الكمية التي تقيس الالتواء.

**مقاييس الالتواء:**

لما كان التوزيع التكراري المتماثل يتميز بانطباق كل من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال بعضها على بعض، فإن وجود فرق بين هذه المقاييس إنما ينتج عنه التواء في المنحنى. وبناء على ذلك فإنه يمكن استخدام الفروق بين قيم هذه المتوسطات لقياس للالتواء. ونظراً لأن الفروق بين المتوسطات الثلاثة تتخذ شكل الوحدات المعيارية (القياسية) التي تختلف من توزيع إلى آخر فإن هذه الفروق لا تقيس الالتواء تماماً لأنه قد تكون الفروق كبيرة، والالتواء بسيطاً، لزيادة تشتت البيانات، وقد تكون الفروق صغيرة والالتواء حاداً لصغر تشتت البيانات. ولذلك فإننا يجب أن ننسب الفروق بين المتوسط الحسابي والوسيط أو المتوسط الحسابي والمنوال إلى أحد مقاييس التشتت أو من نفس نوع مقاييس النزعة المركزية ونطلق على المقياس الناتج اسم «معامل الالتواء». وتجدر الإشارة إلى أن معامل الالتواء يجب أن يحقق شرطين أساسيين هما:

١ ـ أن يكون هذا المعامل مساوياً للصفر وذلك بالنسبة للتوزيعات المتماثلة.

٢ ـ أن لا تكون قيمة المعامل ذات تمييز معين، أو لا تتوقف على الوحدات التي تقاس بها قيم المتغير. أو بعبارة أخرى أن تكون قيمته عدداً بحتاً.

وعليه يمكن استعراض المقاييس الشائعة لحساب معامل الالتواء فيما يلي:

$$(١)\ \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{الوسط الحسابي ـ المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}\ \text{أو}$$

$$\text{م.ت}_{١} = \frac{\bar{\text{س}} - \text{و}}{\text{عـ}}$$

وفي التوزيعات الملتوية ناحية اليمين يقع المتوسط على نفس جانب الالتواء أو في اتجاه القيم الكبيرة. أي تكون قيمة المتوسط الحسابي أكبر من قيمة المنوال ويكون المعامل حينئذ موجباً. والعكس مع التوزيعات الملتوية ناحية اليسار يكون معامل الالتواء سالباً (راجع شكل رقم: ٤ ـ ٥ أ، ب، جـ).

كما أنه يمكن استخدام المقياس التالي وهو المسمى بمعامل بيرسون Pearson للالتواء:

$$(٢)\ \text{معامل بيرسون للالتواء} = \frac{٣\ (\text{المتوسط الحسابي ـ الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}\ \text{أو}$$

$$\text{م.ت}_{٢} = \frac{٣\ (\bar{\text{س}} - \text{ط})}{\text{عـ}}$$

وما ذكر عن المعامل $\text{م.ت}_{١}$ يقال أيضاً عن المعامل $\text{م.ت}_{٢}$ إلا أن قيمة $\text{م.ت}_{٢}$ تنحصر فيما بين + ١، ـ ١، كما أن هذه الصيغة أكثر دقة من صيغة $\text{م.ت}_{١}$ حيث أن المنوال أقل دقة من الوسيط في وصف البيانات لأنه لا يأخذ في اعتباره إلا القيم الأكثر تكراراً ويهمل باقي القيم.

ويلاحظ على المقياسين السابقين في حساب الالتواء أنهما يعتمدان على المتوسط الحسابي والانحراف المعياري. وكما ذكرنا آنفاً أنه قد يعتذر في بعض الأحيان حساب المتوسط وبصفة خاصة في التوزيعات المفتوحة، كما أن حساب

الانحراف المعياري يحتاج بدوره إلى عمليات حسابية طويلة. لكل ذلك استخدمت فكرة الفرق بين الربيعين (الأعلى والأدنى) والوسيط في تحديد مقدار الالتواء (معامل الالتواء) الذي يمكن حسابه إذن على النحو التالي:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{(\text{الربيع الأعلى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الربيع الأدنى})}{(\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى})}$$

أي أن:

$$\text{م.ت}_{٣} = \frac{(\text{ر}_{٣} - \text{ط}) - (\text{ط} - \text{ر}_{١})}{(\text{ر}_{٣} - \text{ر}_{١})}$$

ونظراً لأن الفرق بين قيمة الربيع الأعلى والوسيط يساوي الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى في التوزيعات المتماثلة. فإذا كان هناك فرق بين كل من المقدارين كان ذلك دليلاً على عدم تماثل التوزيع، ووجود بعض القيم الشاذة هي التي تسبب هذا الفرق، وبالتالي الواء المنحنى ناحية اليمين أو اليسار أي التواء المنحنى التواء موجباً أو سالباً. ومن المعلوم أيضاً أنه في حالة التوزيعات المتماثلة يقع الربيعان على بعدين متساويين من الوسيط، بينما في التوزيعات الملتوية يختلف بعداً الربيع الأعلى والربيع الأدنى عن الوسيط. وبذلك يكون الفرق بين بعديهما عنه ـ أيضاً ـ مقياساً للاتواء.

ويسمى معامل الالتواء المحسوب بالصيغة السابقة بمقياس بولي Bowley ـ ويتميز بأنه المقياس الوحيد الذي يمكن استنتاجه من الرسم بدون الالتجاء إلى حساب أي قيمة وذلك باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل. ويعاب على المقياس السابق أنه لا يأخذ في اعتباره قيم المفردات قبل قيمة الربيع الأدنى وكذلك قيم المفردات بعد قيمة الربيع الأعلى.

ونظراً لأن قيمة الالتواء في التوزيعات المتماثلة، كما سبق أن ذكرنا، تساوي

صفراً فإن هذه القيمة تتخذ أساساً لتقدير نوع ودرجة أو شدة الالتواء. فكلما قربت قيمة أي معامل من معاملات الالتواء الثلاثة السابقة من الصفر، كلما دل ذلك على وجود التواء ولكنه التواء بسيط، أما إذا بعدت قيمة معاملات الالتواء عن الصفر وقربت من + ١ أو ـ ١ فإن ذلك يدل على كبر درجة حدة الالتواء. فإذا كانت إشارة معامل الالتواء إشارة موجبة فإن ذلك يكون دليلاً على وجود التواء موجب يبتعد فيه الطرف الأيمن للمنحنى الممثل للتوزيع عن الطرف الأيسر مما يدل بالتالي على وجود بعض القيم المتطرفة (أو قيم كبيرة) والتي تقع في إطار الفئات الأخيرة وتركز باقي القيم في إطار الفئات الأولى للتوزيع. أما إذا كانت إشارة معامل الالتواء إشارة سالبة فإن ذلك يكون دليلاً على وجود التواء سالب يبتعد فيه الطرف الأيسر لمنحنى التوزيع عن طرفه الأيمن مما نستنتج منه وقوع بعض القيم الشاذة (قيم صغيرة) في إطار الفئات الأولى وتركز باقي القيم في إطار الفئات الأخيرة من التوزيع التكراري للظاهرة قيد البحث.

مثال: من توزيع تكراري لعمر عدد ١٠٠ من الأفراد حسبت المقاييس الإحصائية الآتية:

| | | |
|---|---|---|
| المتوسط الحسابي للتوزيع | ٢٧,٣ | سنة |
| الوسيط | ٢٧,٢٤ | سنة |
| المنوال | ٢٧,٤٢ | سنة |
| الربيع الأدنى | ٢٤,٠٠ | سنة |
| الربيع الأعلى | ٣٤,٧ | سنة |
| الانحراف المعياري | ٩,٨ | سنة |

وكان المطلوب استنتاج معامل الالتواء بالطرق السابقة، فإن ذلك ويكون على النحو التالي:

$$(١)\ \text{م.ت}_{١} = \left[\frac{٢٧,٣ - ٢٧,٤٢}{٩,٨}\right] = -٠,٠٠٦$$

$$(٢)\ \text{م.ت}_{٢} = \left[\frac{٣\ (٢٧,٣ - ٢٧,٢٥)}{٩,٨}\right] = ٠,٠١٥$$

$$(٣)\ \text{م.ت}_{٣} = \frac{(٣٤,٧ - ٢٧,٢٥) - (٢٧,٢٥ - ٢٥,٠)}{(٣٤,٧ - ٢٥,٠)} = ٠,٠١٤$$

وكما هو ملاحظ فإننا حصلنا على نتائج مختلفة لمعامل الالتواء من حيث نوع الالتواء، إلا أنها تتفق جميعاً على وجود التواء ولكنه ضئيل جداً ويدل ذلك على أن التوزيع قريب جداف من التماثل. ويرجع ذلك إلى أن الأساس الذي حسب عليه معامل الالتواء يختلف من طريقة لأخرى، كما أن كل طريقة تلائم بيانات خاصة ولا تلائم سواها. ويجب أن نوجه النظر هنا إلى أنه عند مقارنة التواء توزيعات مختلفة ـ لا بد من استخدام صيغة واحدة لإيجاد معامل الالتواء حتى يكون أساس المقارنة موحداً.

ويعتبر الالتواء مقياساً إحصائياً له أهمية خاصة في مجال الدراسات الجغرافية الكمية لأن معظم المتغيرات الجغرافية التي يمكن قياسها وجميع البيانات عنها تتصف توزيعاتها بأنها توزيعات شديدة الالتواء مما يقف عائقاً أمام تطبيق الاختبارات الكمية البارامترية Parameteric Tests[1] والتي تتطلب أن يكون التوزيع التكراري لبيانات المتغير قيد البحث توزيعاً متماثلاً. هذا من ناحية ومن ناحية أخرى فإننا إذا استخدمنا أحد مقاييس الوصف الأخرى كالمتوسط الحسابي ـ بصفة خاصة ـ لوصف توزيع المتغير موضع الدراسة فإنه يكون مضللاً إذا كان بمفردة دون أن يقترن بتوضيح درجة ونوع التواء التوزيع. ونسوق مثالاً لتوضيح ذلك: إذا كان متوسط ما تنفقه الوحدة المحلية الواحدة بمحافظة ما على تنظيم النسل في سنة

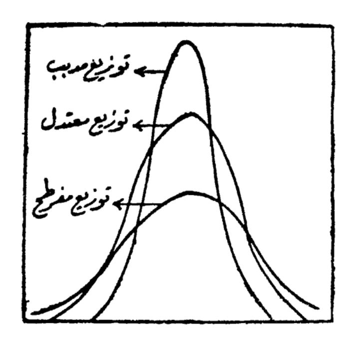
(١) سيأتي الكلام عنها فيما بعد.

١٩٧١ هو ٧,٤٧ جنيهاً لكل ١٠٠٠ من السكان، فإذا اتخذت قيمة هذا المتوسط لذاتها فإنه يمكن افتراض أن نصف عدد الوحدات المحلية ـ تقريباً ـ بهذه المحافظة تنفق أكثر من هذه القيمة والنصف الآخر من الوحدات ينفق أقل من ٧,٤٧ جنيهاً على تنظيم النسل بين سكانها. ولكن إذا تبين أن ربع عدد الوحدات هي التي تنفق على هذا الغرض أكثر من المتوسط ٧,٤٧ جنيهاً فأننا نتوقع أن العدد الباقي من الوحدات، وهو أكثر من النصف، ينفق أقل من المتوسط أو لا ينفق شيئاً على تنظيم النسل بين السكان في عام ١٩٧١. وفي مثل هذه الحالة ـ فإن المتوسط لا يفيدنا كثيراً كمقياس إحصائي يعتمد عليه في استخلاص المعلومات والنتائج. ولكن إذا قمنا برسم المدرج التكراري لمثل هذا التوزيع فإن ذلك سوف يلقي ضوءاً سريعاً على حقيقة أن هذا التوزيع غير متماثل أو أنه ملتو إلتواء شديداً.

### ثانياً: التفرطح Kurtosis

لا يقف تحليل المنحنيات البيانية التي تصف الكثير من المظاهر الخاصة ببيانات التوزيعات التكرارية على تحديد أو حساب كل من مقاييس النزعة المركزية أو التشتت أو حتى الالتواء، بل يمتد إلى تحديد تفرطح أو درجة تدبب المنحنيات البيانية الوحيدة القمة. ويعرف التفرطح إحصائياً بأنه ذلك المقياس الذي يقيس الامتداد الذي تتركز فيه القيم Values في أحد أجزاء التوزيع التكراري. فمثلاً إذا كانت إحدى فئات التوزيع أو مجموعة من الفئات المتجاورة تحتوي على نسبة كبيرة من تكرارات القيم داخل التوزيع، فإن هذا هذا يعني أن التوزيع مفرطح بدرجة كبيرة. ولكن درجة تفرطح أو شكل قمة المنحنيات البيانية تختلف من توزيع لآخر. فقد نجد قمة المنحنى البياني لأحد التوزيعات عريضة أي مفرطحة، وهذا يعكس تركز القيم في هذا التوزيع حول متوسطها الحسابي في مدى كبير. ويسمى التوزيع في هذه الحالة بتوزيع مفرطح Flat or Platykurtic. وقد نجد أن قمة التوزيع تبدو على شكل أكثر تدبباً، وهذا يعكس صغر مدى تركز القيم حول المتوسط الحسابي فيظهر شكل المنحنى البياني ضيق في الجزء العلوي ومتسع في

الجزء الأوسط. ويسمى التوزيع في هذه الحالة توزيع مدبب Peaky or Leptokurtic. وقد نجد قمة منحنى التوزيع لا تبدو على شكل مفرطح أو مدبب وهذا يعكس تركز القيم حول متوسطها الحسابي بدرجة متماثلة. ويسمى التوزيع في هذه الحالة توزيع متوسط التفرطح (توزيع متماثل) Mesokurtic (شكل رقم ٥ ـ ٢).




شكل رقم (٥ ـ ٢) أنواع التفرطح لمنحنيات التوزيعات التكرارية

ويمكن التعرف على تفرطح أو تدبب المنحنيات البيانية بسهولة من خلال الشكل العام لها، غير أن هناك مقياس إحصائي يحدد درجة التفرطح في التوزيعات بطريقة دقيقة اعتماداً على حساب مجموع القوة الرابعة لانحراف القيم عن متوسطها الحسابي مقسوماً على حاصل ضرب عدد القيم في القوة الرابعة للانحراف المعياري. وإذا وضعنا ذلك في صيغة جبرية فإنها تكون على النحو التالي:

$$\text{مقياس التفرطح} = \frac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^{4}}{\text{ن عـ}^{4}}$$

حيث مجـ = مجموع.

س = القيم المفردة كل على حدة.

$\bar{\text{س}}$ = المتوسط الحسابي.

ن = عدد القيم المكونة لسلسلة البيانات.

عـ = الانحراف المعياري.

وجدير بالذكر أن مقياس التفرطح غير شائع الاستخدام، أو أن استخدامه ليس كما يجب أن يكون عليه، كمقياس إحصائي لوصف البيانات في مجال الدراسات الاجتماعية والجغرافية، على الرغم من الفوائد الهامة التي يمكن الحصول عليها من حسابه لمجموعة من البيانات، وهو بذلك يتشابه مع مقياس الالتواء. ومن المفيد أيضاً أن نشير إلى أن كثيراً من المتغيرات الجغرافية تتصف بشدة التواء وتدبب منحنياتها البيانية مما يجعل استخدام مقاييس الوصف الإحسائي الأخرى كالمتوسط الحسابي والانحراف المعياري أقل أهمية لما تعطيه من إنطباعات مضللة عن خصائص توزيع بيانات تلك المتغيرات. ولو كانت هذه البيانات تخص عينات فإنها لا يمكن أن تكون ممثلة أو مسحوبة من مجتمعات إحصائية متماثلة التوزيع، كما إنها تكون غير ملائمة لتطبيق أساليب التحليل البارامترية التي تشترط أن تكون توزيعات البيانات متماثلة.

## العزوم وقياس الالتواء والتفرطح

تستخدم العزوم Moments في الإحصاء لبيان تماثل توزيع البيانات. وكلمة «عزم» مشتقة من علم الاستاتيكا الذي يوضح أن قدرة القوة على تحريك جسم ما حول محور تتوقف على عاملين هامين هما: مقدار القوة، وبعد القوة عن المحور. وعلى ذلك فإن عزم القوة أو العزم حول المحور يعرف رياضياً على أنه حاصل ضرب مقدار القوة في طول ذراعها (الذراع هو بعد خط عمل القوة عن مركز العزم أو البعد العمودي بين القوة وبين المحور). وتكون عزوم مجموعة من القوى مساوية لمجموع حاصل ضرب كل قوة في ذراع عزمها.

وقياس العزم في الإحصاء يختلف عن قياسه في الاستاتيكا حيث يمكن اعتبار التكرارات في التوزيعات مماثلة للقوة وللقيمة المناظرة لهذه التكرارات (الفئة في التوزيع) مطابقة لذراع العزم.

والمفهوم الإحصائي للعزم يتطلب تحديد النقطة التي تحسب عندها العزم. فقد يحسب العزم مثلاً حول الصفر أو حول المتوسط الحسابي أو حول أي وسط فرضي آخر. إلا أن حساب العزوم حول المتوسط الحسابي ($\bar{س}$) أصبح متعارفاً عليه كنقطة تحسب عندها العزوم.

وسنعرض فيما يلي الصيغ الجبرية لحساب العزوم حول المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة.

(١) العزم الأول ($م_١$) حول المتوسط الحسابي = $\frac{١}{مجـ ك}$ مجـ ($س - \bar{س}$) ك

ولكن مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي ($س - \bar{س}$) = صفراً.

∴ العزم الأول ($م_١$) حول المتوسط الحسابي = $\frac{١}{مجـ ك}$ مجـ($س - \bar{س}$)ك يساوي صفراً.

(٢) العزم الثاني ($م_٢$) حول المتوسط الحسابي = $\frac{١}{مجـ ك}$ مجـ $(س - \bar{س})^٢$ ك

= $ع^٢$ = التباين

(٣) العزم الثالث ($م_٣$) حول المتوسط الحسابي = $\frac{١}{مجـ ك}$ مجـ $(س - \bar{س})^٣$ ك.

وحيث أن س = مركز الفئة، (س - $\bar{س}$) = الانحراف عن المتوسط الحسابي = ح فإن:

$$العزم\ الثالث\ (م_٣) = (\frac{مجـ ح^٣ ك}{مجـ ن}) - ٣ (\frac{مجـ ح^٢ ك}{مجـ ك} \times \frac{مجـ ح ك}{مجـ ك}) + ٢ (\frac{مجـ ح ك}{مجـ ك})^٣$$

(٤) العزم الرابع ($م_٤$) حول المتوسط الحسابي = ــــــــ مجـ $(س - \bar{س})^٤$ ك

أو

$$(م_٤) = (\frac{مجـ ح^٤ ك}{مجـ ك}) - ٤ (\frac{مجـ ح^٣ ك}{مجـ ك} \times \frac{مجـ ح ك}{مجـ ك}) + ٦ (\frac{مجـ ح^٢ ك}{مجـ ك}) \times (\frac{مجـ ح ك}{مجـ ك})^٢ - ٣ (\frac{مجـ ك ح}{مجـ ك})^٤$$

ويمكن الاستطراد بنفس الطريقة السابقة للحصول على العزوم الأعلى حول المتوسط الحسابي، ولكننا عادة لا نحتاج في الدراسات الجغرافية العملية، وبصفة خاصة عند تحليل الرواسب المفتتة، إلى عزم أعلى من العزم الرابع.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن العزم الثالث في صورته السابقة يمكن اعتباره مقياساً دقيقاً للالتواء، حيث أن قيمة هذا العزم تساوي صفر للتوزيعات المتماثلة. أو بمعنى آخر إذا كان العزم الثالث يساوي صفراً فإن الانحرافات السالبة تكون مساوية للانحرافات الموجبة، وفي هذه الحالة فإن قيمة الالتواء تساوي صفراً. أما في التوزيعات غير المتماثلة فقد تكون قيمة العزم الثالث

سالبة وهذا يعني وجود التواء في التوزيع ناحية اليسار، أما إذا كانت قيمته موجبة فإن هذا يعني وجود التواء في التوزيع ناحية اليمين. وكلما كانت قيمة العزم الثالث قريبة من الصفر كلما كان منحنى التوزيع قريباً من التماثل، أما إذا كانت قيمته كبيرة (موجبة أو سالبة) كان المنحنى ملتو بشدة.

ولما كان العزم الثالث مقيساً بمكعب الوحدات المعيارية (القياسية) الأصلية فلا بد في حساب الالتواء نسبة هذا العزم إلى أحد مقاييس التشتت أو الاختلاف مثل التباين (مربع الانحراف المعياري) للتوزيع بعد تكعيب الأخير، وعلى ذلك فإن:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{(\text{العزم الثالث})^2}{(\text{التباين})^3} = \frac{(\text{العزم الثالث})^2}{(\text{العزم الثاني})^3}$$

$$\text{م.ت}_4 = \frac{(\text{م}_3)^2}{(\text{م}_2)^3}$$

كما تستخدم فكرة العزم الرابع لقياس درجة التفرطح في التوزيعات بطريقة دقيقة وذلك بقسمة العزم الرابع حول المتوسط الحسابي للتوزيع على مربع الانحراف المعياري له، ويمكن تحويل ذلك إلى صيغة إحصائية على النحو التالي:

$$\text{درجة التفرطح} = \frac{\text{العزم الرابع}}{(\text{التباين})^2} = \frac{\text{العزم الرابع}}{(\text{العزم الثاني})^2}$$

$$= \frac{\text{م}_4}{(\text{م}_2)^2}$$

ويعزي السبب في استخدام العزم الرابع (الذي يحتاج إلى رفع انحرافات

القيم عن متوسطها الحسابي إلى القوة الرابعة) إلى وجود بعض القيم المتطرفة التي تمثل التوزيع، أما إذا لم توجد هذه القيم فإن العزم الرابع يعطي نتائج منخفضة، وبالقسمة على مربع العزم الثاني. فإن قيمة التفرطح ستكون منخفضة أيضاً. كما يرجع السبب في القسمة على مربع العزم الثاني إلى التخلص من وحدات القياس والحصول على مقياس نسبي. وبحساب قيمة التفرطح للتوزيعات المتماثلة وجد أنها تساوي (٣) واعتبر للتوزيع المتماثل كتوزيع متوسط التفرطح. أما إذا كان مقدار التفرطح أقل من «٣»، فإن منحنى التوزيع يعتبر متفرطحاً منخفض القمة، بينما إذا كانت قيمة التفرطح أكبر من «٣» فإن ذلك يعكس وجود منحنى مدبباً يرتفع عن مستوى المنحنى المتماثل (شكل رقم ٥ ـ ٢). وفي النوع الأخير من المنحنيات تتركز القيم بشدة حول المتوسط الحسابي للتوزيع.

وتطبيقاً لما سبق يمكن حسب كل من قيمتي الالتواء والتفرطح عن طريق استخدام العزوم من الجدول التالي (جدول رقم ٥ ـ ٣) الذي يبين التوزيع التكراري لمائة من الأشخاص في أحد المراكز العمرانية حسب فئات العمر لهم.

جدول رقم (٥ ـ ٣): حساب الالتواء والتفرطح لتوزيع العمر لمجموعة من الأشخاص (١٠٠ شخص) حسب فئات العمر باستخدام العزوم

| مساحات الحيازة | التكرارات (ك) | مراكز الفئات | ح | ل/ح | (ل/ح) ك | (ل/ح)$^{٢}$ ك | (ل/ح)$^{٣}$ ك | (ل/ح)$^{٢}$ ك |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٥ ـ | ٣ | ٧٫٥ | ٢٠ ـ | ٤ ـ | ١٢ ـ | ٤٨ | ١٩٢ ـ | ٧٦٨ |
| ١٠ ـ | ٩ | ١٢٫٥ | ١٥ ـ | ٣ ـ | ٢٧ ـ | ٨١ | ٢٤٣ ـ | ٧٢٩ |
| ١٥ ـ | ١٣ | ١٧٫٥ | ١٠ ـ | ٢ ـ | ٢٦ ـ | ٥٢ | ١٠٤ ـ | ٢٠٨ |
| ٢٠ ـ | ١٦ | ٢٢٫٥ | ٥ ـ | ١ ـ | ١٦ ـ | ١٦ | ١٦ ـ | ١٦ |
| ٢٥ ـ | ٢٠ | ٢٧٫٥ | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر |
| ٣٠ ـ | ١٥ | ٣٢٫٥ | ٥ | ١ | ١٥ | ١٥ | ١٥ | ١٥ |
| ٣٥ ـ | ١٣ | ٣٧٫٥ | ١٠ | ٢ | ٢٦ | ٥٢ | ١٠٤ | ٢٠٨ |
| ٤٠ ـ | ٨ | ٤٢٫٥ | ١٥ | ٣ | ٢٤ | ٧٢ | ٢١٦ | ٦٤٨ |
| ٤٥ ـ | ٣ | ٤٧٫٥ | ٢٠ | ٤ | ١٢ | ٤٨ | ١٩٢ | ٧٦٨ |
| المجموع | ١٠٠ | | | | ٨١ ـ<br>+ ٧٧<br>٤ ـ | ٣٨٤ | ٥٥٥ ـ<br>+ ٥٢٧<br>٢٨ ـ | ٣٣٦٠ |

ح = الانحراف عن المتوسط (س ـ $\bar{س}$)

ل = طول الفئة.

ويكون حساب كل من العزوم الثلاثة حول المتوسط الحسابي كما يلي:

(١) حساب العزم الثاني حول المتوسط الحسابي:

$$م_٢ = \frac{١}{ك} \text{ مجـ } (ل/ح)^٢ \text{ ك}$$

$$= \frac{١}{١٠٠} \times ٣٨٤ = ٣ر٨٤ \text{ من الوحدات المربعة}$$

ولما كانت الوحدة المستخدمة (طول الفئة) هي ٥ سنة.

فإن: $م_٢ = ٣,٨٤ \times (٥)^٢ = ٩٦$

(٢) حساب العزم الثالث حول المتوسط الحسابي:

$$م_٣ = \frac{\text{مجـ } (ل/ح)^٣ \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} - ٣ \times \frac{\text{مجـ } (ل/ح)^٢ \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} \times \frac{\text{مجـ } (ل/ح) \text{ ك}}{\text{مجـ ك}}$$

$$+ ٢ \left( \frac{\text{مجـ } (ل/ح) \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} \right)^٣$$

$$\frac{-٢٨}{١٠٠} - ٣ \times \frac{٣٨٤}{١٠٠} \times \frac{-٤}{١٠٠} + ٢ \left( \frac{-٤}{١٠٠} \right)^٣$$

= ١٨٠٧ , ٠ من الوحدات المكعبة.

ولما كانت الوحدة المستخدمة (طول الفئة) هي ٥ سنة.

فإن $م_٣ = ١٨٠٧ر \times (٥)^٣ = ٢٢ر٥٩$

(٣) ويكون العزم الرابع حول المتوسط الحسابي هو :

$$م_٤ = \frac{مجـ (ل/ح)^٤ ك}{مجـ ك} \quad ٤ \quad \frac{مجـ (ل/ح)^٣ ك}{مجـ ك} \times \frac{مجـ (ل/ح) ك}{مجـ ك}$$

$$+ ٦ \times \frac{مجـ (ل/ح)^٢ ك}{مجـ ك} \times \left(\frac{مجـ (ل/ح) ك}{مجـ ك}\right)^٢ - ٣ \left(\frac{مجـ (ل/ح) ك}{مجـ ك}\right)^٤$$

$$= \frac{٣٣٦٠}{١٠٠} - ٤ \left(\frac{-٢٨}{١٠٠}\right) + ٦ \left(\frac{-٤}{١٠٠}\right) \left(\frac{٣٨٤}{١٠٠} \quad \frac{-٤}{١٠٠}\right)^٢$$

$$-٣ \quad \left(\frac{-٤}{١٠٠}\right)^٤$$

= ٣٣٫٥٩ من وحدات ذات القوة الرابعة (الأس الرابع)

$= ٣٣٫٥٩ \times (٥)^٤$

= ٢٠٩٩٣٫٧٥

وبناء على النتائج السابقة يمكن حساب قيمة كل من إلتواء ودرجة التفرطح للتوزيع كما يلي:

$$(١) \text{ معامل الالتواء} = \frac{(\text{العزم الثالث})^٢}{(\text{العزم الثاني})^٣} = \frac{(م_٣)^٢}{(م_٢)^٣}$$

$$م.ت_٤ = \frac{(٢٢٫٥٩)^٢}{(٩٦)^٣}$$

= ٫٠٠٠٦

وهذا يعني أن التواء التوزيع موجب وضعيف جداً، أي أنه توزيع قريب جداً من التماثل أو الاعتدال كما هو واضح من البيانات في الجدول.

$$\text{(٢) درجة التفرطح} = \frac{\text{العزم الرابع}}{(\text{العزم الثاني})^{٢}} = \frac{م_{٤}}{(م_{٢})^{٢}}$$

$$= \frac{٢٠٩٩٣{,}٧٥}{(٩٦)^{٢}}$$

$$= ٢{,}٢٧٩$$

وهذا يعني أن التوزيع مفرطح ولكنه بدرجة لا تختلف كثيراً من تفرطح التوزيع المتماثل إذ أن قيمة التفرطح التي حصلنا عليها قريبة من ٣ (درجة تفرطح التوزيع المتماثل).

# الفصل السادس

# التوزيع المعتدل (الطبيعي)

## Normal Distribution

يعتبر التوزيع المعتدل (الطبيعي) من أهم التوزيعات المستخدمة في مجال الدراسات الإحصائية. ويعرف الشكل البياني الذي يمثل هذا التوزيع باسم المنحنى المعتدل Normal Curve. وقد اهتم الإحصائيون به منذ فترة طويلة، فكانت أول إطلالة له كأسلوب احتمالي للتوزيعات المتصلة (المستمرة) على يد العالم دو موافر De Moivre عام ١٧٣٣. ولكن يرجع الفضل في اكتشاف خصائص وفوائد المنحنى المعتدل واستخداماته المختلفة إلى كل من العالمين لابلاس Laplace (١٧٤٩ ـ ١٨٢٧) وجاوس Gauss (١٧٧٧ ـ ١٨٥٥)، حتى أنه يطلق عليه اسم منحنى لابلاس أو منحنى جاوس Laplacian or Gaussian Curve.

وقد اشتق اسم التوزيع المعتدل (الطبيعي) من أن كثيراً من التوزيعات «الطبيعية» تأخذه شكلاً قريباً منه. فقد لاحظ الإحصائيون منذ القرن الثامن عشر أن أخطاء المشاهدات (وهي الفروق بين القيم الحقيقية والقيم المشاهدة). وبصفة خاصة أخطاء المشاهدات الفلكية تتبع في توزيعهما هذا التوزيع. وكما عرفنا أن مصادر الأخطاء متعددة، ولكن قليل منها ينتج عنه أخطاء إما كبيرة جداً أو صغيرة جداً. وتوزيع قيم جميع الأخطاء يمكن أن يؤول بشكل جيد إلى التوزيع المعتدل (الطبيعي) الذي يعرف أحياناً باسم «قانون الأخطاء Law of Errors». كما لاحظوا أن توزيعات معظم المتغيرات البيولوجية التي تتميز بأنها صفات متصلة أو مستمرة

(مثل الأطوال والأوزان) تقترب كثيراً من هذا التوزيع. ولكن يمكن القول، بصفة عامة، أنه إذا كان توزيع المتغير يتأثر بمجموعتين من العوامل) إحداهما تعمل باتساق وفي ثبات وتعرف بمجموعة العوامل المهيمنة (السائدة) Dominant group of factors والأخرى تعمل عشوائياً ولا يظهر تأثيرها إلا في المدى الطويل وتعرف بمجموعة العوامل العشوائية Random group of factors، فإن من المتوقع أن التوزيع التكراري لقيم المتغير سوف يتبع التوزيع المعتدل (الطبيعي). وعليه فإن كثيراً من المتغيرات الاجتماعية تتأثر بهاتين المجموعتين من العوامل وبذلك تأخذ توزيعاتها شكلاً قريباً من هذا التوزيع. ونذكر من هذه المتغيرات على سبيل المثال لا الحصر: كثافة المرور على جزء معين من الطريق أثناء وقت محدد من الأسبوع، بيانات خصائص سكان المدن مثل العمر، نسبة العمالة، معدلات النمو.. الخ.

وقد نتج عن هذا الاهتمام أن تركزت الدراسات والبحوث الإحصائية الكمية على بيانات المتغيرات التي تتبع في توزيعها التوزيع المعتدل بهدف إبراز أهميته وبيان مكانته كأساس لتحليل البيانات واستخلاص النتائج منها. وترجع أهمية التوزيع المعتدل إلى استخدامه في حالات خاصة بدلاً من توزيعات المتغيرات المستمرة الأخرى مثل توزيع ت (t)، وتوزيع مربع كاي $x^2$، وتوزيع ف [1](F). ويما زاد من فائدة ودراسة التوزيع المعتدل أنه بالإضافة إلى أن التجارب أثبتت أن معظم التوزيعات التكرارية للمتغيرات المتصلة أو المستمرة تتبع هذا التوزيع، قد ثبت نظرياً أن توزيع متوسطات العينات المسحوبة من مجتمع ما يقترب كثيراً من التوزيع المعتدل ويزداد التوزيع قرباً كلما زاد حجم العينة. كما أنه كثيراً ما يمكن تحويل أو تعديل المتغير الذي لا يتبع في توزيعه التوزيع المعتدل، بطريقة أو بأخري، ألى توزيع معتدل، وبذلك يمكن معالجة بياناته باستخدام الأساليب الكمية التي تشترط أن يكون توزيع المجتمع الذي يمثله هذا المتغير يتبع التوزيع المعتدل.

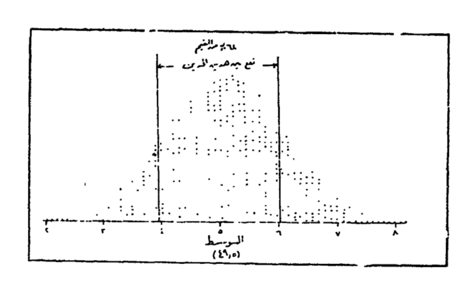
---

(١) سيأتي شرح كل توزيع من التوزيعات في فصول هذا الكتاب فيما بعده.

### منحنى التوزيع المعتدل

يتميز الرسم البياني للتوزيع المعتدل الذي يعرف باسم المنحنى المعتدل Normal Curve بأنه ناقوسي الشكل منتظم التدرج على جانبي المتوسط الحسابي للتوزيع، أو أنه يأخذ شكل منحنى له قمة واحدة ويمتد طرفاه إلى ما لا نهاية (شكل رقم: ٦ ـ ١). ونقصد بما لا نهاية أن طرفي المنحنى يقتربان من القاعدة (المحور الأفقي أو محور السينات الذي يمثل قيم المتغير العشوائي المتصل س) ولكنهما لا يلتقيان معها أبداً مهما صغرت تكرارات قيم المتغير على المحور الرأسي (المحور الصادي الذي يمثل التكرار النسبي ص الذي هو دالة لقيمة س).

ويمكن حساب القيم على المنحنى المعتدل أو التكرار النسبي (ص) الذي يقابل هذه القيم على المحور الرأسي من معادلة المنحنى المعتدل، وصورتها العامة كما يلي:




شكل رقم (٦ ـ ١): الشكل البياني للتوزيع المعتدل

$$(\text{ص}) = \frac{1}{\text{ع}\sqrt{2\,\text{ط}}} \times \text{هـ} \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}} \right)$$

حيث ط هي مقدار ثابت ٣١٤٢٧٨ر٣.

هـ هي مقدار ثابت (أساس اللوغاريتمات الطبيعية) = ٢٫٧١٨٢٨

س هي قيم المتغير العشوائي المتصل على المحور الأفقي.

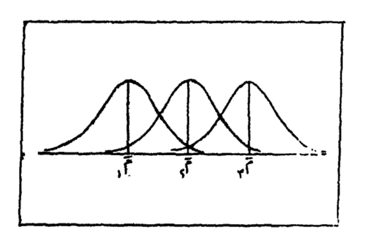
$\bar{\text{س}}$ هي المتوسط الحسابي للتوزيع.

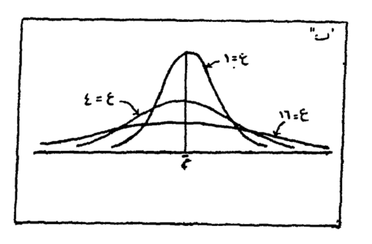
ع هي الانحراف المعياري للتوزيع.

ص هي التكرار النسبي أو القيم على المحور الرأسي المقابلة لقيمة س.

والمعاملة بصورتها السابقة تمثل عدد لا نهائي من المنحنيات المعتدلة التي تختلف من مجتمع إلى آخر تبعاً للاختلاف في معالم المجتمع (المتوسط الحسابي والانحراف المعياري). فإذا كان لدينا مجموعات عديدة من البيانات ذات متوسطات حسابية مختلفة بينما انحرافاتها المعيارية غير مختلفة (أي متساوية في قيمتها) فإن شكل المنحنيات المعتدلة في هذه الحالة سيكون متشابهاً في كل الحالاة، مع اختلاف مواقع مراكزها على المحور الأفقي (شكل رقم: ٦ ـ ٢ أ).

وعلى العكس من ذلك إذا تساوت قيمة المتوسط الحسابي لعدة مجموعات من البيانات بينما اختلفت قيم انحرافاتها المعيارية، فإن ذلك ينتج عنه أشكالاً مختلفة من المنحنيات المعتدلة حول نفس المتوسط الحسابي (شكل رقم: ٦ ـ ٣ ب). ويلاحظ أنه كلما ازدادت قيمة الانحراف المعياري كلما أصبح المنحنى المعتدل أكثر فرطحة والعكس صحيح. ويعني ذلك أنه عندما تزداد قيمة الانحراف المعياري للتوزيع فإن قيم المفردات يقل تجمعها أو يزداد تشتتها، حول المتوسط، أما عندما تقل قيمة الانحراف المعياري فإن قيم المفردات يزداد تجمعها، أو يقل تشتتها، حول المتوسط الحسابي للتوزيع.




شكل رقم (٦ ـ ٢): أ ـ تأثير اختلاف المتوسطات الحسابية وتساوي الانحرافات المعيارية على شكل التوزيع المعتدل.

ب ـ تأثير ثبات المتوسط الحسابي واختلاف الانحرافات المعيارية على شكل التوزيع المعتدل.

ويمكن تحديد منحنى التوزيع المعتدل إذا عرفت قيمة كل من المتوسط الحسابي (سَ) والانحراف المعياري (ع) للمجتمع، ويسمى كل منهما (دليل أو

معلمة Parameter المجتمع). وإذا اتخذ المتوسط الحسابي للتوزيع المعتدل على أنه يساوي صفر والانحراف المعياري يساوي الواحد الصحيح فإن معادلة المنحنى المعتدل السابقة تكتب كما يلي:

$$ص = \frac{١}{\sqrt{٢ ط}} \times هـ^{-\frac{١}{٢}(س)^{٢}}$$

أما إذا عبرنا عن المتغير العشوائي المتصل (ص) بدلالة القيم (الوحدات) المعيارية، أي أن $\left(\frac{س - \bar{س}}{ع}\right)$ = «ز» فإن المعادلة الأولى للمنحنى المعتدل يستبدل بها ما يسمى بالصيغة المعيارية (القياسية)، وهي:

$$ص = \frac{١}{\sqrt{٢ ط}} \times هـ^{-\frac{١}{٢}ز^{٢}}$$

وفي هذه الحالة يقال أن (ز) تتوزع توزيعاً معتدلاً متوسطة الصفر وتباينه الوحدة.

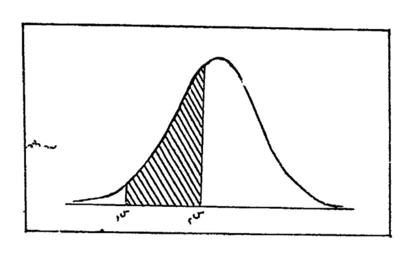
### خصائص المنحنى المعتدل

أولاً: من شكل المنحنى المعتدل يتضح أن قيم مقاييس النزعة المركزية الثلاثة (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) تتطابق فيه، أي أن قيمة كل منها مساوية للأخرى. فالمتوسط الحسابي للتوزيع هو القيمة الأكبر تكراراً، أي أن قيمة المتوسط تساوي قيمة المنوال. كذلك فإن شكل المنحنى منتظم حول المتوسط الحسابي الذي يقيم المنحنى إلى قسمين متساويين وبالتالي فإن عدد قيم المفردات التي تزيد عن قيمة المتوسط الحسابي يساوي عدد قيم المفردات التي تقل عن قيمته، أي أن قيمة المتوسط الحسابي تساوي قيمة المتوسط للتوزيع.

ثانياً: يتميز المنحنى المعتدل بأن متوسطة $(\bar{س})$ يساوي العزم الأول

لبيانات التوزيع وأن عزمه الثاني هو التباين ($ع^2$). ولما كانت العزوم الفردية المنحنيات المتماثلة تساوي صفراً فإن العزم الثالث للمنحنى المعتدل يساوي صفراً، أي أن معامل الالتواء للتوزيع المعتدل يساوي صفراً. أما العزم الرابع للمنحنى المعتدل ($م_4$) أو درجة تفرطحة فتساوي (٣) أي أنه منحنى متوسط التفرطح.

ثالثاً: وجد من الحسابات الرياضية أن المساحة الكلية تحت المنحنى المعتدل (أي بين المنحنى والمحور الأفقي) تساوي الواحد الصحيح (وحدة مربعة) وذلك بالنسبة للتكرارات النسبية، أما إذا كان المحور الرأسي يمثل التكرار المطلق فإن هذه المساحة تساوي عدد مفردات المجتمع ه . وعلى العموم فإن المساحة تحت المنحنى تحتوي على جميع التكرارات، وأن المساحة المحصورة بين أي قيمتين من القيم المعيارية للمتغير (س) على المحور الأفقي تعطي نسبة التكرارات (أو الاحتمال) التي تأخذ فيما تنحصر بين القيمتين المذكورتين (شكل رقم ٩ ـ٣). وللحصول على التكرارات الحقيقية في التوزيع المناظرة لمساحة معينة تضرب المساحة (التكرارات النسبية أو الاحتمال) في عدد التكرارات الكلية لهذا التوزيع.




شكل رقم (٦ـ٣) : المساحة تحت المنحنى المعتدل كمقياس للتكرارات النسبية (الاحتمال)

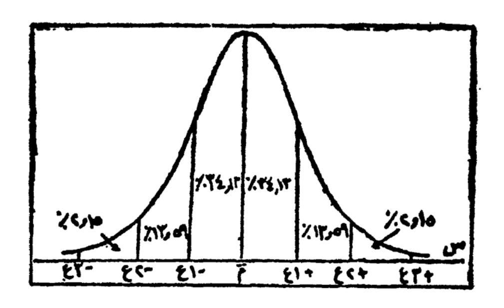
وكما ذكرنا منذ قليل أن المنحنى المعتدل يتحدد تماماً بمعرفة كل من المتوسط الحسابي (سَ) والانحراف المعياري (ع) للتوزيع، وبتحديد المنحنى يمكن الحصول على الخصائص الرئيسية للتوزيع. فإذا ما قسم المحور الأفقي على جانبي قيمة المتوسط الحسابي للتوزيع إلى أقسام أو وحدات متساوية طول كل منها يمثل الانحراف المعياري للتوزيع فإن نسبة المفردات أو نسبة عدد القيم الواقعة (أي التكرارات النسبية أو الاحتمالات المناظرة للمساحة) تحت المنحنى (شكل رقم: ٦ ـ ٣) بين كل انحراف معياري وآخر يليه يمكن معرفتها بالاستعانة بالجدول رقم (٦ ـ ١) الذي يبين النسب المئوية لعدد المفردات أو القيم المتساوية التي تقع ضمن عدد معين من الانحرافات المعيارية بعيداً عن المتوسط الحسابي لمنحنى التوزيع المعتدل.

جدول رقم (٦ ـ ١): النسب المئوية للقيم (التكرارات النسبية أو الاحتمال) المقابلة للانحراف المعيارية لمنحنى التوزيع المعتدل

| النسبة المئوية للقيم (٪) | الانحراف المعياري (ع) | النسبة المئوية للقيم (٪) | الانحراف المعياري (ع) |
|---|---|---|---|
| ١٠ | ١٢٥٧ر | ٩٠ | ١ر٦٤٤٩ |
| ٢٠ | ٢٥٣٣ر | ٩٢ | ١ر٧٥٠٧ |
| ٣٠ | ٣٨٥٣ر | ٩٤ | ١ر٨٨٠٨ |
| ٣٨ر٣٠ | ٥٠٠٠ر | ٩٥ر٤٥ | ٢ر٠٠٠٠ |
| ٤٠ | ٥٢٤٤ر | ٩٦ | ٢ر٠٥٣٧ |
| ٥٠ | ٦٧٥٤ر | ٩٨ | ٢ر٣٢٦٣ |
| ٦٠ | ٨٤١٦ر | ٩٨ر٧٦ | ٢ر٥٠٠٠ |
| ٦٨ر٣٦ | ١ر٠٠٠٠ | ٩٩ | ٣ر٥٧٥٨ |
| ٧٠ | ١ر٠٣٦٤ | ٩٩ر٧٣ | ٣ر٠٠٠٠ |
| ٨٠ | ١ر٢٨١٦ | ٩٩ر٩٥ | ٣ر٥٠٠٠ |
| ٨٦ر٦٤ | ١ر٥٠٠٠ | ٩٩ر٩٩ | ٤ر٠٠٠٠ |

ومن الجدول السابق والشكلين رقم (٦ ـ ٤ و ٦ ـ ٥) يتضح أن:

أ ـ ٢٦ر٦٨٪ من تكرارات القيم أو من المساحة تحت المنحنى المعتدل تقع بين الحدين (سَ ـ ع) و (سَ ـ ع)، أي بين انحراف معياري واحد موجب عن المتوسط (سَ) معياري واحد سالب عن المتوسط (سَ). أي أن فرصة وقوع أية قيمة من القيم بين هذين الحدين من الانحرافات المعيارية (+ ع، ـ ع) تكون بنسبة ٢ : ١ تقريبـاً، وعلى العكس فإن فرصة عدم وقوع أية قيمـة بين هذين الحدين تكون بنسبة ١ : ٢.



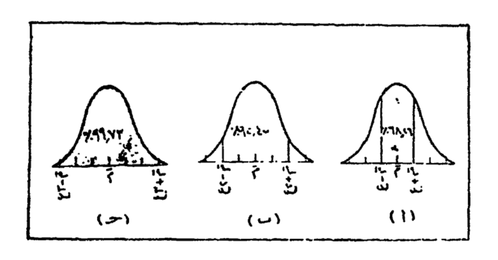

شكل رقم (٦ ـ ٤): النسب المئوية للمفردات المقابلة للانحرافات المعيارية عن المتوسط

ب ـ ٤٥ر٩٥٪ من تكرارات القيم أو من المساحة تحت المنحنى المعتدل تقع بين الحدين (سَ+ ٢ ع) و (سَ ـ ٢ ع)، أو بين انحرافين معيارين موجبين وسالبيْن

عن المتوسط (سَ). أي أن فرصة وقوع أية قيمة بين هذين الحدين تكون بنسبة ١٢١ : ١ تقريباً، وعلى العكس فإن نسبة عدم وقوع أية قيمة بين هذين الحدين هي ١ : ٢١.

جـ - ٩٩,٧٣٪ من تكرارات القيم أو من المساحة تحت المنحنى المعتدل التي تقع بين الحدين (سَ + ٣ ع) و (سَ - ٣ ع)، أو بين قيمتي ثلاثة انحرافات معيارية موجبة وثلاثة أخرى سالبة عن المتوسط (سَ). أي أن فرصة وقوع أية قيمة بين هذين الحدين تكون بنسبة ٣٢٠ : ١ تقريباً، بينما فرصة عدم وقوع أية قيمة خارج هذين الحدين تكون بنسبة ١ : ٣٣٠ تقريباً.

د - ٩٩,٩٩٪ من تكرارات القيم أو من المساحة تحت المعتدل تقع بين الحدين (سَ - ٤ ع) و (سَ - ٤ ع)، أو بين أربعة انحرافات معيارية موجبة وأربعة أخرى سالبة عن المتوسط (سَ). أي أن الفرصة لأية قيمة أن تقع بين هذين الحدين تكون بنسبة ١٠٠٠٠ : ١، أي أن قيمة واحدة من بين كل ١٠٠٠٠ قيمة ستختلف عن المتوسط بأكثر من أربعة انحرافات معيارية.




شكل رقم: (٦ - ٥) المساحة تحت المنحنى المعتدل
فيما بين قيم الانحرافات المعيارية (± ١، ± ٢، ± ٣) عن المتوسط

وبالإضافة إلى أهمية الانحراف المعياري في تحديد نسبة التكرارات لمفردات «قيم» التوزيع المعتدل وتعيين المساحة تحت منحناه، السابق ذكرها، فإن معرفته أيضاً تفيد كثيراً في تحديد مدى دقة حساب بيانات المتغيرات موضع الدراسة. فمثلاً إذا كان هناك حوضاً زراعياً يتكون من ١٠٠ فدان «حالة» زرعت قمحاً ووجد أن كمية الإنتاج «المتغير» لعديد من الأفدنة يزيد عن متوسط إنتاج الحوض بأكثر من ٣ انحرافات معيارية، فمعنى ذلك أن هناك خطأ في حساب بيانات المتغير، وعندئذ يجب مراجعتها للتأكد من صحتها لأنه من المفروض أن يكون أقل أو أكبر إنتاج فدان لا يقل أو يزيد عن المتوسط بما يساوي ثلاثة انحرافات معيارية. فلو افترضنا أن متوسط إنتاج الفدان من القمح في الحوض هو ٥ أرادب وأن الانحراف المعياري هو ٥ر٠ أرادب فمعنى ذلك أن إنتاج أي فدان يجب أن لا يزيد عن ٥ر٦ أردب (٥+٣×٥ر٠) = ٥ر٦)، كما يجبُ أن لا يقل عن ٥ر٣ أردب (٥ ـ ٣ × ٥ر) = ٥ر٣).

**أمثلة تطبيقية**

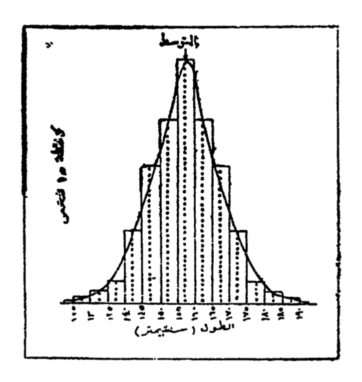
**مثـال (١)**

البيانات التالية (جدول رقم: ٦ ـ ٢) توضح توزيعاً تكرارياً لعينة عشوائية تتكون من أطوال ٢٠٠ شخصاً، والمطلوب اختبار ما إذا كانت هذه الأطوال موزعة توزيعاً معتدلاً أم لا؟.

جدول رقم (٦ ـ ٢): التوزيع التكراري لعينة أطوال ٢٠٠ شخصاً (بالسنتيمتر)

| الفئات (الأطوال=سم) | التكرار (ك) | مركز الفئة | ح | (ح/ل) | (ح/ل) ك | $(ح/ل)^{٢}$ ك | $(ح/ل)^{٣}$ ك | $(ح/ل)^{٤}$ ك |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٢٥ ـ | ١ | ١٢٧ر٥ | -٢٠ | -٦ | ٣٦ | ٣٦ | -٢١٦ | ١٢٩٦ |
| ١٣٠ ـ | ٢ | ١٣٢ر٥ | -٢٥ | -٥ | -١٠ | ٥٠ | -٢٥٠ | ١٢٥٠ |
| ١٣٥ ـ | ٤ | ١٣٧ر٥ | -٢٠ | -٤ | -١٦ | ٦٤ | -٢٥٦ | ١٠٢٤ |
| ١٤٠ ـ | ١٣ | ١٤٢ر٥ | -١٥ | -٣ | -٣٩ | ١١٧ | -٣٥١ | ١٠٥٣ |
| ١٤٥ ـ | ٢٥ | ١٤٧ر٥ | -١٠ | -٢ | -٥٠ | ١٠٠ | -٢٠٠ | ٤٠٠ |
| ١٥٠ ـ | ٣٣ | ١٥٢ر٥ | -٥ | -١ | -٣٣ | ٣٣ | -٣٣ | ٣٣ |
| ١٥٥ ـ | ٤٤ | ١٥٧ر٥ | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر |
| ١٦٠ ـ | ٣٣ | ١٦٢ر٥ | +٥ | ١ | ٣٣ | ٣٣ | ٣٣ | ٣٣ |
| ١٧٠ ـ | ١٣ | ١٧٢ر٥ | +١٥ | ٣ | ٣٩ | ١١٧ | ٣٥١ | ١٠٥٣ |
| ١٧٥ ـ | ٤ | ١٧٧ر٥ | +٢٠ | ٤ | ١٦ | ٦٤ | ٢٥٦ | ١ر٢٤ |
| ١٨٠ ـ | ٢ | ١٨٢ر٥ | +٢٠ | ٥ | ١٠ | ٥٠ | ٢٥٠ | ١٢٥٠ |
| ١٨٥ ـ | ١ | ١٨٧ر٥ | +٣٠ | ٦ | ٦ | ٣٦ | ٢١٦ | ١٢٩٦ |
| المجموع | ٢٠٠ | | | | | ٨٠٠ | | ١٠١١٢ |

من التوزيع التكراري في الجدول السابق ومن الشكل رقم (٦ ـ ٦) نلاحظ أن التوزيع متماثل حيث أن التكرارات متماثلة حول المتوسط، وأن التكرارات تتركز في المنتصف وتقل تدريجياً نحو الطرفين. وهذا يعطينا فكرة تقريبية عن أن هذا التوزيع يطابق التوزيع المعتدل الذي عرفنا خصائصه من قبل.




شكل رقم: (٦ ـ ٦) المدرج التكراري للتوزيع أطوال ٢٠٠ شخصاً وعلاقته بالمنحنى المعتدل للتوزيع

وبحساب كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذا التوزيع (بالطرق السابق شرحها) نجد أن:

المتوسط الحسابي للتوزيع (س̄) = ٥ر١٥٧ سنتيمتراً.

الانحراف المعياري (ع) = ١٠ سنتيمتراً.

وفيما يلي بيان خصائص هذا التوزيع ومدى تطابقها مع خصائص التوزيع المعتدل.

١ ـ التماثل

بحساب كل من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للتوزيع سنجد أن قيمة كل منها على حدة تساوي ١٥٧٫٥، أي أنها تنطبق بعضها على بعض. وبحساب العزم الثالث أو معامل الالتواء للتوزيع سنجد أنه يساوي صفراً.

٢ ـ التفرطح

من التوزيع السابق نجد أن العزم الرابع $= \frac{\sum (\frac{ح}{ل})^{٤} ك}{ن} \times ل^{٤}$

$= \frac{١٠١١٢}{٢٠٠} \times ٥^{٤}$

$= ٥٠٫٥٦ \times ٥^{٤}$

وعلى ذلك فإن مقياس التفرطح $= \frac{\text{العزم الرابع}}{(ع^{٢})^{٢}}$

$= \frac{٥٠٫٥٦ \times ٥^{٤}}{(١٠٠)^{٢}}$

$= \frac{٥٠٫٥٦ \times ٦٢٥}{١٠٠٠٠} = \frac{٣١٦٠٠}{١٠٠٠٠}$

= ٣٫١٦ وهو قريب جداً من تفرطح المنحنى المعتدل.

٣ ـ النسب المئوية للتكرارات الحقيقية والمتوقعة

من حساب كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع يمكن أن نقارن بين التكرارات الحقيقية والتكرارات المتوقعة المحسوبة من النسب المئوية لمنحنى التوزيع المعتدل (جدول رقم: ٦ ـ ١) وذلك على النحو التالي:

∴ المتوسط $\bar{س}$ = ١٥٧٫٥ الانحراف المعياري عـ = ١٠

∴ $\bar{س}$ ± عـ أي ١٥٧٫٥ ± ١٠ = ٦٨٫٢٦٪

أي أن ٦٨٫٢٦٪ من التكرارات يجب أن تقع بين ١٤٧٫٥ و ١٦٧٫٥. ومن الجدول نجد أن ١٣٫٥ تكراراً من ٢٠٠ تنحصر بين هاتين القيمتين أي أن هذه التكرارات تكون بنسبة $\frac{١٣٥}{٢٠٠}$ × ١٠٠ = ٦٧٫٥٪ من التكرارات، وهي قريبة من النسبة ٦٨٫٢٦٪ للمنحنى المعتدل.

وكذلك فإن $\bar{س}$ + ٢ عـ (أي ١٥٧٫٥ + ٢ × ١٠ = ١٥٧٫٥ ± ٢٠) = ٩٥٫٤٥٪

أي أن ٩٥٫٤٥٪ من التكرارات يجب أن تقع بين ١٣٧٫٥ و ١٧٧٫٥. ومن الجدول يتضح أن هاتين القيمتين تحصران بينهما ١٩٠ تكرار من ٢٠٠ أي ٩٥٪ من التكرارات وهي أيضاً نفس النسبة الخاصة بالمنحنى المعتدل تقريباً.

### التوزيع المعتدل المعياري Standard Normal Distribution

سبق أن قلنا أن المساحة المحصورة بين قيمتين تحت المنحنى المعتدل تمثل الاحتمال للتوزيعات المستمرة. ويعتمد حساب الاحتمال من التوزيع الطبيعي على معرفة كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع قيم المتغير العشوائي (✓) وذلك بتطبيق لمعادلة المنحنى المعتدل. ونظراً لصعوبة هذه الطريقة فإن هناك جداول خاصة محسوبة للمساحات المختلفة تحت منحنى توزيع المتغير المعتدل الذي له متوسط حسابي يساوي صفر وانحراف معياري يساوي ١. ويعرف هذا التوزيع باسم (التوزيع المعتدل المعياري) كما يطلق على المتغير

المعتدل في هذه الحالة اسم «المتغير المعتدل المعياري Standard Normal Variable أو N (٠، ١) ويرمز لهذا المتغير بالرمز «ز» تمييزاً له عن القيم الأصلية «س» للمتغير العشوائي، كما يرمز لدالة كثافة احتماله بالرمز د «ز» ـ وتعنى احتمال وقوع «س» بين قيمتين معينتين، أو ارتفاع منحنى دالة كثافة الاحتمال عند قيمة معينة، للمتغير العشوائي. ويرمز لدالة التوزيع المتجمع بالرمز ى «ز» ـ وهي تقابل التكرار النسبي المتجمع «الصاعد» في المشاهدات للمتغير العشوائي. ويمكن الحصول على المتغير المعتدل المعياري «ز» مقيساً بالوحدات المعيارية عن طريق العلاقة بينه وبين المتغير المعتدل «س»، الذي له متوسط حسابي ($\overline{\text{س}}$) وانحراف معياري (ع)، وتأخذ هذه العلاقة الشكل الآتي:

$$\text{المتغير المعتدل المعياري} = \frac{\text{قيمة المتغير المعتدل ـ المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

أو

$$\text{«ز»} = \frac{\text{س} - \bar{\text{م}}}{\text{ع}} \qquad \text{(في حالة المجتمع)}$$

$$\text{«ز»} = \frac{\text{س} - \overline{\text{س}}}{\text{عـ}} \qquad \text{(في حالة العينة)}$$

وباستخدام هذه العلاقة يتم حساب الوحدات المعيارية لقيم المتغير المعتدل المعياري «ز» المقابلة لأية قيمة من قيم المتغير المعتدل والتي ستكون في النهاية تعبيراً عن دالة كثافة احتمال المتغير المعتدل أو أنها ستعطي المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري. ويلاحظ أن القيم المعيارية «ز» تبدو على شكل قيم موجبة وأخرى سالبة. ومن الصفات الهامة للتوزيع المعتدل المعياري «ز» ما يأتي (شكل رقم ٦ ـ ٧ أ ب):

١ ـ د «ز» [- ١٫٩٦ ⩽ ز ⩽ + ١٫٩٦] = ٠٫٩٥

٢ ـ د «ز» [- ٢٫٥٨ ⩽ ز ⩽ ز ⩽ + ٢٫٥٨خ = ٠٫٩٩

٣ ـ ى «ز» ١٫٦٤ = د «ز» [ز ⩽ ١٫٦٤] = ٫٩٥

٤ ـ ى «ز» ٢٫٣٢ = د «ز» [ز ⩽ ٢٫٢٣] = ٫٩٩

ولما كانت دالة كثافة الاحتمال ٠٫٩٥ التي تمثل المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري تقع بين ز = + ١٫٩٦، ز = ـ ١٫٩٦ فإن ٠٫٠٥ من المساحة تقع خارج هاتين القيمتين، ومن تماثل التوزيع نجد أن: ٠٫٠٢٥ من المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري يقع إلى يسار «ز» ـ ١٫٩٦، ٠٫٢٥ ومن المساحة تقع إلى يمين «ز» + ١٫٩٦. وبناء على ذلك فإن ٠٫٩٧٥ من المساحة تقع إلى يسار «ز» = + ١٫٩٦، أو ى «ز» + ١٫٩٦ = ٠٫٩٧٥ وبالتماثل نجد أن: د «ز» ـ ١٫٩٦ = ١ ـ (د «ز» + ١٫٩٦).

فإذا كانت «ب» قيمة معينة من قيم «س» للمتغير المعتدل فإن:

(١) احتمال (س ⩽ ب) = احتمال (ز ⩽ $\frac{ب - \bar{م}}{ع}$)، كما في الشكل رقم (٦ ـ ٧ ب).

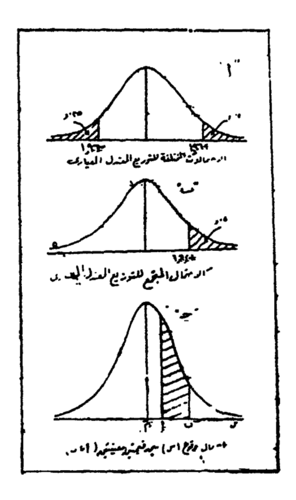
(٢) احتمال (س > ب) = ١ ـ احتمال (س ⩽ ب).

$$= ١ ـ احتمال (ز ⩽ \frac{ب - \bar{م}}{ع})$$

وإذا كانت ب > أ، كما في الشكل رقم (٦ ـ ٧ جـ)، فإن.

(٣) احتمال (أ < س ⩽ ب)

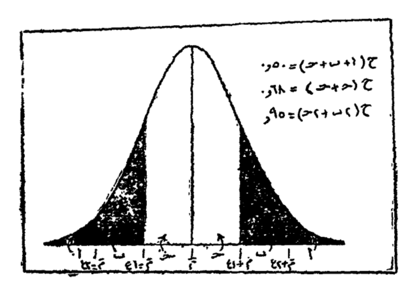
$$= ى «ز» (\frac{ب - \bar{م}}{ع}) ـ ى «ز» (\frac{أ - \bar{م}}{ع})$$



شكل (رقم ٦ ـ ٧): الاحتمالات والتوزيع المعتدل المعياري

ومن خصائص المتغير المعتدل المعياري «ز» أنه بتحديد المساحة تحت المنحنى المحصورة بين قيمة «ز = صفر» وأية قيمة معيارية أخرى، أو بين أي قيمتين معياريتين يمكن تحديد احتيال للحصول على قيمة تقل أو تزيد عن تلك القيمة، كذلك احتمال الحصول على قيم عشوائية معيارية تقع بين القيم المعيارية المعلومة (شكل رقم: ٦ ـ ٨). فمثلاً الاحتمال أو المساحة المحصورة بين القيمتين المعيارتين + ٠ر١٠، ـ ٠ر١ (حـ+حـ) = ٣٤١٣ر + ٣٤١٣ر = ٦٨٢٦ر٠

(٦٨٪ من المساحة الكلية تحت المنحنى) وبالمثل تتحدد باقي المساحات تحت المنحنى.




**شكل رقم (٦ ـ ٨): المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري والمحصورة بين القيم المعيارية المختلفة**

ولجداول المساحات تحت منحنى التوزيع المعتدل المعياري صوراً مختلفة منها. جداول تعطي الأحداثي الرأسي عند النقطة «ز»، أي دالة للتوزيع المتجمع، وجداول تعطي المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري، إلى يسار الأحداثي الرأسي عند النقطة «ز»، أي دالة التوزيع المتجمع، وجداول المساحة تحت المعتدل المعياري بين الأحداثين الرأسين المارين بنقطة الأصل والنقطة «ز»، حيث قيمة «ز» أكبر من الصفر. إلا أن جدول المساحات «الاحتمالات» للتوزيع المعتدل المعياري الملحق بنهاية هذا الكتاب (انظر الجداول ملحق الإحصائية)

يمثل المساحة المحصورة (الاحتمال) بين المتوسط الحسابي «صفر» وقيمة «ز». حيث أن التوزيع المعتدل متماثل فإنه يمكن أن يمثل أيضاً المساحة المحصورة (الاحتمال) بين المتوسط الحسابي «صفر» وقيمة «ـ ز». والأمثلة التالية توضح كيفية استخدام جدول المساحات في حساب الاحتمالات للتوزيع المعتدل المعياري (شكل رقم: ٦ ـ ٩).

أمثـلة

( أ ) ما احتمال للحصول على قيمة عشوائية «ز» تقع ما بين صفر، ٢ر١ .

احتمال أن تقع «ز» ما بين صفر، ٢ر١ = المساحة المقابلة لقيمة ز = ٢، ١

= ٣٨٤٩ر٠

(ب) ما احتمال أن تقع «ز» ما بين ـ ٦٨ر٠، صفر

احتمال أن تقع «ز» بين ـ ٦٨ر٠، صفر =

المساحة بين قيمة (ز = ٦٨ر) وقيمة (ز = صفر)

= ٢٥١٧ر٠

(جـ) ما احتمال أن تقع «ز» ما بين ٨١ر، ٩٤ر١

احتمال أن تقع «ز» ما بين ٨١ر٠ إلى ٩٤ر١ = (المساحة صفر، ٩٤ر١) ـ (المساحة ما بين صفر، ٨١ر)

= ٤٧٣٨ر٠ ـ ٢٩١٠ر = ١٨٢٨ر٠

( د ) ما احتمال أن تقع قيمة «ز» ما بين ـ ٣٥ر١، ـ ٥ر١

احتمال أن تقع «ز» ما بين (ـ ٣٥ر١ ـ ٥ر١) = (المساحة بين صفر، ـ ١٥)

ـ المساحة بين صفر، ـ ٣٥ر١) = ٤٣٣٢ر ـ ٤١١٥ر = ٠٢١٧ر٠

(هـ) ما احتمال الحصول على قيمة «ز» تزيد عن ـ ٢٨ر١

احتمال أن تزيد «ز» عن ـ ٢٨ر١ = (المساحة بين صفر، ـ ٢٨ر١) + (المساحة على يمين ز ـ صفر) = ٣٩٩٧ر٠ + ٥٠٠٠ر٠ = ٨٩٩٧ر٠

( و ) ما احتمال الحصول على قيمة «ز» تقل عن ٠٩ر١

احتمال أن تقل «ز» عن ٠٩ر١ = (المساحة بين صفر، ٠٩ر١) + (المساحة على يسار ز = صفر) = ٣٦٢١ر٠ + ٥٠٠٠ر٠ = ٨٦٢١ر٠

( ز ) ما احتمال أن تفع «ز» ما بين ٠٥ر٢ إلى ـ ٤٤ر١، تقل عن ـ ٤٤ر١، أو تزيد عن ٠٥ر٢.

احتمال أن تقع «ز» ما بين (٠٥ر٢،ـ٤٤ر١) = المساحة بين (صفر،٠٥ر٢) + المساحة بين (صفر، ٤٤ر١) = ٤٧٩٨ر + ٤٢٥١ر٠ = ٩٠٤٩ر٠

احتمال أن تقل «ز» عن ـ ٤٤ر١=٥٠٠٠ر٠ ـ (احتمال ما بين صفر،ـ ٤٤ر١)
= ٥٠٠٠ر٠ ـ ٤٢٥١ر٠ = ٠٧٤٩ر٠

احتمال أن تزيد «ز» عن ٠٥ر٢ = ٥٠٠٠ر٠ ـ (احتمال ما بين صفر، ٠٥ر٢)
= ٠٠٠ر٥ ـ ٤٧٩٨ر = ٠٢٠٢ر٠

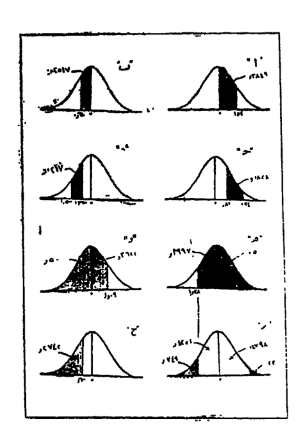
(ح) ما احتمال أن تكون «ز» أقل من ـ ٦ر٠

احتمال أن تكون «ز» أقل من ـ ٦ر٠ =(المساحة على يسار «ز» = صفر) ـ (المساحة ما بين صفر، ـ ٦ر٠)

= ٥٠٠٠ر٠ ـ ٢٢٥٨ر٠ = ٢٧٤٢ر٠

كما يمكن استخدام جداول المساحات بطريقة عكسية أي إيجاد قيم «ز» المقابلة للاحتمالات المعلومة.

( أ ) حدد قيمة «ز» في حالة الاحتمال ٨٦٢١ر٠ (شكل رقم ٦ ـ ٩).



شكل رقم (٦ـ٩) المساحات المحصورة تحت المنحنى المعتدل
بين المتوسط الحسابي (صفر) وقيمة «ز» المعيارية

بما أن الاحتمال أكبر من ٥٠٠٠ر فإن قيمة «ز» يجب أن تكون موجبة.

إذن المساحة بين (صفر، ز) = ٨٦٢١ر٠ ـ ٥٠٠٠ر = ٣٦٢١ر٠ ومنها قيمة «ز» = ١٫٠٩ .

(ب) حدد قيمة «ز» في حالة الاحتمال ٣٧٧٠ر٠

بما أن الاحتمال أقل من ٥٠٠٠ر فإن قيمة «ز» يمكن أن قيمة سالبة أو موجبة إذن قيمة «ز» المقابلة للاحتمال ٣٧٧٠ر هي ١٦ر١. ومن التماثل فإن قيمة «ز» أيضاً = ـ ١٦ر١ وبهذا فإن قيمة «ز» = ± ١٦ر١.

(جـ) إذا كانت المساحة بين ـ ٥ر١ وقيمة «ز» هي ٠٢١٧ر فما قيمة «ز»؟

إذا كانت قيمة «ز» موجبة فإن المساحة يجب أن تكون أكبر من المساحة بين (صفر، ٥ر١) وهي ٤٣٣٣ر٠ وبهذا فإن قيمة «ز» يجب أن تكون سالبة.

في حالة قيمة «ز» سالبة ولكن أكبر من ـ ٥ر١ :

بما أن المساحة بين «ز»، ـ ٥ر١ = (المساحة بين صفر، ٥ر١) ـ (المساحة بين صفر، ز).

٠٢١٧ر = ٤٣٣٢ر٠ ـ (المساحة بين صفر، ز)

إذن المساحة بين صفر، ز = ٤٣٣٢ر٠ ـ ٠٢١٧ر = ٤١١٥ر٠

ومنها قيمة «ز» = ـ ٣٥ر١

وفي حالة قيمة «ز» سالبة ولكن أقل من ـ ٥ر١ :

بما أن المساحة بين (ـ ٥ر١ ، ز) = المساحة بين (صفر، ز) ـ المساحة بين (صفر، ٥ر١)

٠٢١٧ر = المساحة بين (صفر، ز) ـ ٤٣٣٢ر٠

إذن المساحة بين (صفر، ر) = ٠٢١٧ر + ٤٣٣٢ر٠ = ٤٥٤٩ر٠

ومنها قيمة «ز» = ـ ٦٩ر١.

( د ) ما القيمتان من قيم «ز» اللتان تحصران ٣١ر٨١٪ من قيم «ز» حول المتوسط.

بما أن المساحة المطلوبة متماثلة حول المتوسط في توزيع المتغير المعتدل المعياري إذن المساحة المحصورة بين ـ «ز» صفر=المساحة المحصورة بين صفر، ز

$$= \frac{١}{٢} \times ٨١٣٢ر = ٤٠٦٦ر$$

وتكون قيمة «ز» المقابلة المساحة ٤٠٦٦ر = ٣٢ر١

إذن فإن هناك ٣٢ر٨١٪ تنحصر ما بين ± ٣٢ر١ من قيم «ز».

### التوزيع المعتدل وتوزيع المعاينة للمتوسطات

يعرف توزيع المعاينة للمتوسطات Sampling Distribution of the Means بأنه عبارة عن التوزيع التكراري للإحصائية المحسوبة من مجموعة من العينات (ذات نفس الحجم) المختارة من نفس المجتمع. فمثلاً لو كان لدينا ٢٠٠ عينة وكل عينة منها مكونة من ٥٠ مفردة وحسبنا لكل عينة إحصائية مثل المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري، أو غيرها من مقاييس الوصف الإحصائي، فأنه سيتجمع لدينا ٢٠٠ إحصائية مختلفة. وبهذه الطريقة نحصل على التوزيع التكراري للإحصائية أو توزيع المعاينة لهذه الإحصائية، فإذا كانت الإحصائية المستخدمة هي المتوسط الحسابي للعينة فإن توزيعها يسمى «توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي» وأحياناً يسمى «توزيع المتوسطات الحسابية للعينات أو التوزيع العيني للمتوسط». وبنفس الأسلوب يمكن أن نحصل على توزيع المعاينة للوسيط، التباين، الانحراف المعياري، أو لأية إحصائية أخرى. ولكل توزيع معاينة يمكن أن نحسب له المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وغير ذلك، وبهذا يمكن أن نتحدث عن المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات الحسابية.

وهناك تعريف آخر لتوزيع المعاينة للمتوسطات وهو أنه نوع من التوزيعات الاحتمالية لجميع القيم الممكنة لمقدر Estimator أحد معالم المجتمع المحسوبة من جميع العينات المتساوية الحجم والتي يمكن أخذها من هذا المجتمع. ولهذا

التوزيع أهمية خاصة في الاستدلال الإحصائي Statistical Inference الخاص بالمجتمع باستخدام نظرية الاحتمال. ولتوضيخ ذلك نقول أنه إذا قمنا بأخذ عينة عشوائية واحدة من مجتمع معين وحسبنا لها المتوسط الحسابي كتقدير للمتوسط الحسابي للمجتمع فإن المتوسط الحسابي لهذه العينة يعتبر مقداراً ثابتاً. وعليه فإننا لا نستطيع القول بأن المتوسط الحسابي لهذه العينة يمثل المتوسط العام المجتمع، لأنه لو أخذنا عينة أخرى لها نفس الحجم فأننا لا نتوقع أن يكون متوسطها الحسابي مساوياً للمتوسط الحسابي في حالة العينة الأولى، وبالتالي فإن المتوسط الحسابي للعينات المأخوذة من مجتمع تعتبر مقداراً غير ثابت بل هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي يتميز بخصائص هامة ومفيدة في دراسة المجتمعات عن طريق المعاينة.
ومن الخصائص الأساسية لهذا التوزيع ما يلي:

أولاً: المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للمتوسطات أي متوسط جميع متوسطات العينات يساوي المتوسط الحسابي للمجتمع الأصلي «م»، أي أن:

$$\bar{\text{م}} = \frac{\bar{\text{س}}_1 + \bar{\text{س}}_2 + \bar{\text{س}}_3 \cdots + \bar{\text{س}}_{\text{ن}}}{\text{ن}}$$

ثانياً: الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات (أي الانحراف المعياري للمتوسطات)، في حالة سحب العينات بدون إرجاع[1] من مجتمع محدود حجمه، يساوي:

$$\text{ع}_{\bar{\text{س}}} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} \times \sqrt{\frac{\text{ه} - \text{ن}}{\text{ه} - 1}}$$

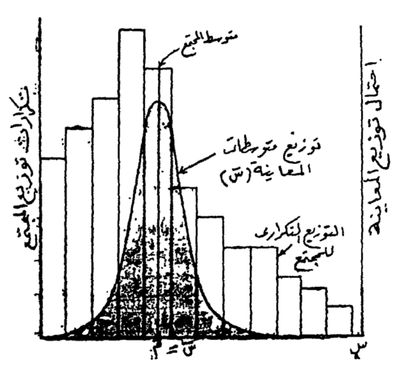
(١) المعاينة بدون إرجاع تعني أن المفردة في المجتمع لا يمكن اختيارها أكثر من مرة واحدة لتكون ضمن مفردات العينة، بينما المعاينة بإرجاع تعني أنه يمكن أن تختار مفردات المجتمع أكثر من مرة في العينة الواحدة أي يكون عدد الاختيارات يساوي ه ٦٥ ن.

حيث ن هي حجم المجتمع الأصلي، ن هي حجم العينة.

أما إذا كان المجتمع غير محدود (كبير جداً أو لا نهائي Infinite) أو كان السحب بإرجاع فإن الانحراف المعياري السابق يختصر إلى:

$$ع_{\bar{س}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

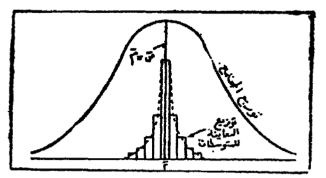
وتسمى القيمة التي نحصل عليها بالخطأ المعياري Standard Error وهو أصغر من الانحراف المعياري للمجتمع الأصلي الذي يقيس درجة تشتت المفردات حول المتوسط الحسابي للمجتمع الأصلي. ومن هذه العلاقة يتبين أنه كلما زاد حجم العينة كلما قلت الاختلافات بين متوسطات العينات التي هي بطبيعة الحال أقل من الاختلافات بين مفردات المجتمع.




شكل رقم (٦ ـ ١٠): توزيع المعاينة للمتوسطات وتوزيع المجتمع الأصلي المأخوذ منه. (لاحظ أن توزيع المجتمع الأصلي غير معتدل)

ثالثاً: توزيع المعاينة للمتوسطات المأخوذة من أي مجتمع يقترب في توزيعه من التوزيع المعتدل بمتوسط حسابي ($م_{\bar{س}}$) وانحراف معياري ($ع_{\bar{س}}$) ويزداد اقتراباً كلما زاد حجم العينة (ن أكبر من ٣٠) وذلك بصرف النظر عن شكل التوزيع الأصلي الذي سحبت منه العينات، ما دام المتوسط وتباين المجتمع محدودين، وكان حجم المجتمع ضعف حجم العينة على الأقل، (شكل رقم ٦ ـ ١٠). وتنطبق هذه الحقيقة على المجتمعات غير المحدودة، كما أنها تعتبر حالة خاصة من نظرية النهاية المركزية[1] Central Limit Theorem المعروفة في النظرية المتقدمة للاحتمال، والتي تثبت أن دقة التقريب تزداد كلما زاد حجم العينة (ن) وهذه يشار إليها أحياناً بأن توزيع المعاينة يؤول إلى التوزيع المعتدل (الطبيعي).

وفي الحالة التي تتوزع فيها مفردات المجتمع توزيعاً معتدلاً. فإن توزيع المعاينة المتوسطات يتوزع أيضاً توزيعاً معتدلاً له متوسط حسابي = $\bar{م}$ وانحراف معياري = $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$ (شكل رقم ٦ ـ ١١) حتى لو كان حجم العينات (ن) صغيراً (ن أقل من ٣٠)، ويكون له خصائص ومميزات التوزيع المعتدل السابق ذكرها (شكل رقم ٦ ـ ١٠) وهي أن:




شكل رقم (٦ ـ ١١): شكل التوزيع المعتدل لكل من توزيع المعاينة وتوزيع المجتمع الأصلي

---

(١) تؤكد هذه النظرية على أنه إذا كان هناك مجتمع ما (توزيعه ليس بالضرورة معتدلاً) متوسطة الحسابي ($\bar{م}$) وانحرافه المعياري (ع) وأخذنا منه عينة حجمها (ن) فإنه عندما تكون (ن) كبيرة بدرجة كافية فإن توزيع المتوسطات الحسابية لجميع العينات الممكنة والتي حجم كل منها (ن) يقترب من التوزيع المعتدل (الطبيعي).

٢٦ر٦٨٪ من المتوسطات تنحصر بين القيمتين $\bar{م}$ + ع، $\bar{م}$ - ع
٤٥ر٩٥٪ من المتوسطات تنحصر بين القيمتين $\bar{م}$ + ٢ ع، $\bar{م}$ - ٢ ع
٧٧ر٩٩٪ من المتوسطات تنحصر بين القيمتين $\bar{م}$ + ٣ ع، $\bar{م}$ - ٣ ع

ولما كان الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات $(ع_{\bar{س}}) = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

فإننا نستنتج أن:

٢٦ر٦٨٪ من المتوسطات تنحصر بين $\bar{م} \pm \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

٤٥ر٩٥٪ من المتوسطات تنحصر بين $\bar{م} \pm \frac{٢ ع}{\sqrt{ن}}$

٧٧ر٩٩٪ من المتوسطات تنحصر بين $\bar{م} \pm \frac{٣ ع}{\sqrt{ن}}$

ويمكن تطبيق جدول المساحات السابق (جدول رقم: ٩ ـ ١) لحساب الاحتمالات المختلفة السابقة لتوزيع المعاينة للمتوسطات بعد تحويلها إلى ما يقابلها من قيم (ز). حيث أن قيمة (ز) لمتوسطات العينات تساوي:

$$(ز) = \frac{\bar{س} - \bar{م}}{ع_{\bar{س}}} = \frac{\bar{س} - \bar{م}}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{\sqrt{ن}\ (\bar{س} - \bar{م})}{ع}$$

ولإثبات الخصائص الهامة السابقة لتوزيع المعاينة للمتوسطات نعطى الأمثلة الآتية:

**مثـال**

إذا كان لدينا مجتمع مكون من ٧ مفردات تأخذ القيم ١، ٢، ٣، . . . ، ٧،

وكان المطلوب سحب عينات حجم كل منها مفردتان بدون إرجاع[1] وحساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع متوسطات العينات الممكنة، ومقاربته بالمتوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع المجتمع، فإنه يمكن إجراء الخطوات التالية:

١ ـ عدد العينات الممكن سحبها $= {}^{٧}ق_{٢} = \frac{!٧}{!(٧ - ٢) \times !٢}$

$= \frac{!٧}{!٥ \times !٢} = \frac{٧ \times ٦}{٢ \times ١} = \frac{٤٢}{٢} = ٢١$ عينة

٢ ـ حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجتمع.

| س | $(س - \bar{م})$ | $(س - \bar{م})^٢$ |
|---|---|---|
| ١ | ـ٣ | ٩ |
| ٢ | ـ٢ | ٤ |
| ٣ | ـ١ | ١ |
| ٤ | صفر | صفر |
| ٥ | ١ | ١ |
| ٦ | ٢ | ٤ |
| ٧ | ٣ | ٩ |

$\bar{م} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٢٨}{٧} = ٤$

$ع^٢ = \frac{١}{ن} مجـ (\bar{س} - م)^٢ = \frac{٢٨}{٧} = ٤$

$ع = \sqrt{٤} = \pm ٢$

٣ ـ حساب المتوسطات الحسابية للعينات كما يلي:

---

(١) أي أننا في هذه الحالة نحسب عدد العينات بالتوافيق وليس بالتباديل إذ أن عدم إرجاع المفردات لا يعطي فرصة لظهورها مرة أخرى.

**جدول رقم (٦ ـ ٣): كيفية حساب المتوسطات الحسابية للعينات**

| مجـ | س̄ | مجـ | س̄ | مجـ | س̄ | مجـ | س̄ | مجـ | س̄ | مجـ | س̄ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ ـ ٢ | ١,٥ | ٢ ـ ٣ | ٢,٥ | ٣ ـ ٤ | ٣,٥ | ٤ ـ ٥ | ٤,٥ | ٥ ـ ٦ | ٥,٥ | ٦ ـ ٧ | ٦,٥ |
| ١ ـ ٣ | ٢ | ٢ ـ ٤ | ٣,٠ | ٣ ـ ٥ | ٤ | ٤ ـ ٦ | ٥,٠ | ٥ ـ ٧ | ٥,٠ | | |
| ١ ـ ٤ | ٢,٥ | ٢ ـ ٥ | ٣,٥ | ٣ ـ ٦ | ٤,٥ | ٤ ـ ٧ | ٥,٥ | | | | |
| ١ ـ ٥ | ٣ | ٢ ـ ٦ | ٤ | ٣ ـ ٧ | ٥,٠ | | | | | | |
| ١ ـ ٦ | ٣,٥ | ٢ ـ ٧ | ٤,٥ | | | | | | | | |
| ١ ـ ٧ | ٤ | | | | | | | | | | |

ويلخص البيان التالي التوزيع التكراري لتوزيع المعاينة للمتوسطات.

| $\bar{س}$ | ك | $\bar{س}$ ك | ($\bar{س}$ - م) | ($\bar{س}$ - م)$^{2}$ | ($\bar{س}$ - م)$^{2}$ك |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ر٥ | ١ | ١ر٥ | - ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٦ر٢٥ |
| ٢ | ١ | ٢ر٠ | - ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٦٤ر٠٠ |
| ٢ر٥ | ٢ | ٥ر٠ | - ١ر٥ | ٢ر٢٥ | ٤ر٥٠ |
| ٣ | ٢ | ٦ر٠ | - ١ر٠ | ١ر٠٠ | ٢ر٠٠ |
| ٣ر٥ | ٣ | ١٠ر٥ | - ر٥ | ٠ر٢٥ | ٠ر٧٥ |
| ٤ر٠ | ٣ | ١٢ر٠ | صفر | صفر | صفر |
| ٤ر٥ | ٣ | ١٣ر٥ | + ر٥ | ٠ر٢٥ | ٠ر٧٥ |
| ٥ر٠ | ٢ | ١٠ر٠ | + ١ر٠ | ١ر٠٠ | ٢ر٠٠ |
| ٥ر٥ | ٢ | ١١ر٠ | + ١ر٥ | ٢ر٢٥ | ٤ر٥٠ |
| ٦ر٠ | ١ | ٦ر٠ | + ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٤ر٠٠ |
| ٦ر٥ | ١ | ٦ر٥ | + ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٦ر٢٥ |
| المجموع | ٢١ | ٨٤ | | | ٣٥ر٠٠ |

المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للمتوسطات = $\frac{مجـ \bar{س} ك}{ن}$ = $\frac{٨٤}{٣١}$ =

وهذه هي نفس قيمة المتوسط الحسابي للمجتمع ($\bar{م}$)

الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات ($ع_{\bar{س}}$)

$$= \sqrt{\frac{١}{ن} مجـ (\bar{س} - \bar{م})^{2} ك}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٢١} (٣٥)}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{٣٥}}{\text{٢١}}} = \pm \text{١ر٢٩}$$

$$(\text{ع}_{\bar{\text{س}}}) = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} \times \sqrt{\frac{\text{ه} - \text{ن}}{\text{ه} - \text{١}}}$$

$$= \frac{\text{٢}}{\sqrt{\text{٢}}} \times \sqrt{\frac{\text{٧} - \text{٢}}{\text{٧} - \text{١}}}$$

$$= \frac{\text{٢}}{\text{١ر٤١٤}} \times \text{ر٩١٢} = \frac{\text{١ر٨٢٤}}{\text{١ر٤١٤}}$$

$$= \pm \text{١ر٢٩}$$

**مثال ٢**

إذا كانت س تتوزع توزيعاً معتدلاً بمتوسط حسابي يساوي ١٠٠ وانحراف معياري يساوي ١٠ ، عند أخذ عينة مكونة من ٢٥ مفردة.

( أ ) ما احتمال أن يقل متوسطها عن ١٠٢ .

(ب) ما احتمال أن يقع متوسطها ما بين ٩٦ و ١٠٢ .

حيث أن الانحراف المعياري المتوسط $(\text{ع}_{\bar{\text{س}}}) = \frac{\text{١٠}}{\sqrt{\text{٢٥}}} = \frac{\text{١٠}}{\text{٥}} = \text{٢}$

عند $\bar{\text{س}} = \text{١٠٢}$ $(\text{ز}) = \frac{\text{١٠٢} - \text{١٠٠}}{\text{٢}} = \frac{+\text{٢}}{\text{٢}} = +\text{١}$

(أ) احتمال أن تقل س عن ١٠٢ = احتمال أن تقل (ز) عن + ١

= احتمال ما بين (صفر إلى ١ر٠) + ٥٠٠٠ر

= ٣٤١٣ر + ٥٠٠٠ر = ٨٤١٣ر

(ب) احتمال أن تقع سَ ما بين ٩٦ر١٠٢

عند سَ = ٩٦ (ز) = (٨٦ ـ ١٠٠) / ٢ = (ـ ٤) / ٢ = ـ ٢ر٠

عند سَ = ١٠٢ (ز) = (١٠٢ ـ ١٠٠) / ٢ = (+ ٢) / ٢ = + ١

إذن احتمال أن تقع س ما بين ٩٦ر١٠٢

= احتمال (ز) ما بين ـ ٢ر٠ + ١ر٠

= ٤٧٧٢٥ر٠ + ٣٤١٣٠ر = ٨١٨٥٥ر

وتجدر الإشارة هنا إلى أن خصائص ومميزات التوزيع المعتدل لتوزيع المعاينة المتوسطات تعتبر من أهم الأدوات الإحصائية اللازمة لدراسة تقدير معالم المجتمع واختبار الفروض الإحصائية كما سيتضح بعد قليل على صفحات الفصلين التاليين.

**توفيق (رسم) المنحنى المعتدل Normal Curve Fitting**

إذا أردنا توفيق أو رسم المنحنى المعتدل لمجموعة من البيانات، فإن هناك طريقتان عمليتان يمكن أن نتبع إحداهما في هذا الشأن. الطريقة الأولى هي طريقة التوفيق بالإحداثيات وذلك بأن تحسب الإحداثي الرأسي، أو الصادي، لقيم س (المعيارية) المختلفة عن طريق التعويض في معادلة المنحنى المعتدل السابقة

وضرب الناتج في العدد الكلي للبيانات ( ن أو مجـ ك)، أو يمكن الاستعانة بجدول الإحداثي الرأسي (الصادي) للتوزيع المعتدل المعياري لحساب الإحداثيات الرأسية (ص) لقيم س (راجع ملاحق الجداول الإحصائية في نهاية الكتاب). وتعبر ص عن الإحداثي الرأسي كنسبة من الحجم الكلي للبيانات ( ن ) للمنحنى المعتدل الذي تباينه يساوي الوحدة (الواحد الصحيح). ولحساب الإحداثي الرأسي (ص) لأي توزيع معتدل تقوم بتحويل قيم س أو قيم مراكز الفئات إلى القيم المعيارية ونوجد قيم ص المناظرة لكل منها من الجدول. ثم بعد ذلك تضرب قيم ص في $\frac{ن}{ع}$ لتحويلها إلى قيم ص أو الإحداثيات الرأسية للمنحنى المعتدل الذي يمثل التوزيع المعطى. ولتوضيح خطوات الحساب، فالجدول التالي (جدول ٦ـ٤) يبين التوزيع التكراري لأطوال ٢٠٠ شخص بالسنتيمتر، ومتوسط هذه البيانات = ١٥٧ر٥ والانحراف المعياري = ١٠. وعلى سبيل المثال فإن القيمة المعيارية لمركز الفئة الأولى (١٢٥ ـ ١٣٠) التي تساوي ١٢٧ر٥ هي:

$$ز_{١} = \frac{١٢٧ر٥ - ١٥٧ر٥}{١٠} = \frac{-٣٠}{١٠} = -٢$$

وقيمة ص المقابلة لقيمة «ز» من جدول الإحداثي الرأسي للتوزيع المعتدل = ٠ر٠٤٤

$$\therefore ص = ٠ر٠٤٤ \times \frac{٢٠٠}{١٠} = ٠ر٨٨$$

جدول رقم (٦ ـ ٤): خطوات حساب الإحداثيات الرأسية
لتوزيع لأطوال ٢٠٠ شخص بالسنتيمتر

| راكز الفئات (س) | القيم المعيارية | ص | الإحداثي الرأسي للمنحنى المطلوب |
|---|---|---|---|
| ١٢٧٫٥ | ـ ٣٫٠ | ٠٫٠٠٤٤ | ٠٫٨٨ |
| ١٣٢٫٥ | ـ ٢٫٥ | ٠٫٠١٧٥ | ٣٫٥٠ |
| ١٣٧٫٥ | ـ ٢٫٠ | ٠٫٠٥٤٠ | ١٠٫٨٠ |
| ١٤٢٫٥ | ـ ١٫٥ | ٠٫١٢٩٥ | ٢٥٫٩٠ |
| ١٤٧٫٥ | ـ ١٫٠ | ٠٫٢٤٢٠ | ٤٨٫٤٠ |
| ١٥٢٫٥ | ـ ٠٫٥ | ٠٫٥٢١ | ٧٠٫٢٤ |
| ١٥٧٫٥ | صفر | ٠٫٣٩٨٩ | ٧٩٫٧٨ |
| ١٦٢٫٥ | + ٠٫٥ | ٠٫٣٥٢١ | ٧٠٫٢٤ |
| ١٦٧٫٥ | + ١٫٠ | ٠٫٢٤٢٠ | ٤٨٫٤٠ |
| ١٧٢٫٥ | + ١٫٥ | ٠٫١٢٩٥ | ٢٥٫٩٠ |
| ١٧٧٫٥ | + ٢٫٠ | ٠٫٠٥٤٠ | ١٠٫٨٠ |
| ١٨٢٫٥ | + ٢٫٥ | ٠٫٠١٧٥ | ٣٫٥٠ |
| ١٨٧٫٥ | + ٣ | ٠٫٠٠٤٤ | ٠٫٨٨ |

والقيم في العمود الأخير تحدد المنحنى المعتدل الذي يمثل توزيع أطوال الأشخاص. ولرسم المنحنى نقوم برسم محورين متعامدين يمثل المحور الأفقي مراكز الفئات ثم توقع قيم الإحداثي الرأس (ص) المقابلة لكل مركز فئة

بنقطـة، ويتـم بتـوصيـل جميـع نقـط بمنحنى ممهـد يمثـل المنحنى المعتـدل المطلوب.

ومن الجدير بالذكر هنا أن مجموع قيم (ص) في الجدول السابق لا يمثل المجموع الكلي للتكرارات حيث أنها تمثل التكرار لقيم (س) ولا توضح مجموع التكرارات لقيم (س). وبناء على ذلك لا يمكن استخدام قيم الإحداثيات الرأسية (الصادية) في حساب الاحتمال ولكنها تستخدم فقط لرسم المنحنى المعتدل للبيانات.

والطـريقـة الثـانيـة لـرسـم المنحنى المعتـدل تعـرف بطـريقـة التـوفيـق بالمساحات. وفيها توجد نسبة مساحة المنحنى (التكـرارات النسبية) المحصورة بيـن أي قيمتين من قيم المتغير المعيارية (أو حساب المساحـة المحصورة بين حدي كل فئـة على حدة) ومنها نستطيع حسـاب التكرارات المتوقعة وذلك بالاستعانـة بجدول المساحات للتوزيع المعتـدل. وعلى سبيل المثال فإنه في دراسة لمعرفة العوامل المؤثرة على تطور ونمو الجسم أخذت قياسات لأوزان ٢٠٠٠ شـاب (بالكيلوجـرام) خلال فترة محـددة، والمطلوب هو توفيـق منحنى للتوزيع التكراري للبيانات المشاهدة. في مثل هذه الحالة تجري الخطوات التالية:

(١) نحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للبيانات المشاهدة كما يلي:

جدول رقم (٦ ـ ٥) طريقة حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

| فئات الوزن (بالكيلوجرام) | التكرارات (ك) | مركز الفئات | $\bar{ح}$ | $\bar{ح}$ ك | $\bar{ح}^2$ ك |
|---|---|---|---|---|---|
| ٥٩٫٥ ـ | ٤٠ | ٦٠ | ـ ٤ | ـ ١٦٠ | ٦٤٠ |
| ٦٠٫٥ ـ | ٨٠ | ٦١ | ـ ٣ | ـ ٢٤٠ | ٧٢٠ |
| ٦١٫٥ ـ | ٢٤٠ | ٦٢ | ـ ٢ | ـ ٤٨٠ | ٩٦٠ |
| ٦٢٫٥ ـ | ٣٤٠ | ٦٣ | ـ ١ | ـ ٣٤٠ | ٣٤٠ |
| ٦٣٫٥ ـ | ٦٢٠ | ٦٤ | صفر | صفر | صفر |
| ٦٤٫٥ ـ | ٤٤٠ | ٦٥ | ١ | ٤٤٠ | ٤٤٠ |
| ٦٥٫٥ ـ | ١٨٠ | ٦٦ | ٢ | ٣٦٠ | ٧٢٠ |
| ٦٦٫٥ ـ | ٤٠ | ٦٧ | ٣ | ١٢٠ | ٣٦٠ |
| ٦٧٫٥ ـ | ١٠ | ٦٨ | ٤ | ٤٠ | ١٦٠ |
| ٦٨٫٥ ـ | ١٠ | ٦٩ | ٥ | ٥٠ | ٢٥٠ |
| المجموع | ٢٠٠٠ | | | ـ ٢١٠ | ٤٩٥٠ |

$$\bar{س} = ٦٤ + \frac{-٢١٠}{٢٠٠٠} = ٦٤ - ٠٫١٠٥ = ٦٣٫٨٩٥ \text{ كيلوجرام}$$

$$ع = \sqrt{\frac{٤٩٥٠}{٢٠٠٠} - \left(\frac{-٢١٠}{٢٠٠٠}\right)^{٢}} = \sqrt{٢٫٢٩٥ - ٠٫٠١١٠٢٥}$$

$$= \sqrt{٢٫٢٨٣٩٧٥} = \pm ١٫٥١١ \text{ كيلوجرام}$$

(٢) نحسب القيم المعيارية المقابلة للحدود العليا للفئات، مع افتراض وجود فئة تسبق الفئة الأولى (٥٩٫٥ ـ ) حدها الأعلى هو الحد الأدنى للفئة الأولى

في التوزيع، وتكون القيمة المعيارية لتلك الفئة هي:

القيمة المعيارية (ز) للفئة قبل الأولى = $\frac{\text{٥ر٥٩ ـ ٨٩٥ر٦٣}}{\text{٥١١ر١}}$

= ـ ٩١ر٢

ومن جدول المساحات للتوزيع المعتدل نوجد المساحة التي على يسار هذه القيمة (إشارة القيمة سالبة) أي احتمال أن تكون (ز) أقل من أو تساوي = (٥٠٠٠ر ـ ٤٩٨٢ر٠) = ٠٠١٨ر٠

وبالمثل فإن القيمة المعيارية للفئة (٥ر٥٩ ـ) هي:

ح (ز أقل من أو تساوي ـ ٢٥ر٢) = (٥٠٠٠ر ـ ٤٨٧٨ر٠)

= ١٠٢٢ر

∴ ح (ـ ٩١ر٢ أقل من أو تساوي ز أقل من أو تساوي ـ ٢٥ر٢)
= ٠١٢٢ر ـ ٠٠١٨ر = ٠١٠٤ر٠

ويكون التكرار المتوقع في الفئة (٥ر٥٩ ـ) = ٠١٠٤ر٠ × ٢٠٠٠
= ٨٠٠ر٢٠ شاب
(٢١ شاب تقريباً)

والجدول التالي يقارن بين التكرارات المشاهدة والمتوقعة للتوزيع المعتدل لارتفاع الأمواج.

**جدول رقم (٦ ـ ٦) : التكرارات المشاهدة والمتوقعة لعدد ٢٠٠٠ موجة والمساحات تحت المنحنى المعتدل**

| الفئات | قيمة (ز) | المساحة على يسار (ز) | فروق المساحات | التكرار المتوقع | التكرار المتوقع |
|---|---|---|---|---|---|
| أقل من ٥٩ر٥ | -٢ر٩١ | ٠٠١٨ر | | | |
| ٥٩ر٥ - | -٢ر٢٥ | ٠١٢٢ر | ٠١٠٤ر | ٢٠ر٨ | ٤٠ |
| ٦٠ر٥ - | -١ر٥٩ | ٠٥٥٩ر | ٠٤٣٧ر | ٨٧ر٤ | ٨٠ |
| ٦١ر٥ - | -٩٢ر | ١٧٨٨ر | ١٢٢٩ر | ٢٤٥ر٨ | ٢٤٠ |
| ٦٢ر٥ - | -٠ر٢٦ | ٣٩٧٤ر | ٢١٨٦ر | ٤٢٧ر٢ | ٣٤٠ |
| ٦٢ر٥ | +٤٠ر | ٦٥٥٤ر | ٢٥٨٠ر | ٥١٦ر٠ | ٦٢٠ |
| ٦٤ر٥ | +١ر٠٦ | ٨٥٥٤ر | ٢٠٠٠ر | ٤٠٠ر٠ | ٤٤٠ |
| ٦٥ر٥ | +١ر٧٢ | ٩٥٧٢ر | ١٠١٩ر | ٢٠٣ر٨ | ١٨٠ |
| ٦٦ر٥ | +٢ر٣٩ | ٩٩١٦ر | ٠٣٤٣ر | ٦٨ر٦ | ٤٠ |
| ٦٧ر٥ | +٣ر٤٥ | ٩٩٩٧ر | ٠٠٨١ر | ١٦ر٢ | ١٠ |
| ٦٨ر٥ | +٣ر٧١ | ٩٩٩٩ر | ٠٠٢٠ر | ٠ر٤ | ١٠ |
| المجموع | | | ٩٩٨١ر | ١٩٨٦ر٢ | ٢٠٠٠ |

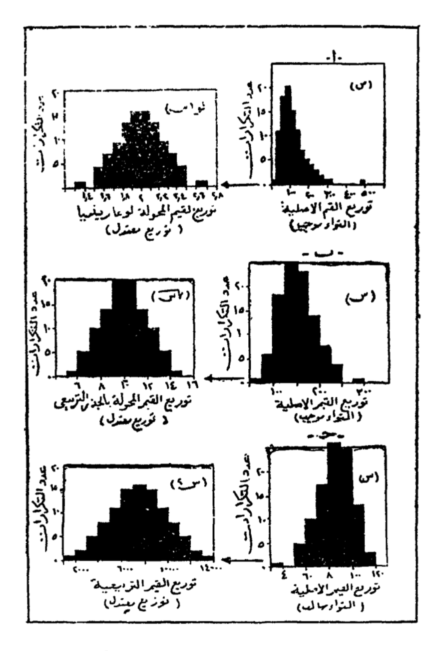
ويمكن مقارنة الاختلاف فيما بين التكرارات المشاهدة والمتوقعة للتوزيع المعتدل وذلك بحساب قيمة مربع كاي ($X^2$) بدرجات حرية (ن ـ ٣) للوقوف على طبيعة هذا الاختلاف، أي هل هو اختلاف حقيقي أم يرجع إلى الصدفة. وسوف نوضح طريقة المقارنة باستخدام أسلوب مربع كاي في الفصل الخاص بأساليب المقارنة غير البارامترية.

**تحويل البيانات Transformation of Data**

درسنا منذ قليل كيفية رسم المنحنى المعتدل لمجموعة من البيانات كما عرفنا مدى موافقة مجموعة من البيانات للتوزيع المعتدل ـ أي هل يتبع توزيع البيانـات التوزيع المعتدل أم ينحرف عنـه وذلك عن طريق حساب التكرارات فيما لو كان توزيع هذه البيانات يتبع التوزيع المعتدل. ولكن في كثير من الأحيان لا يتبع توزيع البيانات التوزيع المعتدل، بل يكون توزيعاً ملتوياً (موجباً أو سالباً)، يبتعد عن الشكل المتماثل حول المتوسط الحسابي، مما يعوق عملية تحليلها باستخدام الأساليب المعلمية (البارامترية) التي تشترط أن تكون البيانات ذات اعتدالية أو تماثل في التوزيع. وللتغلب على هذه المشكلة تستخدم عدة طرق ووسائل معينة لتحويل (لتعديل) البيانات الأصلية، ليصبح توزيع مفرداتها توزيعاً معتدلاً. ويتوقف تطبيق كل طريقة، بصفة خاصة، على نوعية وطبيعة توزيع تلك البيانات، أي على نوع ودرجة التواء منحنى التوزيع. وفيما يلي أهم الوسائل التي يجب اتباعها في هذا الشأن شكل رقم (٦ ـ ١٠):

أولاً: في حالة ما إذا كان توزيع البيانات يتصف بأنه توزيعاً ملتوياً التواء موجباً [أي ملتوى إلى اليميـن ـ مثال ذلك توزيع المدن حسب الحجم السكاني، أو توزيع عدد السكان في دولة ما (أو عدد الدول) وفق فئات الدخل]، وكان معامل التوائه قريباً من الصفر، فإن **التحويل اللوغاريتمي** للقيم الأصلية يعدل البيانات ويقربها من التوزيع المعتدل (شكل رقم: ٦ ـ ١٢). وعلى سبيل المثال إذا كان لدينا القيم الأصلية واللوغاريتمات المقابلة لكل منها لمجموعة من البيانات مثل:

| الأرقام | ١٢ | ١٥ | ١٨ | ٢٠ | ٢٢ | ٢٦ | ٣٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اللوغاريتمات | ١٫٠٨ | ١٫١٨ | ١٫٢٦ | ١٫٣٠ | ١٫٣٤ | ١٫٣٨ | ١٫٤٢ | ١٫٤٨ |

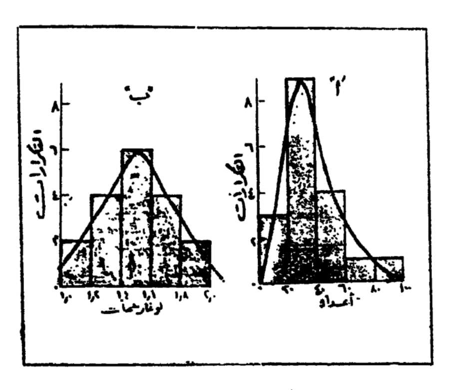


شكل رقم (٦ ـ ١٢): طرق تحويل توزيعات القيم الأصلية الملتوية
إلى التوزيع المعتدل

| الأرقام | ٣٢ | ٣٤ | ٣٦ | ٣٨ | ٤٤ | ٤٨ | ٥٢ | ٥٦ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اللوغاريتمات | ١ر٥١ | ١ر٥٣ | ١ر٥٧ | ١ر٥٨ | ١ر٦٤ | ١ر٦٨ | ١ر٧٢ | ١ر٧٥ |

| الأرقام | ٦٨ | ٨١ |
|---|---|---|
| اللوغاريتمات | ١ر٨٣ | ١ر٩١ |

فإننا إذا جدولنا القيم الأصلية في شكل توزيع تكراري ورسمنا له المدرج التكراري (شكل رقم ٦ ـ ١٣ أ) فإن أول ما نلاحظه هو التواء التوزيع التواء موجباً. ولكن إذا اعتمدنا على اللوغاريتمات في الجدولة ورسمنا لها المدرج التكراري (شكل رقم ٦ ـ ١٣ ب) فإن شكل التوزيع الناتج يكون متماثلاً، كما يقترب من شكل التوزيع المعتدل.




شكل رقم (٦ ـ ١٣): تأثير التحويل اللوغارتيمي على التوزيع الموجب الالتواء وتعديله إلى توزيع معتدل

وبالمثل إذا كان لدينا توزيعاً تكرارياً موجب الالتواء لعينة من ١٠٠ شخص حسب فئات الدخل (بالجنيه) فإننا نقوم بتحويل القيم الأصلية للبيانات إلى قيم لوغاريتمية ثم نضع الأخيرة في جدول تكراري يبدو فيه أن التحويل اللوغاريتيم قد أتى بثماره في تغيير التكرارات داخل الفئات اللوغاريتمية ليصبح التوزيع الجديد قريباً من التوزيع المعتدل كما هي الحال في الجدول التالي:

**جدول رقم (٦ ـ ٧): تحويل البيانات الأصلية (غير المعتدلة) إلى بيانات معتدلة بطريقة التحويل اللوغاريتمي لعينة من ١٠٠ شخص حسب فئات الدخل**

| البيانات الأصلية | | | البيانات المحولة لوغاريتميا | | |
|---|---|---|---|---|---|
| فئات الدخل (بالجنيه) | التكرار | التكرار المتجمع | الفئات | التكرار | التكرار المتجمع |
| ١ ـ ٢٥ | ١ | ١ | ١ر٣١ ـ ١ر٤٠ | ١ | ١ |
| ٢٦ ـ ٥٠ | ١١ | ١٢ | ١ر٤١ ـ ١ر٥٠ | صفر | ١ |
| ٥١ ـ ٧٥ | ١٨ | ٣٠ | ١ر٥١ ـ ١ر٦٠ | ٤ | ٥ |
| ٧٦ ـ ١٠٠ | ٢٠ | ٥٠ | ١ر٦١ ـ ١ر٧٠ | ٧ | ١٢ |
| ١٠١ ـ ١٢٥ | ١٥ | ٦٥ | ١ر٧١ ـ ١ر٨٠ | ٩ | ٢١ |
| ٢٦ ـ ١٥٠ | ١١ | ٧٦ | ١ر٨١ ـ ١ر٩٠ | ١٣ | ٣٤ |
| ١٥١ ـ ١٧٥ | ٧ | ٨٣ | ١ر٩١ ـ ٢ر٠٠ | ١٦ | ٥٠ |
| ١٧٦ ـ ٢٠٠ | ٥ | ٨٨ | ٢ر٠١ ـ ٢ر١٠ | ١٦ | ٦٦ |
| ١٢٠١ ـ ١٢٢٥ | ٤ | ٩٢ | ٢ر١١ ـ ٢ر٢٠ | ١٣ | ٧٩ |
| ٢٢٦ ـ ٢٥٠ | ٣ | ٩٥ | ٢ر٢١ ـ ٢ر٣٠ | ٩ | ٨٨ |
| ٢٥١ ـ ٢٧٥ | ٢ | ٩٧ | ٢ر٣١ ـ ٢ر٤٠ | ٧ | ٩٥ |
| ٢٧٦ ـ ٣٠٠ | ١ | ٩٨ | ٢ر٤١ ـ ٢ر٥٠ | ٤ | ٩٩ |
| ٣٠٠ ـ ٣٢٥ | ١ | ٩٩ | ٢ر٥١ ـ ٢ر٦٠ | صفر | ٩٩ |
| ٤٧٦ ـ ٥٠٠ | ١ | ١٠٠ | ٢ر٦١ ـ ٢ر٧٠ | ١ | ١٠٠ |

أما إذا كان التوزيع شديد الالتواء، أي أن معامل التوائه الموجب يزداد عن الصفر كثيراً ويقترب من + ١٫٠ فإن تحويل القيم الأصلية للبيانات إلى قيم الجذر التربيعي يقربها إلى التوزيع المعتدل (شكل رقم ٦ ـ ١٢ ب).

ثانياً: في حالة التوزيعات السالبة الالتواء (أي الملتوية إلى اليسار) فإن تحويل القيم الأصلية للبيانات إلى قيم أسية، وبصفة خاصة إلى القوة التربيعية، من شأنه أن يعدل توزيع البيانات ويقربها من التوزيع المعتدل (شكل رقم ٦ ـ ١٢ جـ). كما يمكن تعديل البيانات السالبة التوزيع وتقريبها من التوزيع المعتدل بأن يحول التوزيع السالب إلى توزيع موجب وذلك عن طريق طرح القيم الأصلية من قيمة أكبر من أكبر قيمة في التوزيع. فمثلاً إذا كانت لدينا المجموعة الآتية من البيانات: ١، ٢، ٣، ٤، ٤، ٥، ٥، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٨، ٨، ٨، ٨، ٩، ٩، ٩، ١٠. فإن التوزيع التكراري لهذه المجموعة هو:

| الفئات: | ١ ـ ٢ | ، ٣ ـ ٤ | ، ٥ ـ ٦ | ، ٧ ـ ٨ | ، ٩ ـ ١٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار: | ٢ | ٣ | ٤ | ٧ | ٣ |

ولتحويل هذا التوزيع السالب الالتواء إلى توزيع موجب نطرح القيم الأصلية من القيمة ١١ وهي أكبر من أكبر قيمة (١٠) في البيانات لتصبح القيم الأصلية كما يلي:

١٠، ٩، ٨، ٧، ٦، ٦، ٥، ٥، ٤، ٤، ٣، ٣، ٣، ٣، ٢، ٢، ١

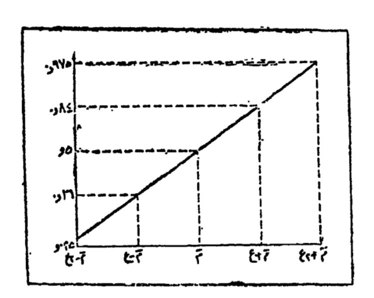
فإذا ما قمنا بجدولة القيم المعدلة فإن التوزيع التكراري الناتج سيكون موجب الالتواء، كما يلي:

| الفئات: | ١ ـ ٢ | ، ٣ ـ ٤ | ، ٥ ـ ٦ | ، ٧ ـ ٨ | ، ٩ ـ ١٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار: | ٣ | ٧ | ٤ | ٣ | ٢ |

وبعد إتمام عملية تعديل القيم الأصلية ليصبح توزيعها السالب الالتواء توزيعاً موجباً نستخدم إحدى الطرق السابق شرحها لتحويل البيانات الموجبة الالتواء وتقريبها من التوزيع المعتدل.

وللتأكد من دقة التحويل لكل طريقة من الطرق السابقة يستخدم ورق الرسم البياني الاحتمالي (الحسابي واللوغاريتمي) Probability Graph Paper بعد تحويل التكرارات الأصلية للبيانات إلى تكرارات متجمعة نسبية Cumulative Frequencies Percentage ثم توقع الأخيرة على هذا الورق وذلك في مقابل الحد الأعلى (المطلق أو اللوغاريتمي) لكل فئة من فئات التوزيع. فإذا تجمعت نقط التمثيل على خط مستقيم، الذي يمثل التكرارات النسبية (الاحتمال) أو المساحة المقابلة للقيم المعيارية تحت المنحنى المعتدل شكل رقم (٦ ـ ١٤)، دل ذلك على أن البيانات (الأصلية أو المحولة) تتوزع توزيعاً معتدلاً، أما إذا كانت هذه النقط تقع على منحنى مقوس للخارج (منحنى مقعر) فإن البيانات تكون ذات التواء موجب، أما إذا كان المنحنى مقوس للداخل (منحنى محدب) دل ذلك على أن التوزيع سالب الالتواء.

ومن مزايا ورق الرسم البياني الاحتمالي أيضاً أنه يمكن منه تقدير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، كما يمكن منه تقدير الاحتمالات المطلوب لقيم مختلفة داخل التنوزيع. وتجدر الإشارة إلى أن النتائج التي نحصل عليها عن طريق الرسم البياني تكون إلى حد ما أقل دقة إذا ما قورنت بنتائج الطرق الحسابية، ولكنها تتميز بأنها أسرع في إجرائها من العمليات الحسابية التي تستنفذ بعضاً من الوقت.




**شكل رقم (٦ ـ ١٤) التكرارات النسبية (الاحتمال) المقابلة لقيمة المتوسط (م̄ = صفر) وقيمة الانحراف المعياري (ع = ١) للتوزيع المعتدل**

ولتوضيح طريقة تمثيل البيانات الأصلية والمحولة على ورق الرسم البياني الاحتمالي نسوق المثال التالي الخاص بتوزيع الأجور (بالجنيه) الشهرية في إحدى المناطق، ونجري عليه الخطوتين التاليتين:

(١) تحول التكرارات الأصلية إلى تكرارات متجمعة تقابل الحدود العليا للفئات.

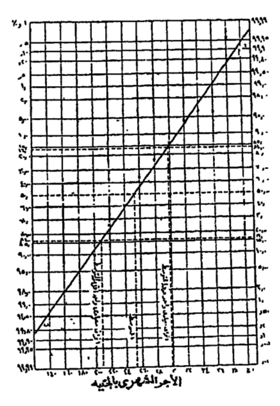
(٢) تحول التكرارات المتجمعة إلى تكرارات متجمعة نسبية كما في الجدول الآتي:

جدول رقم (٦ ـ ٨): التكرارات المتجمعة النسبية للأجور السنوية بإحدى المناطق

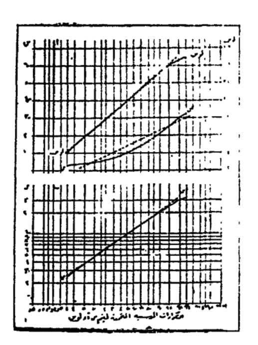
| الفئات (الأجر بالجنيه) | التكرار | الحد الأعلى للفئات | التكرار المتجمع | التكرار المتجمع النسبي (٪) |
|---|---|---|---|---|
| ١٦٠ ـ | ١ | ١٨٠ | ١ | ٢ |
| ١٨٠ ـ | ٤ | ٢٠٠ | ٥ | ١٠ |
| ٢٠٠ ـ | ٨ | ٢٢٠ | ١٣ | ٢٦ |
| ٢٢٠ ـ | ٧ | ٢٤٠ | ٢٠ | ٤٠ |
| ٢٤٠ ـ | ١٢ | ٢٦٠ | ٣٢ | ٦٤ |
| ٢٦٠ ـ | ـــ | ٢٨٠ | ٣٨ | ٧٦ |
| ٢٨٠ ـ | ٥ | ٣٠٠ | ٤٣ | ٨٦ |
| ٣٠٠ ـ | ٤ | ٢٢٠ | ٤٧ | ٩٤ |
| ٣٢٠ ـ | ١ | ٣٤٠ | ٤٨ | ٩٦ |
| ٣٤٠ ـ | صفر | ٣٦٠ | ٤٨ | ٩٦ |
| ٣٦٠ ـ ٣٨٠ | ٢ | ٣٨٠ | ٥٠ | ١٠٠ |

وبعد أن تم تمثيل التكرارات المتجمعة النسبية على ورق الرسيم البياني الاحتمالي الحسابي (شكل رقم ٦ ـ ١٥)، نلاحظ أم نقط التمثيل لا تقع تماماً على خط مستقيم، مما يدل على أن التوزيع لا يتخذ شكل التوزيع المعتدل المثالي ولكن نظراً لانتشار النقط في شكل نمط خطي فإن ذلك يعني أن النقط تمثل توزيعاً يقترب كثيراً من التوزيع المعتدل المثالي. وبالتالي يمكن تقدير التوزيع الاحتمالي المعتدل المثالي وذلك عن طريق رسم خط «أحسن توفيق» «a best fit line» بين نقط التمثيل على الرسم البياني والذي يوضحه الخط أ ب في شكل رقم (٦ ـ ١٥). وبإمكاننا الآن تحديد (أو قراءة) قيمة كل من المتوسط الحسابي والانحراف

المعياري للتوزيع المعتدل المثالي الذي يقترب منه التوزيع المشاهد (الفعلي) الأجور الشهرية. فمن الشكل نجد أن قيمة المتوسط الحسابي هي القراءة على المحور الأفقي المقابلة للقيمة ٥٠٪ على المحور الرأسي، وتكون القراءة في هذه الحالة هي ٢٥٫٣ جنيهاً تقريباً (يلاحظ في الشكل رقم ٦ ـ ١٥ أن المحورين الرأسيين مقسمان إلى نسب الاحتمال المكملة لبعضها: فتشير النسب على المحور الرأسي الأيسر إلى نسب الاحتمال أكبر من القيمة المقابلة لها على المحور الأفقي، بينما تمثل النسب على المحور الرأسي الأيمن نسب الاحتمال أقل من القيم المقابلة لها على المحور الأفقي). كما يمكن الحصول على الانحراف المعياري من تحديد الفرق أو الاختلاف بين قيمة المتوسط الحسابي والقيم المقابلة للمستوى ١٦٪ أو ٨٤٪ على المحور الأفقي، ويلاحظ أن هذا الفرق يقترب من القيمة المحسوبة سابقاً للانحراف المعياري للتوزيع وهي ٤٣ جنيهاً.




شكل رقم (٦ ـ ١٥) تمثيل الأجور الشهرية على ورق الرسم البياني الاحتمالي



**شكل رقم (٦ ـ ١٦) تمثيل البيانات الأصلية والمحولة**
**(جدول رقم ٦ ـ ٧) على ورق الرسم البياني الاحتمالي الحسابي واللوغاريتمي**

ويستخدم ورق الرسم البياني الاحتمالي اللوغاريتمي بدلاً من الحسابي إذا حولنا قيم البيانات الأصلية إلى قيم لوغاريتمية حتى نقربها من التوزيع المعتدل. وفي هذه الحالة تحول التكرارات للفئات اللوغاريتمية إلى تكرارات متجمعة نسبية، ثم توقع على ورق الرسم وذلك مقابل لوغاريتم الحد الأعلى لكل فئة من فئات التوزيع. فإذا تجمعت أيضاً نقط التمثيل على خط مستقيم كان توزيع البيانات معتدلاً، بينما إذا وقعت النقط على خط منحنى دل ذلك على عدم تماثل أو عدم اعتدالية التوزيع حتى بعد تحويله. والشكل رقم (٦ ـ ١٦ أ وب) يمثل البيانات الأصلية والمحولة الموضحة في الجدول رقم (٦ ـ ٧)، ومنه نرى أن النقط الممثلة لكل من القيم الأصلية أو اللوغاريتمية للبيانات (قيمة س أو لو س) تمثل نمطاً خطياً إذ أنها تقع على خط قريب من الاستقامة مما يدل على أن توزيع البيانات المحولة أصبحت قريبة جداً من التوزيع المعتدل.

# الفصل السابع
# تقدير خصائص (معالم) المجتمع

رأينا في الفصول السابقة أن دراسة المجتمعات تعتمد أساساً على الحصر الشامل لجميع مفردات للتعرف على خصائص (معالم) هذا المجتمع. ويقصد بالمجتمع في الدراسات الكمية، كما سبق أن ذكرنا، كل المفردات التي يتكون منها هذا المجتمع والتي تتصف بواحدة أو أكثر من الصفات المميزة المشتركة، وأن أية قيمة تحسب من توزيع المجتع لدراسة خصائصه تسمى معلمة Parameter فالمتوسط الحسابي، التباين، والانحراف المعياري هي معالم لهذا المجتمع Population Parameters.

وكما ذكرنا أن دراسة المجتمعات عن طريق أخذ كل مفردات المجتمع تعتبر من الأمورغير اليسيرة التي تحتاج إلى وقت طويل ومجهود كبير. هذا إلى جانب أنه في كثير من الأحيان تتعذر دراسة كل المجتمع إذ يكون حجم المجتمع غير محدود Infinite أي لا يمكن حصر جميع مفرداته، مثل مجتمع إنتاج سلعة من نوع معين، مما يفرض على الباحث القيام بفحص جزء من هذا المجتمع أو «عينة» منه. كذلك قد تتعذر دراسة كل المجتمع المحدود finite أي الذي يمكن حصر جميع مفرداته وذلك لأسباب اقتصادية أو عملية تقف أمام إتباع أسلوب الحصر الشامل لمعرفة القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع. فمثلاً إذا أردنا معرفة متوسط عمر المصباح من إنتاج أحد المصانع في فترة معينة (المجتمع في هذه الحالة هو مجمتع محدود ويتكون من الكمية المنتجة من المصابيح) فإنه يتعين علينا إضاءة كل مصباح من

إنتاج المصنع حتى يحترق لمعرفة عمره وبذلك نتمكن من معرفة متوسط عمر المصباح في المصنع كله. أي أنه لمعرفة معلمة مجتمع المصابيح نضطر إلى إتلاف جميع مفرداته وهذا غير ممكن عملياً كما أنه يكون مكلف اقتصادياً. لذلك فإنه من الأوفق أن تأخذ عينة من هذه المصابيح الكهربائية وتترك مضاءة حتى تحترق ثم نستخدم قيمة متوسط عمر المصابيح في العينة (إحصائية العينة) كتقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع (معلمة المجتمع). نخلص من ذلك أنه في كثير من الأحيان لا نستطيع معرفة القيمة الحقيقية بصفة مؤكدة لمعلمة المجتمع قيد البحث عن طريق الحصر الشامل ولذا فإننا نلجأ إلى تقديرها عن طريق اختيار عينة عشوائية من هذا المجتمع وحساب قيمة تقديرية لهذه المعلمة من بيانات العينة.

## أنـواع التقديـر

هناك نوعان من التقديرات لمعالم المجتمع هما: تقدير النقطة وتقدير الفترة الذي قد يكون مصحوباً بدرجة الثقة في صحة التقدير. ويعبر تقدير النقطة Point Estimate عن معلمة المجتمع بقيمة واحدة كقيمة المتوسط الحسابي لعينة الذي يتخذ كتقدير غير متحيز أو تقدير قريب جداً من المتوسط الحقيقي للمجتمع. أما تقدير الفترة Interval Estimate أو فترة الثقة Confidence Interval فيعبر عن مدى معين من القيم بحيث يشتمل هذا المدى على قيمة المتوسط العام (أو المعلمة) للمجتمع. ولتوضيح ذلك نذكر أنه إذا قيست مسافة على خريطة فكانت ٥٢ر٨ سنتيمتراً أو إذا قدر عمر قطعة أثرية بألف سنة فإننا في هذه الحالة بصدد تقدير نقطة لطول المسافة ولعمر القطعة الأثرية. ومن الناحية الأخرى إذا ذكرنا أن المسافة هي ٥٢ر٨ ± ٣ر سنتيمتراً أي أن المسافة تقع بين ٥٢ر٥ سنتيمتراً. و ٥٣ر١ سنتيمتراً باحتمال قدره ٩٥ر٠، أو إذ قدر عمر قطعة أثرية بين ١٠٠٠ سنة و ١٥٠٠ سنة باحتمال قدره ٩٥ر٠٠ فإننا نعطي تقديراً بفترة لطول المسافة أو لعمر القطعة الأثرية واحتمال أن يقع كل منهما في أي نقطة منها. ونظراً لأن تقدير الفترة يعطي قيمة احتمال وقوع (٩٥ر٠) وكذلك عدم وقوع (٠٥ر) طول المسافة أو العمر في هذه

الفترة، ولذلك فإننا نطلق على الفترة (٥ر٥٢، ١ر٥٢ سنتيمتر أو ١٠٠٠، ١٥٠٠ سنة) اسم «فترة ثقة ٩٥ ٪» لطول المسافة ولعمر القطعة الأثرية. وبصفة عامة فإن التقديرات بفترة تشير إلى معنوية أو دقة التقدير، وبالتالي فإنها تفضل على التقدير بنقطة لمعلمة من معالم المجتمع.

## تقدير فترة الثقة لمعالم المجتمع

كثيراً ما يكون هناك مجتمع لا تعرف معالمه (المتوسط الحسابي «$\overline{م}$» أو الانحراف المعياري «ع») ونجد أنه بينما نريد معرفة بعض أو كل هذه المعالم فإننا لا نستطيع تحديد هذه المعالم تحديداً دقيقاً ومؤكداً وذلك لأسباب عملية أو اقتصادية. وفي هذه الحالة نلجأ إلى تقدير معالم المجتمع الأصلي من خلال إحصائيات عينة عشوائية تسحب من هذا المجتمع. على أنه يمكن القول أن هذا التقدير يتطلب معرفة طبيعة العلاقة بين التوزيع الأصلي للمجتمع معالمه المختلفة وتوزيع المعاينة للمتوسطات الحسابية بإحصائياتة المختلفة.

ومن الناحية العملية لا يمككنا سحب عدد كبير من العينات، لاعتبارات مالية وزمنية، ولكن يمكن سحب عينة واحدة ونحسب منها المتوسط الحسابي ($\overline{س}$) ومنه يمكن تقدير لمتوسط الحسابي للمجتمع ($\overline{م}$) بإنشاء فترة ثقة للمتوسط الحسابي المحسوب من العينة ($\overline{س}$). فإذا كان حجم العينة كبيراً بدرجة كافية (ن أكبر من ٣٠) ومسحوبة عشوائياً من مجتمع ـ ليس بالضرورة أن يكون معتدلاً ـ له متوسط حسابي ($\overline{م}$) وانحراف معياري (ع) فإننا يمكن أن نتوقع، تبعاً لخصائص التوزيع المعتدل، أن نجد قيمة فعلية للمعلمة ($\overline{م}$) تقع بالتقريب:

في الفترة [$\overline{س}$ + ع، $\overline{س}$ ـ ع] باحتمال ٢٧ر٦٨٪

وفي الفترة [$\overline{س}$ + ٢ ع، $\overline{س}$ ـ ٢ ع] باحتمال ٤٥ر٩٥٪

وفي الفترة [$\overline{س}$ + ٣ ع، $\overline{س}$ ـ ٣ ع] باحتمال ٧٣ر٩٩٪

أما إذا رجعنا إلى خصائص توزيع المعاينة للمتوسطات الحسابية المسحوبة

عشوائياً من المجتمع المراد تقدير المعلمة (م) له، فإننا يمكن أن نتوقع تبعاً لخصائص التوزيع العيني، الذي يتوزع بشكل تقريبي كالتوزيع المعتدل الذي متوسط حسابي $م_{س}$ - وانحراف معياري (خطأ معياري) $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$، أن نجد أن قيمة المعلمة (م) تقع بالتقريب:

في الفترة $[\bar{س} + \frac{ع}{\sqrt{ن}}، \bar{س} - \frac{ع}{\sqrt{ن}}]$ باحتمال ٢٦ر٦٨٪

وفي الفترة $[\bar{س} + \frac{٢ ع}{\sqrt{ن}}، \bar{س} - \frac{٢ ع}{\sqrt{ن}}]$ باحتمال ٤٥ر٩٥٪

وفي الفترة $[\bar{س} + \frac{٣ ع}{\sqrt{ن}}، \bar{س} - \frac{٣ ع}{\sqrt{ن}}]$ باحتمال ٧٣ر٩٩٪

وتسمى الفترات ٢٧ر٦٨ ٪، ٤٥ر٩٥ ٪، ٧٣ر٩٩٪ بفترات الثقة، أو مستوى الثقة Confidence Level (الاحتمال) لتقدير المعلمة ($\bar{م}$)، وبالتالي فإن درجة عدم الصحة في التقدير للفترة الثانية = (١٠٠ - ٤٥ر٩٥٪) = ٥٥ر٤٪ وعدم الصحة في التقدير للفترة الثالثة = (١٠٠ - ٧٣ر٩٩٪) = ١٧ر٠٪ كما يطلق على حدود هذه الفترات ($\bar{س}$ ± ع، $\bar{س}$ ± ٢ع، $\bar{س}$ ± ٣ع) اسم حدود الثقة Confidence Limits المعلمة ($\bar{م}$). أما حدود الثقة للفترات ٩٥٪، ٩٩٪ فهي على الترتيب: $\bar{س}$ ± ٩٦ر١ع، $\bar{س}$ ± ٥٨ر٢ع. وتسمى القيم ٩٦ر١، ٥٨ر٢ في حدود الثقة بمعاملات الثقة Confidance Coefficients أو القيم الحرجة Critical Values ويرمز لها بالرمز ($ز_{١}$). ويمكن الحصول على معاملات الثقة من مستوى الثقة المطلوب للتقدير، أو العكس، كما يلي:

| مستوى الثقة (الاحتمال) | ٦٨ر٢٧ | ٨٠٪ | ٩٠٪ | ٩٥٪ | ٩٦٪ | ٩٨٪ | ٩٩٪ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (ز) | ١ر٠٠ | ١ر٢٨ | ١ر٦٤٥ | ١ر٩٦ | ٢ر٠٥ | ٢ر٣٣ | ٢ر٥٨ |

من كل مما سبق يمكن القول أن إنشاء فترة الثقة يعتمد أساساً على الخصائص التي سبق ذكرها عن التوزيع الاحتمالي المعتدل والتوزيع الاحتالي للمتوسطات الحسابية للعينات الذي سبق أن قلنا أن له توزيع معتدل إذا كان حجم العينة كبير بدرجة كافية بصرف النظر عن شكل التوزيع الأصلي للمجتمع المسحوب منه العينة، وأن المتوسط الحسابي للمتوسطات الحسابية لجميع العينات الممكنة يساوي تقريباً بالمتوسط العام (مَ)، كما أن الانحراف المعياري للمتوسطات الحسابية يساوي الانحراف المعياري للمجتمع مقسوماً على حجم العينة (مع إهمال معامل التصحيح أو «معامل بسل» Bessel's Correction في العينات الكبيرة) أو ما يعرف بالخطأ المعياري Standard Error وهو الخطأ الناجم عن احتمال بعد أو قرب خصائص العينة في تمثيل معالم المجتمع، أي أنه عبارة عن مدى تفاوت متوسط العينة مثلاً عن متوسط المجتمع المسحوبة منه. وبما أن الانحراف المعياري للمجتع ثابت بينما حجم العينة متغير فإن ذلك يعني أنه كلما زاد حجم العينة كلما صغرت قيمة الخطأ المعياري، وكلما كان الخطأ المعياري صغيراً كلما كانت قيمة متوسط العينة قريبة من قيمة متوسط المجتمع، وكان بالتالي تمثيل العينة للمجتمع أكثر صدقاً، والعكس صحيح. ونظراً لأن الخطأ المعياري يعتمد على معرفة الانحراف المعياري للمجتمع فيمكن تقديره بسهولة. ولكن قد يحدث في بعض الأحيان أن لا يكون الانحراف المعياري للمجتمع معلوماً. وللتغلب على هذه الصعوبة فإننا نلجأ إلى تقدير الخطأ المعياري عن طريق استعاضة الانحراف المعياري للمجتمع بالانحراف المعياري للعينة.

وقد جرت العادة في الأبحاث الخاصة بالعلوم الاجتماعية على إنشاء فترة بدرجة ثقة ٩٥٪ إلا أنه يمكن أيضاً إنشاء فترة بأية درجة ثقة. ونظراً لعدم التأكد من أن فترة الثقة المحسوبة تشتمل أولاً تشتمل على المتوسط الحقيقي (المعلمة)

للمجتمع فإن تقديرنا يبنى على أساس عنصر الاحتمال إذ يمكن أن نتحكم في نسبة الخطأ الذي قد تقع فيه باستخدام درجة ثقة معينة في التقدير، فإذا استخدمنا درجة ثقة كبيرة فإن فترة الثقة المرتبطة بها تكون كبيرة. وبالطبع كلما زاد طول فترة الثقة كلما قلت قيمتها العملية لذلك فإنه من المهم أن تكون فترة الثقة التي تقررها ذات فائدة عملية للبحث.

### التقدير من إحصائية (مقاييس) العينات

ذكرنا من قبل أنه إذا كان لدينا مجتمعاً، ليس بالضروري أن يكون توزيعه معتدلاً، متوسطة ($\overline{\text{م}}$) وانحرافه المعياري (ع) وسحبنا منه كل العينات الممكنة التي حجمها (ن) فإن توزيع المعاينة للمتوسطات الحسابية للعينات يقترب من التوزيع المعتدل الذي متوسطه (م) وانحرافه المعياري (الخطأ المعياري) $\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$.

وكما نعلم من نظرية النهاية المركزية التي مؤداها أنه إذا كان لدينا عينة حجمها كبير بدرجة كافية (ن أكبر من ٣٠) ومسحوبة عشوائياً من مجتمع (ليس بالضرورة أن يكون معتدلاً تماماً) له متوسط حسابي (م) وانحراف معياري $\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$ فإن قيمة المتوسط الحسابي للعينة ($\overline{\text{س}}$) يمكن اعتبارها تقديراً غير متحيز لمتوسط (معلمة) المجتمع إذا ربطنا هذا التقدير بدرجة معينة للثقة أو بنسبة معينة للخطأ في التقدير والتي على أساسها ننشىء فترة الثقة التي تقع بين حدودها المعلمة ($\overline{\text{م}}$). فإذا أردنا إنشاء فترة الثقة للمتوسط الحسابي المحسوب من العينة بدرجة ثقة ٩٥٪ أو ٩٩٪ (بمعنى أن احتمال أن تشتمل هذه الفترة المقدرة على المتوسط العام للمجتمع ($\overline{\text{م}}$) يساوي ٩٥ر أو ٩٩ر) لا بد أن تمتد هذه الفترة بين + ٩٦ر١، ـ ٩٦ر١ أو + ٥٨ر٢، ـ ٥٨ر٢ من الانحراف المعياري للمتوسطات الحسابية أو من الخطأ المعياري، ولذلك فإن:

حدود فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع $(\overline{م})$ =

$$\overline{س} \pm ز_{\frac{1}{2}\alpha} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٧ - ١)$$

في حالة ما إذا كانت العينة مسحوبة من مجتمع غير محدود أو إذا كانت المعاينة بإرجاع من مجتمع محدود حيث $(\overline{س} + ز_{\frac{1}{2}\alpha} \frac{ع}{\sqrt{ن}})$ هو الحد الأعلى لفترة الثقة، $(\overline{س} - ز_{\frac{1}{2}\alpha} \frac{ع}{\sqrt{ن}})$ هو الحد الأدنى لفترة الثقة. أما إذا كانت المعاينة بدون إرجاع من مجتمع محدود حجمه ى فإن:

حدود فترة الثقة للمعلمة $(\overline{م})$ =

$$\overline{س} \pm ز_{\frac{1}{2}\alpha} \frac{ع}{\sqrt{ن}} \times \sqrt{\frac{ى - ن}{ى - ١}} \quad \ldots\ldots (٧ - ٢)$$

وفي الحالات التي لا يكون فيها الانحراف المعياري (ع) معلوماً يستعاض عنه بالانحراف المعياري للعينة (عـ) للحصول على حدود الثقة السابقة لتقدير متوسط المجتمع ويكون ذلك صحيحاً إذا كان حجم العينة أكبر من ٣٠ مفردة.

**مثـــال (١)**

إذا كان توزيع الأجور لعمال أحد المصانع يتوزع توزيعا قريباً جداً من الاعتدال، وبأخذ عينة عشوائية حجمها ١٠٠ عامل من عمال هذا المصنع وجد أن متوسط الأجور في العينة هو ٧٠ جنيهاً في الشهر فأوجد فترة ثقة ٩٥٪ للمتوسط الحسابي لأجور العمال في هذا المصنع علماً بأن الانحراف المعياري لأجور العمال في المصنع هو ١٠ جنيهات.

بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوماً فإن:

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{ع}{\sqrt{ن}} = \frac{١٠}{\sqrt{١٠٠}} = ١$$

ومن جداول التوزيع المعتدل المعياري نجد أن المساحة تحت المنحنى التي تشتمل على ٩٥٪ (درجة الثقة) من القيم تنحصر بين زر١٪(أي: ١ ـ ٩٥ر = ٠٥ر ÷ ٢ = ز٠٢٥ر) ± ١ر٩٦

$$\therefore \text{الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٥٪} = \bar{س} - ١ر٩٦ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

= ٧٠٠ ـ ١ر٩٦ × ١ = ٠٤ر٦٨ جنيهاً

$$\text{الحد الأعلى لفترة الثقة ٩٥٪} = س - ١ر٩٦ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

= ٧٠٠ ـ ١ر٩٦ × ١ = ٩٦ر٧١ جنيهاً

وبذلك تكون (٠٤ر٦٨)، (٩٦ر٧١) هي فترة الثقة ٩٥٪ لمتوسط المجتمع (المعلمة $\bar{م}$).

مثـال (٢)

أرادت مصلحة الضرائب بمحافظة الإسكندرية معرفة متوسط الأرباح التجارية السنوية للمحلات الصغيرة لتقدير الضرائب المستحقة على أصحاب هذه المحلات فسحبت عينة عشوائية من ١٠٠ محل حسب منها المتوسط الحسابي للمبيعات الشهرية فكان ١١٠٠ جنيه كما حسب الانحراف المعياري لأرباح مجتمع المحلات التجارية فكان ١٢٠ جنيه والمطلوب إيجاد فترة ثقة ٩٩٪ لمتوسط الأرباح لمجتمع هذه المحلات.

بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوماً فإن:

∴ الخطأ المعياري $= \frac{ع}{\sqrt{ن}} = \frac{١٢٠}{\sqrt{١٠٠}} =$ ١٢ جنيهاً

وحيث أن ن أكبر من ٣٠ فإننا نستخدم جداول المنحنى المعتدل المعياري لإيجاد القيمة المقابلة لقيمة $ز_{\alpha/2}$ فتكون:

$ز_{\alpha/2} = ز_{٠٠٥ر٠}$ (أي: ١ ـ ٩٩ر = ٠١ر ÷ ٢) = ± ٥٨ر٢

∴ الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٩٪ $= \bar{س} - ٥٨ر٢ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= ١١٠٠ ـ ٥٨ر٢ × ١٢ = ٠٤ر١٠٦٩ جنيهاً

الحد الأعلى لفترة الثقة ٩٩٪ $= \bar{س} - ٥٨ر٢ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= ١١٠٠ ـ ٥٨ر٢ × ١٢ = ٩٦ر١١٣٠ جنيهاً

إذاً نتوقع أن متوسط الأرباح للمحلات التجارية الصغيرة في محافظة الإسكندرية يقع في الفترة بين ٠٤ر١٠٦٩، ٩٦ر١١٣٠ جنيهاً بدرجة ثقة ٩٩٪.

**مثـال (٣)**

لمعرفة متوسط استدارة الرواسب الحصوية على جزء من الشاطىء سحبت عينة عشوائية من هذه الرواسب حجمها ١٠٠ حصوة وحسب منها المتوسط الحسابي (٥٠ ملليمتراً) والانحراف المعياري (١٠ ملليمتراً). والمطلوب حساب فترة الثقة ٩٥ ٪ لتقدير المتوسط العام لمجتمع الرواسب الحصوية على الشاطىء قيد الدراسة.

بما أن الانحراف المعياري لمجتمع الرواسب الحصرية على الشاطىء غير

معلوم، وأن حجم العينة أكبر من ٣٠ مفردة فإننا نحسب الخطأ المعياري للتقدير باستخدام الانحراف المعياري للعينة:

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} = \frac{١٠}{\sqrt{١٠٠}} = ١$$

وباستخدام جداول المنحنى المعتدل المعياري نجد أن:

ز$_{\alpha/2}$ = (١ ـ ٩٥ر = ٠٥ر ÷ ٢ = ز$_{٠٢٥ر}$) = ± ١ر٩٦

∴ الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٥ ٪ = ٥٠ ـ ١ر٩٦ × ١ = ٤٨ر٠٤ ملليمتراً

الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٥ ٪ = ٥٠ ـ ١ر٩٦ × ١ = ٥١ر٩٦ ملليمتراً

وهذا يعني أن متوسط استدارة الرواسب الحصوية على الشاطىء يقع بين الحدين (٤٨ر٠٤، ٥١ر٩٦ ملليمتراً)، أو بمعنى آخر لا يقل عن ٤٨ر٠٤ ملليمتراً ولا يزيد عن ٥١ر٩٦ ملليمتراً بدرجة ثقة ٩٥٪ وبنسبة خطأ مسموح به ٥٪.

وفي بعض الأحيان يرغمنا عنصر التكاليف في جمع البيانات إلى سحب عينة صغيرة (ن أقل من ٣٠ مفردة) لتقدير معالم المجتمع الذي تمثله. وفي مثل هذه الحالات لا يمكن الاستعانة بنظرية النهاية المركزية إذ أن توزيع القيم المعيارية (ز) لا يكون لها توزيع معتدل معياري. ولما كان الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوماً والعينة حجمها صغير فإنه يمكن استبداله بالانحراف المعياري للعينة بعد إجراء بعض التعديل على الأخير حتى نحصل على «أحسن تقدير للانحراف المعياري للمجتمع» لأن الخطأ المعياري المحسوب من واقع الانحراف المعياري للبيانات المشاهدة من العينة الصغيرة قد يختلف كثيراً عن الانحراف المعياري للمجتمع الأصلي مما يؤثر على درجة الدقة في التقدير والأستنتاج الإحصائي، وبذلك فإن:

أحسن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع (ع) = الانحراف المعياري للعينة

(عـ) × تصحيح «بسل»، أي أن:

$$\hat{ع} = عـ \times \sqrt{\frac{ن}{ن - ١}}$$

ويكون الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (س) عبارة عن:

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{\hat{ع}}{\sqrt{ن}}$$

$$\text{أو} \quad = \frac{ع}{\sqrt{ن - ١}}$$

وتسمى القيمة (ن ـ ١) بعدد المتغيرات المستقلة الخطية التي يمكن تكوينها من ن من القيم المشاهدة أو ما يعرف بدرجات الحرية.

وفي حالة العينات الصغيرة أيضاً تستخدم الإحصائية ت (t) بدلاً من (ز) لتقدير القيمة الافتراضية لمعلمة المجتمع ($\bar{م}$)، وذلك لأن الأولى تتميز بأن توزيعها ينتشر على مدى أوسع من التوزيع المعتدل ومن ذلك نتوقع أن نحتاج إلى أكثر من خطأين معيارين لتحديد فترة الثقة ٩٥٪ لمتوسط المجتمع (١٫٩٦ في حالة التوزيع المعتدل المعياري «ز»). وتعتمد قيمة (ت) على حجم العينة أو بالأحرى على درجات الحرية (ن ـ ١) ولذلك فإن المتغير المعياري (ت) ليس له توزيع احتمالي واحد كالمتغير المعياري (ز) ولكن له توزيع احتمالي لكل قيمة من قيم درجات الحرية (من ١ إلى ٣٠). والجدول المختصر في ملاحق الكتاب يبين قيمة (ت) عند مستويات معنوية مختلفة لمساحة الطرف الموجب للمنحنى وهو كاف لاستخدامه في إنشاء فترات الثقة للعينات الصغيرة. فإذا كان حجم العينة = ١٠، ومستوى المعنوية (a) = ٠٫٠٥ فإن قيمة (ت) التي تجعل مساحة كل طرف من طرفي

المنحنى = ٥ر٢٪ من المساحة الكلية تقع في الصف تحت درجة الحرية ٩ (أي ١٠ ـ ١) وفي العمود ٠٢٥ر تساوي ٢٦٢ر٠٢ أي أن ٩٥٪ من المساحة الكلية للمنحنى تنحصر بين (ت) + ٢٦٢ر٢ (لاحظ أن القيمة المناظرة في التوزيع المعتدل المعياري (ز) = + ٩٦ر١). إلا أنه عندما يكبر حجم العينة تصبح قيمة عَ قريبة جداً من ع، كما يقترب التوزيع الاحتمالي للمتغير (ت) من التوزيع الاحتمالي للمتغير المعتدل المعياري (ز)، وهكذا يمكن استخدام التوزيع المعتدل كتقريب لتوزيع (ت) إذا كانت درجات الحرية تساوي أو أكثر من ٣٠. (ويلاحظ من جدول توزيع (ت) أن القيمة الأخيرة عند (ن ـ ١) = ∞ هي نفسها قيمة (ز) في المنحنى المعتدل). وبذلك يقتصر استخدام توزيع (ت) على الحالات التي تكون فيها حجم العينة أقل من ٣٠ والانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم.

ويمكن إنشاء فترة ثقة لتقدير متوسط المجتمع (مَ) بنفس الطريقة المستخدمة سابقاً في حالة العينات الكبيرة، إلا أننا نستخدم في هذه الحالة قيمة (ت) بدرجات حرية (ن ـ ١) بدلاً من قيمة (ز). وتكتب صيغة حدود فترة الثقة لمعلمة المجتمع (م) كالتالي:

$$\text{حدود فترة الثقة} = \bar{س} \pm ت \times \frac{\hat{ع}}{\sqrt{ن - ١}} \quad \ldots\ldots\ldots (٧ - ٣)$$

**مثـال (٤)**

أخذت عينة من مجموعة من الروافد ذات الرتبة الأولى في أحد الأحواض النهرية مكونة من ٢٥ رافداً لدراسة انحدار جوانبها فوجد أن متوسط الانحدارات هو ٢٠ درجة بانحراف معياري ٥ درجات، والمطلوب تقدير متوسط انحدار جوانب كل الروافد من نفس الرتبة وذلك بدرجة الثقة ٩٥ ٪.

نحسب أولاً أحسن تقدير للانحراف المعياري للمجتمع (عَ) وهو يساوي:

$$\hat{ع} = ع \times \sqrt{\frac{ن}{ن - ١}} = ٥ \times \sqrt{\frac{٢٥}{٢٤}} = ٥٫١$$

ويكون الخطأ المعياري للعينة $= \frac{\hat{ع}}{\sqrt{ن}} = \frac{٥٫١}{\sqrt{٢٥}} = ١٫٠٢$

وحيث أن الانحراف المعياري للعينة هو المعروف فتستخدم في هذه الحالة قيمة (ت) المناظرة لدرجة الثقة ٩٥٪. ولدرجة الحرية (٢٥ ـ ١). ومن جدول (ت) يظهر أن هذه القيمة تساوي ٢٫٠٦٤.

∴ متوسط انحدارات جمع روافد الرتبة الأولى = متوسط الانحدارات في العينة ± قيمة (ت) × الخطأ المعياري.

∴ متوسط انحدارات جميع الروافد = ٢٠ ± ٢٫٠٦٤ × ١٫٠٢

= ٢٠ ± ٢٫١١

أي أن هناك احتمال مقداره ٩٥٪ أن يكون متوسط انحدارات جميع الروافد النهرية من الرتبة الأولى في هذا الحوض النهري عبارة عن قيمة تتراوح بين ١٧٫٨٩ درجة و ٢٢٫١١ درجة.

مثال (٥)

في المثال رقم (٢) إذا رأت مصلحة الضرائب أن التكلفة المخصصة لفحص الإيرادات الشهرية للمحلات الصغيرة في محافظة الإسكندرية لا تكفي لدراسة عينة كبيرة، فسحبت عينة عشوائية حجمها ٢٦ محلاً. ولنفرض أن المتوسط الحسابي لإيرادات هذه المحلات هو أيضاً ١١٠٠ جنيه والانحراف المعياري المحسوب من بيانات هذه العينة هو ١٢٠ جنيهاً أيضاً. والمطلوب إنشاء فترة ثقة بدرجة الثقة ٩٥٪.

بما أن حجم العينة صغيراً (ن أقل من ٣٠) والانحراف المعياري للعينة معلوماً، فإننا نستخدم قيمة (ت) بدرجات الحرية (ن ـ ١) = ٢٥ التي تجعل طرفي المنحنى تساوي ١ ـ ٩٥ر = ٠٥ر هي ٢٫٠٦ والخطأ المعياري لهذه العينة يحسب له قيمة أحسن تقدير للانحراف المعياري للمجتمع وهي:

$$\hat{ع} = ع \times \sqrt{\frac{ن}{ن - ١}}$$

$$= ١٢٠ \times \sqrt{\frac{٢٦}{٢٦ - ١}}$$

$$= ١٢٠ \times ١٫٠٢ = ١٢٢٫٤$$

$$\therefore \text{الخطأ المعياري} = \frac{\hat{ع}}{\sqrt{ن - ١}} = \frac{١٢٢٫٤}{\sqrt{٢٥}} = ٢٤٫٤٨$$

ويكون الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٥٪ = ١١٠٠ ـ ٢٫٠٦ × ٢٤٫٤٨

= ١٠٥٠٫١٧ جنيهاً

الحد الأعلى لفترة ٩٥٪ = ١١٠٠ + ٢٫٠٦ × ٢٤٫٤٨ر

= ١١٤٩٫٨٣ جنيهاً

أي إذا كررنا هذه النسبة بعدد كبير جداً من المرات فإننا نتوقع أن معلمة المجتمع $(\overline{م})$ تقع قيمتها بين ١١٤٩٫٨٣، ١٠٥٠٫١٧ جنيهاً في ٩٥٪ من الحالات.

وبمقارنة حدي فترة الثقة السابقة بمثيلتها التي سبق تقديرها لهذا المثال في حالة حجم العينة الكبير وباستخدام التوزيع المعتدل المعياري نجد أن فترة الثقة للعينة الصغيرة أكبر من فترة للعينة الكبيرة لأن منحنى التوزيع (ت) أكثر تفرطحاً من

منحنى التوزيع المعتدل وذلك لأنه يأخذ في اعتباره الخطأ الناشىء من تقدير الانحراف المعياري المحسوب من بيانات للعينة الصغيرة. وبصفة عامة إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع (ع) معلوماً فإن فترة الثقة الخاصة بعدد كبير من العينات من نفس الحجم لها مدى معين ثابت بالرغم من اختلاف قيمة مراكزها (المتوسطات الحسابية للعينات) وذلك لأن الخطأ المعياري $\left[ خ.م = \left( \frac{ع}{\sqrt{ن}} \right) \right]$ مقدار ثابت لكل العينات. أما إذا كانت قيمة الانحراف المعياري للمجتمع (ع) غير معلومة فإن الخطأ المعياري (خ.م) في هذه الحالة لا يكون مقدار ثابتاً بل سيختلف من عينة لأخرى وتبعاً لذلك فإن فترة الثقة المتوسطات الحسابية المختلفة المحسوبة من عينات ذات حجم متساوي لها مراكز مختلفة ومدى مختلف أيضاً. ويوضح ذلك الجدول التالي (جدول رقم: ١٠ ـ ١) والذي يعتمد على بيانات خاصة بالمثال رقم (٣).

جدول رقم (٧ ـ ١): العلاقة بين الانحراف المعياري
والخطأ المعياري وفترة الثقة

أ ـ في حالة معرفة قيمة (ع)

| ن | $\overline{س}$ | ع | خ.م | حدود الثقة ٩٥٪ | فترة (مدى) الثقة ٩٥٪ |
|---|---|---|---|---|---|
| ١٠٠ | ٥٠ | ٢٠ | ٢٫٠٠ | ٤٦٫٠٠، ٥٤٫٠٠ | ٨٫٠٠ |
| ١٠٠ | ٦٠ | ٢٠ | ٢٫٠٠ | ٥٦٫٠٠، ٦٤٫٠٠ | ٨٫٠٠ |
| ١٠٠ | ٧٠ | ٢٠ | ٢٫٠٠ | ٦٦٫٠٠، ٧٤٫٠٠ | ٨٫٠٠ |
| ١٠٠ | ٨٠ | ٢٠ | ٢٫٠٠ | ٧٦٫٠٠، ٨٤٫٠٠ | ٨٫٠٠ |

ب ـ في حالة عدم معرفة قيمة (ع)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١٠٠ | ٥٠ | ١٠ | ١ر٠٠ | ٤٨ر٠٠ ، ٥٢ر٠٠ | ٤ر٠٠ |
| ١٠٠ | ٦٠ | ٢٠ | ٢ر٠٠ | ٥٦ر٠٠ ، ٦٤ر٠٠ | ٨ر٠٠ |
| ١٠٠ | ٧٠ | ٣٠ | ٣ر٠٠ | ٦٤ر٠٠ ، ٧٦ر٠٠ | ١٢ر٠٠ |
| ١٠٠ | ٨٠ | ٤٠ | ٤ر٠٠ | ٧٢ر٠٠ ، ٨٨ر٠٠ | ١٦ر٠٠ |

**التقدير من نسبة العينة**

كثيراً ما تواجه الباحث الجغرافي بعض الحالات التي لا يمكن فيها قياس المفردات المشاهدة ولكن يمكن حصر المفردات المشاهدة التي لها خاصية معينة، فمثلاً يمكن حصر العمال الإناث من الذكور في صناعة النسيج أو حصر المساحات المزروعة أذرة من المزروعات الصيفية على المستوى القومي. وعموماً فإن مفردات المجتمع يمكن أن تنقسم إلى أكثر من قسمين حسب طبقاً للصفات أو الخصائص المراد دراستها، كأن تنقسم مفردات المجتمع السكاني ـ حسب الحرف ـ إلى مفردات حرفتها الزراعة وثانية حرفتها الصناعة وأخرى حرفتها التجارة. . . إلخ. ولكن في بعض الأحيان، قد يتكون المجتمع من مجموعتين أو قسمين متميزين أحدهما له صفة أو خاصية معينة والآخر ليس فيه هذه الصفة أو الخاصية. وبعبارة أخرى يمكن أن نقسم مفردات المجتمع إلى وحدات موجبة وأخرى سالبة طبقاً للخاصية المراد اختبارها ودراستها، وتكون الوحدات الإيجابية هي الوحدات التي تتصف بهذه الخاصية بينما لا تتصف الوحدات السلبية بهذه الخاصية. فمثلاً يمكن تقسيم مجتمع الذكور في سن معينة إلى أميين ومتعلمين، أو تقسيم مجتمع المواليد إلى أطفال ذكور وإناث، أو تقسيم مجتمع إنتاج إحدى الآلات إلى إنتاج معيب وآخر غير معيب. . . الخ. وقد يهمنا أحياناً أن نعرف نسبة كل مجموعة أو قسم (أي المفردات التي تمتلك الصفة المراد دراستها) في

المجتمع. ولكنه في معظم الأحيان لا يمكن قياس أو تحديد نسبة الصفة التي تتصف بها مفردات مجتمع ما في المجتمع كله عن طريق الحصر الشامل لسبب من الأسباب التي شرحناها سابقاً، وعليه فإننا نقوم بسحب عينة عشوائية من هذا المجتمع ونحدد منها نسبة المفردات التي تمتلك الصفة التي نريد دراستها، وتؤخذ قيمة النسبة في العينة كمقدر نقطة غير متحيز لنسبة المجتمع. فمثلاً إذا كانت نسبة الأمية المحددة من بيانات عينة مسحوبة عشوائياً من مجتمع محافظة ما هي ق=٥٥ر٠، في هذه الحالة يمكن اعتبار أن نسبة الأمية في هذه المحافظة كلها (ى) هي ٥٥ر٠ وهنا يمكن أن نعتبر أن ق هي تقدير نقطة غير متحيز للمعلمة (ى).

وبصفة عامة إذا افترضنا أن نسبة عدد مفردات المجتمع التي تتصف بهذه الصفة هي (ق) وكانت النسبة (ق) قريبة جداً من الصفر أو الواحد الصحيح فإن التوزيع الاحتمالي للنسبة المحسوبة من البيانات المشاهدة في عينة حجمها (ن) كبير نسبياً ويقترب من التوزيع المعتدل الذي متوسطه الحسابي يساوي (ى) وتباينه هو $\frac{ى(١ - ى)}{ن}$. ومعنى ذلك أن المتوسط الحسابي لقيم (ق) المحسوبة من كل العينات المختلفة (توزيع المعاينة للنسب) الممكنة المتساوية الحجم يساوي (ى)، كما أن تباين توزيع (ق) يقل إذا كبر حجم العينة (ن). وبذلك إذا كانت (ن) كبيرة بدرجة كافية فإن قيم (ق) تتركز حول (ى)، أي أن تشتتها حول المتوسط نادراً ما يكون بمقدار كبير.

ويمكن تقدير فترة النسبة في مجتمع باستخدام عينة كبيرة الحجم (ن أكبر من ٣٠) عن طريق المعادلة الآتية:

تقدير فترة النسبة = ق ٦٠ ز$_{\alpha ١/٢}$ × خ.م$_{ق}$

حيث ق هي النسبة في العينة، خ.م$_{ق}$ هي الخطأ المعياري للنسبة. وتكون بذلك حدود الثقة للنسبة في المجتمع كما يلي:

$$\text{حدود فترة النسبة} = ق \pm ز_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{ق(1-ق)}{ن}} \quad \ldots\ldots (٧-٤)$$

وذلك في حالة إذا كانت المعاينة من مجتمع محدود أو إذا كانت المعاينة بإرجاع من مجتمع محدود أما إذا كانت المعاينة بدون إرجاع من مجتمع محدود (حجمه ه) فإن:

حدود الثقة للنسبة في المجتمع =

$$ق \pm ز_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{ق(1-ق)}{ن}} \times \sqrt{\frac{ه-ن}{ه-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (٧-٥)$$

وتسمى القيمة $\sqrt{\frac{ق(1-ق)}{ق}}$ بالخطأ المعياري لتوزيع إحصائية نسبة العينة (ق).

**مثـال (٦)**

سحبت عينة عشوائية من ٢٠٠ أسرة (حجم كل منها ٥ أفراد) من سكان منطقة معينة لمعرفة رأي هذه الأسر في تطبيق أسلوب جديد لتنظيم النسل، فوجد أن ١٢٠ أسرة تستخدم الأسلوب المراد تطبيقة. قدر بدرجة الثقة ٩٥٪ نسبة الأسر المستخدمة للأسلوب الجديد لتنظيم النسل في هذه المنطقة.

نسبة الأسر المستخدمة للأسلوب الجديد لتنظيم النسل (ق).

$$= \frac{\text{عدد الأسر}}{\text{حجم العينة}} = \frac{١٢٠}{٢٠٠} = ٠٫٦٠$$

١ ـ ق = ١ ـ ٦ر = ٤ر

درجة الثقة = ١٠٠ ـ a = ٩٥٪

$\alpha = ٥٪$، $\frac{١}{٢}\alpha = ٢ر٥٪$

$\therefore$ $ز_{١/٢\alpha} = \pm ١ر٩٦$

الحد الأعلى لفترة الثقة ٩٥ ٪ للأسر المستخدمة للأسلوب الجديد لتنظيم النسل.

$$= ٦ر + ١ر٩٦ \times \sqrt{\frac{٦ر \times ٤ر}{٢٠٠}}$$

$$= ٦ر + ٠٦٨ر = ٦٦٨ر٠$$

الحد الأدنى لفترة الثقة ٩٥٪ للأسر المستخدمة للأسلوب الجديد لتنظيم النسل.

$$= ٦ر - ١ر٩٦ \times \sqrt{\frac{٦ر \times ٤ر}{٢٠٠}}$$

$$= ٦ر - ٠٦٨ر = ٥٣٢ر٠$$

وعلى ذلك فإن نسبة الأسر المستخدمة للأسلوب الجديد لتنظيم النسل في هذه المنطقة يقع بين (٦٦٨ر، ٥٣٢ر) وذلك بدرجة ثقة ٩٥٪ ونسبة خطأ ٥٪.

**مثال (٧)**

في استطلاع للرأي العام بالعينة سحبت عينة عشوائية حجمها ٢٠٠ من جميع الناخبين في حي معين بإحدى المدن حيث دلت على أن أصوات ٥٥٪ منهم ستكون في صالح مرشح معين، أوجد حدود الثقة ٩٥٪، ٩٩٪، ٩٩ر٧٣٪ للنسبة بين جميع الناخبين المؤيدين لهذا المرشح. وما هو حجم العينة التي يجب أخذها من الناخبين بحيث يكون ٩٥٪، ٩٩ر٧٣٪ منهم واثقين من أن هذا المرشح سوف يختار من مرشحين اثنين.

حدود الثقة ٩٥٪ لنسبة مجتمع الناخبين.

$$= \text{ق} \pm \text{١ر٩٦} \sqrt{\frac{\text{ق (١ - ق)}}{\text{ن}}}$$

$$= \text{٠ر٥٥} \pm \text{١ر٩٦} \sqrt{\frac{\text{٠ر٥٥} \times \text{٠ر٤٥}}{\text{١٠٠}}}$$

$$= \text{٠ر٥٥} \pm \text{٠ر١٠}$$

حدود الثقة ٩٩٪ لنسبة مجتمع الناخبين.

$$= \text{٠ر٥٥} + \text{٢ر٥٨} \sqrt{\frac{\text{٠ر٥٥} \times \text{٠ر٤٥}}{\text{١٠٠}}}$$

$$= \text{ر٥٥} \pm \text{٠ر١٣}$$

حدود الثقة ٩٩ر٧٣٪ لنسبة مجتمع الناخبين.

$$= \text{٠ر٥٥} \pm \text{٣} \sqrt{\frac{\text{٠ر٥٥} \times \text{٠ر٤٥}}{\text{١٠٠}}}$$

$$= \text{٠ر٥٥} \pm \text{٠ر١٥}$$

ويكون حجم العينة المطلوبة بدرجة الثقة ٩٥٪ هو:

$$\text{حجم العينة} = \text{ق} \pm \text{ز}_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\text{ق (١ - ق)}}{\text{ن}}}$$

$$= \text{ر٥٥} \pm \text{ز}_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\text{٠ر٥٥} \times \text{٠ر٤٥}}{\text{ن}}}$$

$$= \text{٥٥ر٠} \pm \frac{\text{٥٠ر ز}_{\alpha}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

وحيث أننا استخدمنا التقدير ٥٥ر٠ = ق على أساس البيانات السابقة، وبما أن المرشح سينجح فقط إذا حصل على أكثر من ٥٠٪ من أصوات مجتمع الناخبين، فإنه يجب أن تكون القيمة $\frac{\text{٥٠رز}_{\alpha}}{\sqrt{\text{ن}}}$ أقل من ٠٥ر.

∴ حجم العينة لدرجة الثقة ٩٥٪ هو:

$$\text{٠٥ر} = \frac{\text{٥ر٠ ز}_{\alpha}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

$$\text{٠٥ر} = \frac{\text{٥ر} \times \text{٩٦ر١}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

ن=٢ر٣٨٤ (٣٨٥ ناخباً على الأقل)

حجم العينة لدرجة الثقة ٧٣ر٩٩٪ هو:

$$\text{٠٥ر} = \frac{\text{٥ر٠ ز}_{\alpha}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

$$\text{٠٥ر} = \frac{\text{٥ر} \times \text{٣}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

ن = ٩٠٠ ناخباً على الأقل.

# الفصل الثامن
# اختبارات الفروض الإحصائية
## Testing of Hypotheses

رأينا في الفصل السابق كيف يمكن الاعتماد على توزيعات المعاينة لإيجاد فترة الثقة لبعض معالم المجتمع المجهولة. وفي هذا الفصل سندرس بعض اختبارات الفروض الإحصائية الهامة_المبنية على أساس المتوسطات الحسابية والتباين للعينات وسنجد أن هناك صفة وثيقة بين التقدير الإحصائي والاختبار الإحصائي. وفي اختبارات الفروض الإحصائية تواجهنا مشكلة اتخاذ قرار بقبول فرض معين أو رفضه، ويتخذ هذا القرار بناء على البيانات التي نحصل عليها من عينة. فمثلاً إذا قلنا أن متوسط كمية الأمطار في الأقليم (أ) يساوي متوسط كمية الأمطار في الأقليم (ب) فإننا نطرح بذلك فرض يحتمل الصواب والخطأ: بمعنى أن هناك احتمالا أن يكون متوسط كمية الأمطار متشابهاً في الأقليمين. ويتخذ قرار بقبول أو رفض هذا الفرض بعد أخذ عينة من كميات الأمطار في فترة محددة وحساب متوسطهما للأقليمين، ذلك أنه من الصعب كما عرفنا جمع البيانات عن مجتمع كميات الأمطار بأسلوب الحصر الشامل، أي بشكل دقيق، لذا يجب أن يكون اختيار العينة صحيحاً حتى تكون النتائج النهائية مشابهة إلى حد كبير للنتائج التي يمكن الحصول عليها لو استخدمنا بيانات المجتمع كله. ولما كانت النتائج التي تستقي من اختبار أية عينة غير ممثلة تمثيلاً كاملاً أو، غير مطابقة تماماً لنتائج المجتمع فإن الفرض الإحصائي الخاص بمجتمع ما هو قول يحتمل الصواب

والخطأ ولا بد من جمع مجموعة من البيانات لمعرفة مدى انطباق صحة هذا الفرض او عدم صحته على النتائج المتحصل عليها. فإذا كانت النتائج تتفق مع الفرض يقبل الفرض ومن ثم يمكن تعميمه. أما إذا لم تتفق النتائج مع الفرض فيرفض الفرض. ويقبل أو يرفض الفرض باستخدام الأساليب الإحصائية الكمية التي تتيح للباحث اتخاذ القرار المناسب في ظل ظروف التشكك وعدم التأكد.

ولا شك أن اختبارات الفروض واتخاذ قرار بشأنها يعد من أصعب الأمور. ولتسهيل في عرض أسلوب التحليل الكمي سنتعرض فقط للمشكلات التي تشتمل على فرضين لاتخاذ قرار بتفضيل أحدهما على الآخر وذلك بعد تطبيق القواعد الرئيسية لاختبار هذه الفروض.

## قواعد اختبار الفروض الإحصائية

يمكن تحديد الأسس والقواعد اللازمة لإجراء اختبارات الفروض الإحصائية على النحو التالي:

١ ـ وضع الفروض (فرض العدم والفرض البديل).

٢ ـ تحديد مستوى المعنوية (مستوى الدلالة).

٣ ـ تحديد التوزيع النظري (الاحتمالي) للإحصائية المختبرة.

٤ ـ استخدام بيانات العينة لحساب قيمة إحصائية الاختبار واستخدام التوزيع النظري لاتخاذ القرار الإحصائي الخاص بقبول فرض العدم أو رفضه عن طريق تحديد المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) ومنطقة القبول تحت منحنى التوزيع النظري.

وفيما يلي مناقشة تفصيلية لكل قاعدة من القواعد السابقة.

## وضع الفروض

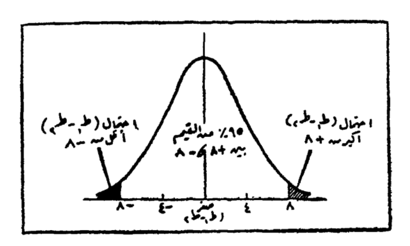
إن أولى الخطوات لإجراء اختبار الفرض هو التعبير عنه رياضياً (أي وضع افتراض معين للمعلمة المراد دراستها ثم يختبر هذا الافتراض في مقابل المقياس

المحسوب من البيانات المشاهدة من العينة) فإذا أردنا اختبار مدى تفوق الأقليم (آ) على الأقليم (ب) في كمية الأمطار فإن الفرض المناسب في هذه الحالة هو أن تفترض أن متوسطات كمية الأمطار متساوية في الأقليمين أي أن متوسط كمية الأمطار في الأقليم الأول ($ط_١$) يساوي متوسط كمية الأمطار في الأقليم الثاني ($ط_٢$)، ويصبح الفرض المختبر Testing Hypothesis كما يلي:

الفرض المختبر: $ط_١ = ط_٢$

ويمكن التعبير عن هذا الفرض بصورة أخرى بأن نقول أن الفرق بين متوسط كمية الأمطار في الأقليمين يساوي صفراً، أي أن الفرض ينص على عدم وجود فرق بين المتوسطين ($ط_١ - ط_٢$ = صفر). ويسمى الفرض في هذه الحالة بفرض العدم Null Hypothesis ويرمز له بالرمز ($H_0$)، وهو الفرض الذي لا يتفق مع البيانات المشاهدة.

فإذا قبل فرض العدم فإن ذلك يعني أن النتائج جاءت مؤيدة له، أما إذا رفض الفرض فمعنى ذلك أن النتائج لم تكن مؤيدة له، ولذا فإننا نضطر إلى البحث عن الفرض البديل Alternative Hypothesis ويرمز له بالرمز ($H_1$). وفي المثال بين أيدينا يكون الفرض البديل هو أن متوسطي كمية الأمطار في الأقليمين غير متساويين، أي أن $ط_١ \neq ط_٢$. ويعرف هذا النوع من الفرض البديل، الذي ينص على وجود فرق بين المتوسطين، بالفرض ثنائي الطرف أو ثنائي الجهة ـ أي أنه فرض غير محدد Non-directional. أما إذا توفر للباحث من الأدلة ما يجعله يعتقد بأنه في حالة عدم تساوي المتوسطين فإن المتوسط الأول يتفوق على المتوسط الثاني أو أن المتوسط الثاني يتفوق على المتوسط الأول، أي أن $ط_١ > ط_٢$ أو $ط_١ < ط_٢$، فإن هذا الفرض يعرف بالفرض أحادي الطرف أو أحادي الجهة ـ أنه فرض محدد Directional. وتتمثل الحالة الأولى في النصف الأيمن من منحنى التوزيع العيني، بينما تتمثل الحالة الثانية في النصف الأيسر من المنحنى كما نرى في الشكل رقم (٨ ـ ١).




**شكل رقم (٨ ـ ١): التوزيع العيني للاختلاف بين المتوسطات مقدراً بالقيم المعيارية**

فمثلاً إذا كان الفرق أكبر من ٨ من الوحدات المعيارية فإنه لا يمكن منه تحديد ما إذا كانت ط$_١$ أكبر من أو أقل من ط$_٢$ ولكن كما نرى أن هذا الفرق يتمثل (يقع) في المساحة تحت طرفي التوزيع (المساحات المظلمة في الرسم) والتي تشتمل على ٥٪ (٠٥ر) من احتمال تكرارات هذا الفرق والتي تتوزع على أساس ٥ر٢٪ من المساحة الكلية تحت المنحنى (أو احتمال ٢٥ر٠) في الطرف الأيمن من منحنى التوزيع، ومثل هذا المقدار في الطرف الأيسر. ومن الناحية الأخرى إذا كان الفرض البديل محدداً، أي إذا كان الفرق موجباً (ط$_١$ > ط$_٢$) أو سالباً (ط < ط$_٢$)، فإنه يمكن تحديد نصف منحنى التوزيع الذي يوافق هذا الفرق أو الذي تقع فيه قيمة الفرض البديل. وكقاعدة عامة إذا كان الفرض البديل محدداً فإن اختبار هذا النوع من الفروض يسمى اختباراً من طرف واحد One-tailed test، أما إذا كان الفرض البديل غير محدد فإن اختباره يسمى الاختبار ثنائي الطرف Two-tailed tests.

مما سبق يمكن أن نستنتج أن هناك أربع حالات لقبول أو رفض فرض العدم (أو رفض أو قبول الفرض البديل) هي كما يلي:

(١) أن يكون فرض العدم صحيحاً وأن تؤيد نتائج اختبار العينة صحته، أي يقترب المقياس الإحصائي المحسوب من العينة من المقياس الإحصائي النظري، وفي هذه الحالة يقبل فرض العدم ويكون قرار القبول صائباً.

(٢) أن يكون فرض العدم صحيحاً ولكن لا تؤيد نتائج العينة صحته، فتكون المحصلة هي رفض هذا الفرض، وبذلك يكون هناك خطأ في الحكم على فرض العدم برفضنا له بينما هو في الواقع فرض صحيح وقبولنا للفرض البديل وهو فرض غير صحيح. ويعرف الخطأ في هذه الحالة بالخطأ من النوع الأول Type I Error ويرمز له بالرمز $\alpha$، أنه احتمال رفض فرض العدم بالرغم من أنه في الواقع صحيح.

(٣) أن يكون فرض العدم غير صحيح بينما تأتي نتائج العينة بما يثبت ذلك، وتكون المحصلة هو قبول فرض العدم، وبذلك يكون هناك خطأ في قرار القبول لفرض العدم وهو في الواقع غير صحيح ورفض الفرض البديل وهو فرض صحيح. ويعرف هذا النوع من الخطأ بالخطأ من النوع الثاني Type II Error، ويرمز له بالرمز $\beta$، أي أنه احتمال قبول فرض العدم بالرغم من أنه في الواقع غير صحيح.

(٤) أن يكون فرض العدم غير صحيح ولكن لا تأتي نتائج العينة بما يثبت ذلك، وتكون المحصلة هي رفض فرض العدم وهو في الواقع غير صحيح، وقبول الفرض البديل وهو في الواقع صحيح، وبذلك يكون القرار برفض فرض العدم في هذه الحالة سليماً.

وعليه يتضح لنا أنه عند قبول أو رفض فرض العدم فإننا نتعرض لنوعين من الأخطاء. ويمكن تلخيص القرارات الممكنة السابقة والأخطاء الناجمة عنها في الجدولين التاليين:

جدول رقم (٨ ـ ١): حالات قبول أو رفض فرض العدم

| نوع الفرض: فرض العدم | نوع الفرض: الفرض البديل | القرارات الممكنة | النتيجة |
|---|---|---|---|
| صحيح | غير صحيح | قبول فرض العدم | القرار صائب |
| صحيح | غير صحيح | رفض فرض العدم | القرار الخاطىء |
| غير صحيح | صحيح | قبول فرض العدم | القرار خاطىء |
| غير صحيح | صحيح | رفض فرض العدم | القرار صائب |

جدول رقم (٨ ـ ٢): أنواع أخطاء القرارات رفض أو قبول فرض العدم

| القرارات الممكنة | الواقع: فرض العدم صحيح | الواقع: فرض العدم غير صحيح |
|---|---|---|
| رفض | خطأ من النوع الأول ($\alpha$) Type I Error | صائب (١ ـ $\beta$) |
| قبول | صائب (١ ـ $\alpha$) | خطأ من النرع الثاني ($\beta$) Type II Error |

اختبار المعنوية (الدلالة) Test of Significance

يعتمد تحديد قيم التوزيعات النظرية لإحصائيات العينات (المعايير الإحصائية) على نسبة أو احتمال الخطأ المسموح به لقبول أو رفض الفروض الإحصائية. وتعرف نسبة الخطأ أو الاحتمال المسموح به بمستوى المعنوية أو مستوى الدلالة Level of Significance الذي يكون اختباره في الواقع الخطوة التالية على طريق اختبارات الفروض الإحصائية. وعند تحديد مستوى المعنوية يجب الأخذ في الاعتبار نوعي الخطأ في رفض أو قبول الفرض. فكما سبق القول قد تؤدي نتائج العينة إلى رفض فرض العدم وهو صحيح، وقد عرفنا ذلك بالخطأ من النوع الأول. فمثلاً إذا قررنا قبول حدوث خطأ من النوع الأول في خمس مرات كل مائة مرة فإن قرارنا هذا يعني أنه في عدد كبير من التجارب نتوقع أن نرفض فرض العدم وهو في الواقع صحيح ٥٪ من المرات، وبذلك يكون الحد الأقصى الذي قررنا قبوله لاحتمال وقوع هذا الخطأ هو ٠٥ر، ويرمز لهذا الاحتمال بالرمز (∝) وتسمى قيمة الاحتمال (∝) بمستوى المعنوية أو مستوى الدلالة. من هذا نرى أن مستوى المعنوية هو احتمال حدوث خطأ من النوع الأول، أي احتمال رفض فرض العدم وهو في الواقع صحيح. وبالتالي فإن القيمة التي نحددها لهذا الاحتمال تعتبر الأساس في الحكم على وجود فروق جوهرية من الناحية الإحصائية Statistically Significance، بين إحصائيات العينات وبين معالم المجتمع أو إرجاع هذه الفروق إلى الصدفة. وقد جرت العادة على اختبار ∝ = ٠٥ر أو ٠١ر فإذا كانت ∝ = ٠٥ر ورفضنا فرض العدم فإننا نستنتج أن نتيجة العينة تختلف جوهرياً عن فرض العدم بمستوى معنوية ٠٥ر، ومن الناحية الأخرى قد تؤدي نتائج العينة إلى قبول فرض العدم وهو في الواقع غير صحيح، فنكون قد وقعنا في خطأ من النوع الثاني، ويرمز لاحتمال حدوث هذا الخطأ بالرمز (β). وبالتالي فإن احتمال رفض فرض العدم وهو غير صحيح يساوي (١ ـ β) ويسمى هذا الاحتمال بقوة الاختبار Power of the Test، وتسمى قيمة الاحتمال (β) بمستوى الثقة Level of Confidence، وهو يعكس مستوى الدلالة حيث يشير إلى

الخطأ في قبول فرض العدم وهو غير صحيح. وقد جرت العادة على اختبار β = ٩٥ر أو ٩٩ر٠ فمثلاً إذا كانت β = ٩٥ر وقبلنا فرض العدم فإن قرارنا هذا يعني أنه إذا تكررت التجربة عدد كبير من المرات نتوقع أن نقبل فرض العدم وهو في الواقع غير صحيح ٩٥ر٠ من المرات.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن قيمة (∝) يتم تحديدها بافتراض صحة فرض العدم بينما تحسب قيمة (β) بافتراض صحة الفرض البديل. كما أنه من الممكن تقليل احتمال β ولكن ذلك يكون على حساب زيادة احتمال الخطأ (∝) ثابت فإنه يجب زيادة حجم العينة، فكلما زاد حجم العينة كلما انخفضت قيمة الانحراف المعياري وأصبحت خصائص العينة أكثر تمثيلاً لمعالم المجتمع الذي سحبت منه. ونظراً لأنه قد جرت العادة على تحديد مستوى العنوية (∝) قبل إجراء الاختبار فإنه يمكن التحكم في الخطأ β، حيث أن قيمة (∝) متممة لقيمة (β)، ولكن ذلك يرتبط بمدى خطورة أو أهمية النتائج المترتبة على الاختبار. فكلما كانت النتائج المترتبة على الوقوع في الخطأ (∝) أكثر خطورة من مثليتها المترتبة على الوقوع في الخطأ (∝) كلما قلت قيمة (∝) التي يختارها الباحث، مثل ٠١ر أو ٠٠١ر، وبالتالي تزداد قيمة β، أي أن β = (١ ـ ٠١ر = ٩٩ر) أو β = (١ ـ ٠٠١ر = ٩٩٩ر)، أي يزداد احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني مما يؤدي إلى نقص قوة الاختبار (١ ـ β) وتتمثل هذه الحالة في أغلب التجارب المعملية. والعكس كلما كانت النتائج المترتبة على الوقوع في الخطأ (β) أكثر خطورة من الوقوع في الخطأ (∝). كلما اختار الباحث قيمة أكبر لمستوى المعنوية (∝)، مثل ٠٥ر أو ١٠ر، وبالتالي تقل قيمة (β) أي أن β = (١ ـ ٠٥ر = ٩٥ر) β = (١ ـ ١٠ر = ٩٠ر)، أي ينقص احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني مما يؤدي إلى زيادة قوة الاختبار. وتتمثل مثل هذه الحالة في اختبار الفروض المتعلقة بأغلب المشاكل في الجغرافية الاقتصادية.

### تحديد التوزيع النظري (الاحتمالي) للإحصائية المختبرة

يعتمد قبول أو رفض الفروض الإحصائية، أو بمعنى آخر الاستدلال على صحة أو خطأ للفروض، على حساب بعض المقاييس الإحصائية من العينة أو العينات (والتي تعرف بإحصائية الاختبار) ومقارنة هذه المقاييس بتلك المقاييس الإحصائية النظرية (أو ما يعرف بالمعايير الإحصائية) والتي عن طريقها يمكن تقدير الخطأ في قبول أو رفض الفرض الإحصائي. فإذا كانت المقاييس الأولى تقترب من الثانية فإنه يتم قبول الفرض المختبر والعكس صحيح ويمكن اختبار الإحصائية (المتوسط الحسابي للعينة) بوضعها في الصورة المعيارية، أي حساب القيمة المعيارية للإحصائية والتي هي، كما ذكرنا، عبارة عن الفرق بين الإحصائية المحسوبة من العينة ومعلمة المجتمع مقسوماً على الخطأ المعياري. فمثلاً إذا كان لدينا توزيعاً عينياً يمكن حساب المتوسط الحسابي منه ووضعه في صورة معيارية فإن قيمة المتغير المعياري المحسوب يمكن مقارنتها بتوزيعها النظري وبالتالي يمكن تقرير إمكانية قبول أو رفض فرض العدم.

وتحسب قيم إحصائية الاختبار (ز) في حالة توفر بيانات عن المجتمع (أي في حالة التوزيع المعتدل)، بينما تحسب قيمة (ت)، وقيمة (ف) وقيمة مربع كاي في حالة العينات. والذي يحدد قرب قيم إحصائيات الاختبار (أي قبول أو رفض الفرض الإحصائي) هو التوزيع النظري (الاحتمالي) لهذه الإحصائيات أي توزيع (ز) Z-Scores، توزيع (ت) t-distribution، توزيع (ف) F-distribution وتوزيع مربع كاي $X^2$-distribution. وهذه التوزيعات مدونة في جداول خاصة للرجوع إليها عند تحديد المقارنة بين الفروض النظرية والفروض الحقيقية (انظر ملاحق الجداول الإحصائية في نهاية هذا الكتاب).

### تحديد المنطقة الحرجة

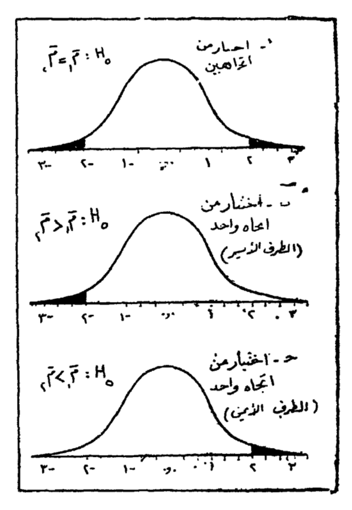
بعد تحديد قيمة مستوى المعنوية وبعد وضع إحصائية العينة في الصورة المعيارية وتحديد التوزيع النظري (الاحتمالي) لها يمكن تعيين منطقة الوقوع في الخطأ من النوع الأول أو ما يسمى بالمنطقة الحرجة Critical Area أو منطقة الرفض

Rejection Area. وتحتوي هذه المنطقة من منحنى التوزيع على جميع القيم الحرجة التي تدعونا إلى رفض العدم وهو صحيح، وذلك لأن احتمال أن تقع نتيجة العينة في هذه المنطقة إذا كان فرض العدم صحيح يساوي مستوى معنوية (دلالة) ∝ .

وقد تمتد المنطقة الحرجة على طرفي منحنى التوزيع النظري (الاحتمالي) أو قد تمتد على طرف واحد من طرفي التوزيع على حسب التجربة المراد اختبارها. ويسمى الاختبار في الحالة الأولى بالاختبار ثنائي الجهة (الطرف) Two-tailed Test الذي يستخدم عندما يراد اختبار ما إذا كانت إحصائية عينة تختلف اختلافاً جوهرياً عن توقع المجتمع المفروض، وفي الحالة الثانية يسمى بالاختبار أحاي الجهة (الطرف) One-tailed Test الذي يستخدم عندما يراد اختبار الانحراف الموجب فقط أو الانحراف السالب فقط للإحصائية المحسوبة من بيانات العينة عن متوسط المجتمع الحقيقي. فمثلاً إذا كانت الإحصائية لها توزيع معتدل وكان مستوى المعنوية ∝ = ٠٥ر وقررنا إجراء اختبار ثنائي الطرف فإن المنطقة الحرجة تشتمل في هذه الحالة على ٥ر٢٪ من المساحة تحت المنحنى على كل طرف من طرفيه، وتسمى المنطقة الواقعة بين المنطقة الحرجة على الطرفين بمنطقة القبول Area of Acceptance وتمثل ٩٥٪ من المساحة تحت المنحنى. أما في حالة الاختبار أحادي الطرف بمستوى معنوية = ٠٥ر نجد أن المنطقة الحرجة على هذا الطرف تشتمل على ٥٪ من المساحة الكلية، فإذا كانت المنطقة الحرجة على الطرف الأيمن فإن القيم الحرجة تقع على يمين قيمة إحصائية الاختبار المعيارية، وإذا كانت المنطقة الحرجة على الطرف الأيسر فإن القيم الحرجة تقع على يسار قيمة إحصائية الاختبار المعيارية وبذلك يكون احتمال رفض فرض العدم وهو في الواقع صحيح أكبر في الاختبار أحادي الطرف منه في الاختبار ثنائي الطرف شكل (٨ ـ ٢).

ويتخذ القرار الإحصائي على أساس مقارنة النتائج المشاهدة من بيانات العينة بالنتائج النظرية، فإذا وقعت قيمة إحصائية الاختبار المحسوبة في المنطقة الحرجة يرفض فرض العدم ويقبل الفرض البديل، ويدل ذلك على وجود فرق

جوهري أو حقيقي بين الإحصائية والقيمة المفترضة لمعلمة المجتمع. أما إذا وقعت قيمة إحصائية الاختبار في منطقة القبول تعتبر الفرق بين النتيجة المشاهدة والمفروضة للمجتمع هو فرق غير جوعري أي أنه فرق ظاهري ربما يرجع إلى الصدفة المطلقة لخطأ المعاينة.




شكل رقم (٨ ـ ٢): المنطقة الحرجة واختبارات الفروض الإحصائية

وسنقوم فيما يلي بتطبيق الأسس والمبادىء السابقة لإجراء بعض اختبارات الفروض الإحصائية الخاصة بتوزيع المجتمع (التوزيع المعتدل) وذلك عن طريق حساب إحصائية الاختبار (ز).

**اختبار انتماء عينة لمجتمع متوسطة معلوم**

إذا سحبنا عشوائياً عدة عينات حجمها صغير (ن < ٣٠) من مجتمع معتدل التوزيع متوسطه الحسابي ($\bar{م}$) غير معلوم، فإن التوزيع العيني يتبع توزيع المجتمع ويكون متوسطه الحسابي ($\bar{س}$) مناظراً لمتوسط المجتمع. أما إذا سحبنا عشوائياً عدة عينات حجمها كبير (ن > ٣٠) من مجتمع يتصف بقربه من الاعتدالية في التوزيع فإن متوسط التوزيع العيني ($\bar{س}$) يقترب من التوزيع المعتدل. وعليه فإنه كلما كان حجم العينة كبيراً كلما أدى ذلك إلى اعتدالية التوزيع العيني بغض النظر عن حالة توزيع المجتمع الذي سبحت منه هذه العينات.

ولاختبار الفرق بين متوسط عينة ($\bar{س}$) ومتوسط مجتمع ($\bar{م}$) تباينه ($ع^{٢}$) معلوم فإننا نحسب إحصائية الاختبار التي تساوي في هذه الحالة:

$$(ز) = \frac{\bar{س} - \bar{م}}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

وفي حالة عدم معرفة تباين المجتمع ($ع^{٢}$) فإننا نستخدم تباين العينة ($عـ^{٢}$) بدلاً منه، وفي هذه الحالة تتبع إحصائية الاختبار قيمة (ت) المعيارية. وبازدياد حجم العينة (ن > ٣٠) فإن التوزيع الأخير يقترب من التوزيع المعتدل، وتأخذ إحصائية الاختبار الشكل التالي:

$$(ز) = \frac{\bar{س} - \bar{م}}{\frac{\underline{ع}}{\sqrt{ن}}}$$

ولتوضيح ما سبق ذكره نعطي المثال الآتي:

**مثال (١)**

أراد باحث دراسة النشاط التجاري الصيدليات في مدينة الإسكندرية مستخدماً لذلك معياراً يتمثل في حجم مبيعاتها اليومية بالجنيه. فلما سحب الباحث عينة عشوائية مكونة من ١٤٤ صيدلية وجد أن متوسط مبيعاتها ٩٩٨٫٠ جنيه، فإذا كان الانحراف المعياري لكل الصيدليات هو ٢٠ جنيهاً فهل يعني ذلك أن متوسط مبيعات كل الصيدليات في الإسكندرية هو ١٠٠٠ جنيه في اليوم وذلك عند مستوى معنوية ٠٫٠٥.

لإجراء الاختبار في المثال السابق فإننا نتبع الخطوات التالية:

١ ـ تحديد فرض العدم والفرض البديل:

م̅ = ١٠٠٠ في مقابل م̅ ≠ ١٠٠٠

٢ ـ تحديد مستوى المعنوية أو الدلالة (أي تحديد احتمال رفض فرص العدم، أو احتمال قبول الفرض البديل، وفي المثال قيمة a = ٠٫٠٥).

٣ ـ تحديد إحصائية الاختبار (ز).

٤ ـ استخدام بيانات العينة لإصدار القرار الإحصائي برفض فرض العدم أو قبول الفرض البديل (وهو في المثال السابق من النوع ثنائي الطرف). وباستخدام جداول المنحنى المعتدل المعياري نجد أن فرض العدم سيرفض إذا كانت قيمة (ز) المحسوبة أكبر من (أو مساوية) لقيمة (ز) النظرية = ± ١٫٩٦.

وباستخدام بيانات العينة السابقة نجد أن:

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\sqrt{\text{ن}}} = \frac{٢٠}{\sqrt{١٤٤}}$$

$$= \frac{٢٠}{١٢} = ١٫٦٦$$

وبحساب قيمة (ز) نجد أن:

$$(\text{ز}) = \frac{\bar{\text{س}} - \text{م}}{\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}} = \frac{٩٩٨ر٠ - ١٠٠٠}{١ر٦٦} = \frac{-٢}{١ر٦٦} = -١ر٢٠٤$$

وبمقارنة قيمة (ز) المحسوبة وهي ـ ١ر٢٠٤ في المثال بالقيمة المستخرجة من جداول المنحنى المعتدل المعياري عند مستوى معنوية ٠ر٠٥ وهي ـ ١ر٩٦ نجد أن قيمة (ز) المحسوبة لا تقع في منطقة الرفض، وبناء على ذلك نقبل فرض العدم القائل بأن متوسط مبيعات الصيدليات في الإسكندرية ١٠٠٠ جنيه في اليوم الواحد.

**مثال (٢)**

في المثال السابق إذا كان متوسط مبيعات الصيدليات في العينة هو ٩٩٥ جنيه في اليوم والمطلوب اختبار الفرض القائل بأن هذا المتوسط أكبر من أو يساوي المتوسط العام لجميع الصيدليات ١٠٠٠ جنيه في اليوم في مقابل الفرض البديل بأن المتوسط في العينة أقل من ١٠٠٠ جنيه وذلك عند مستوى معنوية ٠ر٠٥

باتباع نفس الخطوات السابقة يلاحظ أن:

$$H_0: \bar{\text{س}} \geq ١٠٠٠ \qquad\qquad H_1: \bar{\text{س}} < ١٠٠٠$$

ويلاحظ أن الخطأ في الفرض البديل هو خطأ من النوع الثاني $\beta$ لاختبار الحادي الطرف. أي أن فرض العدم سيرفض عندما تكون س أصغر من ١٠٠٠ جنيه بدرجة المعنوية المذكورة. ومنطقة الرفض ستقع بالتالي على الطرف الأيسر للمنحنى المعتدل المعياري شكل (١١ ـ ٢ ب) وبحساب قيمة (ز) نجد أن:

$$(\text{ز}) = \frac{٩٩٥ - ١٠٠٠}{١ر٦٦} = \frac{-٥}{١ر٦٦} = -٣ر٠١$$

وبمقارنة قيمة (ز) المحوبة من العينة (ـ ٣٫٠١) بالقيمة المستخرجة من الجدول وهي ـ ١٫٦٤ نجد قيمة (ز) بالجدول، أي أنها تقع في منطقة الرفض. وبذلك نستطيع رفض فرض العدم القائل بأن متوسط مبيعات الصيدليات في العينة أكبر من أو يساوي المتوسط العام وهو ١٠٠٠ جنيه وذلك عند مستوى معنوية ٠٫٠٥ أو بمعنى آخر قبول الفرض البديل القائل بأن متوسط مبيعات الصيدليات في العينة أقل من ١٠٠٠ جنيه عند نفس مستوى المعنوية أو الدلالة.

**مثال (٣)**

في المثال الأول إذا كان متوسط مبيعات الصيدليات هو ١٠٠٥ جنيه في اليوم الواحد والمطلوب اختبار الفرض القائل أن متوسطات المبيعات في العينة أقل أو يساوي ١٠٠٠ جنيه في مقابل الفرض البديل بأن متوسط المبيعات للعينة أكبر من ١٠٠٠ جنيه في اليوم عند مستوى دلالة أو معنوية ٠٫٠٥.

في هذا المثال بنحصر الاختبار في:

$H_o$: $\bar{س} \leqslant ١٠٠٠$ في مقابل $H_1$: $\bar{س} > ١٠٠٠$

وفي هذا المثال نجد الفرض البديل عكس نفس الفروض في المثال الثاني أو بمعنى آخر نجد أن الفرض البديل ذو طرف أيمن أي أنه يمكن رفض العدم عندما تكون س أكبر من ١٠٠٠ جنيه بدرجة معنوية ٠٫٠٥ (شكل ١١ ـ ٢ جـ). وبحساب قيمة (ز) نجد أن:

$$(ز) = \frac{\bar{س} - \bar{م}}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{١٠٠٥ - ١٠٠٠}{١٫٦٦} = \frac{+٥}{١٫٦٦} = +٣٫٠١$$

وبمقارنة قيمة (ز) المحسوبة وهي + ٣٫٠١، بالقيمة النظرية في جداول المنحنى المعتدل المعياري عند مستوى معنوية ٠٫٠٥ وهي + ١٫٦٤٥، نجد أن قيمة (ز) المحسوبة أكبر من ١٫٦٤ أي قيمة (ز) المحسوبة من العينة تقع في منطقة

الرفض، لذلك نرفض فرض العدم القائل بأن متوسط المبيعات في العينة أقل من المتوسط العام للمبيعات لكل الصيدليات في الإسكندرية عند مستوى معنوية ٠٥ر٠، وقبول الفرض البديل الذي يقول أن متوسط العينة أكبر من المتوسط العام عند نفس مستوى الدلالة أو المعنوية.

### اختيار الاختبارات الإحصائية

يعتمد اختيار الاختبارات الإحصائية Statistical Tests على طبيعة وخصائص البيانات Characyeristics of the data، والقيمة الفعلية للأساليب الكمية المرتبطة بها والمستخدمة في عمليات البحث والتحليل، والافتراضات الإحصائية عن المجتمعات التي تستقي منها البيانات، حسب الطرق المختلفة التي تقاس بواسطتها، هي البيانات الإسمية (النوعية) أو التصنيفية Nominal data والبيانات الترتيبية Ordinal or Ranking data وبيانات الفترة Interval data. وكما عرفنا أن النوع الأول من البيانات يتصف بأنه قائم على أساس التعداد أو العد Counts بينما تكون القياسات Mesurements أهم صفات النوعين الآخرين. كذلك قد تكون البيانات ذات قيم فردية أو ثنائية (أي مزدوجة) على أساس أن العد أو القياس في مجموعة بيانات يماثل نظيره في المجموعات الأخرى ـ بالإضافة إلى أننا قد نكون بصدد مقارنة بيانات فعلية (حقيقية) لمجموعة واحدة، أو لمجموعتين أو أكثر، ببيانات توزيع نظري. لكل ذلك فإن أنواع الاختبارات الأحصائي المستخدمة في البحوث الجغرافية تختلف حسب نوعية البيانات والطرق التي قيست بها. فهناك اختبارات إحصائية لا تصلح أو لا يمكن تطبيقها إلا في حالات بيانات الفترة بل أن معظم الأساليب تفترض أن البيانات المتوفرة هي من هذا النوع، أما البيانات الإسمية (النوعية) والترتيبية فلا يستخدم معهما إلا الأساليب الإحصائية البسيطة. ويوضح الجدول التالي (جدول رقم: ٨ ـ ٣) بعضاً من الشروط التي يجب أن يلم بها الباحث قبل اختيار الاختبار، كما يبين الأنواع المختلفة من الاختبارات الإحصائية وملائمة كل منها لخصائص وطبيعة البيانات.

جدول رقم (٨ ـ ٣): خصائص البيانات وأنواع الاختبارات الإحصائية المستخدمة في مقارنة الاختلاف بين قيم التوزيعات

| | بيانات خام | نوع الجدولة | نوع الاختبار |
|---|---|---|---|
| | ١ ـ بيانات قائمة على العدد<br>ينتج عنها تكرارات إسمية<br>أ ـ في فئتين<br>ب ـ في أكثر من فئتين | <br><br>قيم عددية<br>قيم عددية | <br><br>مربع كاي<br>مربع كاي |
| | ٢ ـ قياسات فردية من نوع<br>بيانات الفترة | قيم عددية | ستيودنت (اختبار «ت») |
| | ٣ ـ قياسات ثنائية من نوع<br>بيانات الفترة | قيم عددية | ستيودنت (اختبار «ت») |
| | ١ ـ بيانات قائمة على العد<br>ينتج عنهاتكرارات إسمية | قيم عددية | مربع كاي |
| | ٢ ـ قياسات من نوع بيانات<br>الفترة<br>(فردية وثنائية غير متكافئة<br>في عدد مفرداتها) | تكرارات<br>قيم عددية | مربع كاي<br>تحليل التباين (اختبار «ف») |

أما من حيث القيمة الفعلية التي يتوقف عليها اختيار الاختبارات الإحصائية فنقصد بها القوة Power أو المقدرة على التمييز بين الفرض الحقيقي والفرض غير الحقيقي، ويعتمد ذلك على حجم العينات المختبرة من ناحية وعلى مدى فاعلية الاختبار نفسه من ناحية أخرى. فمثلاً إذا اخترنا أسلوباً بسيطاً في البحث والتحليل فإن ذلك يتطلب سحب عينات كبيرة الحجم حتى يتحقق نفس مستوى القوة أو التمييز الذي تتصف به الأساليب ذات المقدرة والفاعلية. وعليه فإننا نتوقع أن تكون هناك مقياساً أكثر قوة وفاعلية يمكن استخدامها في التحليل الإحصائي أكثر من غيرها حتى إذا كانت العينات المختبرة صغيرة الحجم. فمثلاً إذا كان حجم العينة المطلوب لتحقيق قوة أحد الاختبارات ذات الفاعلية في التحليل هو $ن_١$، وكان حجم العينة لتحقيق مستوى نفس القوة لاختبار آخر أقل فاعلية هو $ن_٢$، فإن قوة الاختبار الأخير تساوي ($ن_١ \div ن_٢$) × ١٠٠٪. وتبعاً لذلك فإن اختباراً له قوة تساوي ٨٠٪ (٤/٥) سوف يتطلب حجم عينة مقداره ١٢٥٪ (٥/٤) من حجم العينة التي يتطلبها أكبر الاختبارات المتاحة قوة وأكثرها فاعلية.

أما عن الافتراضات الإحصائية عن المجتمعات ونوع توزيعاتها التكرارية فتبدو أهميتها في أنها تتخذ كأساس لتقسيم «مجتمع» الاختبارات الإحصائية المستخدمة في المقارنة، إلى «أسرتين» هما:

(١) الاختبارات الكلاسيكية (القديمة) Classical tests أو البارامتيرية (المعلمية) Parametric tects، التي سادت كأسلوب عمل في النظرية الإحصائية والممارسة العملية حتى وقت ليس ببعيد، والتي يمكن تطبيقها في حالات بيانات الفترة التي هي أكثر شيوعاً لأنها أكثر توافقاً مع افتراضات هذه الاختبارات عن المجتمعات.

(٢) الاختبارات الحديثة أو غير البارامترية (غير المعلمية) Non-Parametric التي اكتسبت أهمية خاصة منذ الحرب العالمية الثانية (٣٩ ـ ١٩٤٥) إذ أنه يمكن تطبيقها على البيانات الإسمية (النوعية) والترتيبية وبيانات الفترة على حد سواء.

وتعد اختبارات النوع الأول أكثر قوة من اختبارات النوع الثاني، ولأنها تفترض أن مفردات المجتمع تتوزع توزيعاً معتدلاً كما أنها تستلزم في حالة استخدام عينات صغيرة الحجم في التحليل أن يكون التوزيع المعتدل للمجتمع الذي سحبت منه هذه العينات مؤكداً، بينما لا تتقيد بذلك الاختبارات غير البارامترية.

وفي الحالات التي لا يكون فيها توزيع بيانات المجتمع معتدلاً يتم تحويل البيانات بطرق مختلفة، سبق شرحها، ليصبح توزيعها معتدلاً، حتى يمكن تطبيق الاختبارات البارمترية عليها، فإن لم يتحقق ذلك فيجب تطبيق الاختبارات غير البارامترية لأنها لا تشترط توزيعاً معتدلاً للبيانات. كما تبرز أهمية مثل هذه الاختبارات في حالة إذا كانت العينات قيد الاختبار صغيرة الحجم، وهو ما سنناقشه بالتفصيل في الفصلين التاليين.

# الفصل التاسع
# أساليب المقارنة الباراميترية (المعلمية) لقيم المتوسطات العينية

تشترط الاختبارات البارامترية Parametric Tests والأساليب الكمية المرتبطة بها ـ لمقارنة معالم المجتمعات أو إحصائيات العينات ـ توفر الخصائص التالية في بيانات المجتمع Population قيد الفحص:

(١) أن يكون توزيع البيانات توزيعاً معتدلاً (متماثلاً)، أي أن معامل التوائه يساوي صفراً.

(٢) أن تكون المفردات المشاهدة أو الحالات (Observations or Cases) مستقلة عن بعضها البعض، أي أن اختيار إحدى المفردات لا يمنع إمكانية اختيار أي مفردة أخرى من المفردات المطلوب دراستها.

(٣) أن يكون للمجتمعات المقارنة مع بعضها البعض تباين Varance متساوي، أو بمعنى آخر أن يكون هناك تجانس بين المجتمعات موضع المقارنة.

(٤) أن تكون البيانات المقاسة والتي تجري عليها الاختبارات من نوع بيانات الفترة Interval Data.

فإذا لم تتوفر هذه الشروط أو الخصائص في البيانات، فإن تطبيق الاختبارات البارمترية عليها يكون غير مناسب وبالتالي تكون النتائج النهائية مضللة، ولهذا نلجأ إلى النوع الآخر من الاختبارات: الاختبارات غير الباراميترية ـ وهي

الاختبارات التي سنعرضها وسنناقش الأساليب المرتبطة بها في الفصل التالي مباشرة (الفصل العاشر).

وتتم عملية مقارنة وتحليل البيانات المعتدلة للتوزيع، لاختبار الفروق بين معالم المجتمع وبين إحصائية (المتوسطات الحسابي أو الانحراف المعياري) عينتين أو أكثر لمتغير واحد، ومعايرة نتائجها بواسطة عدة اختبارات بارامترية أكثرها شيوعاً هو اختبار ستيودنت (ت) Student-t test واختبار تحليل التباين (أو نسبة «ف») Analysis of Variance (F ratio test) وسنناقش في هذا الفصل كل اختبار على حدة من حيث أهميته وطرق حسابه وأهم مجالات ومشاكل تطبيقه.

## أولاً اختبار ستيودنت ـ «ت»[1]
## (اختبار الفرق بين المتوسطات)

أوضحنا في الفصل السابق أن الاختبارات الإحصائية الخاصة بالعينات تفترض في أغلب الأحيان أن تكون بيانات العينة موزعة توزيعاً معتدلاً. وكما عرفنا أن توزيع العينة قد لا يكون كذلك، لذا فإن من الواجب إجراء بعض التعديلات في البيانات ليتسنى لها الاقتراب من التوزيع المعتدل. وذكرنا أيضاً أن بيانات العينة مهما كانت متماثلة فإنها لن تعكس تماماً خصائص المجتمع الذي سحبت منه، وبالتالي توجد بعض الفروق بين خصائص العينة ومعالم المجتمع الذي تمثله والتي يمكن تقديرها على أساس احتمالات أخطاء معينة (مستويات المعنوية a أو مستويات الثقة $\beta$).

وكما ذكرنا لا نستطيع دائماً قياس جميع المفردات في المجتمع لمعرفة

(١) اكتشف العالم البريطاني William S. Gosset التوزيع الاحتمالي «ستيودنت ـ ت» في سنة ١٩٠٨ ولم يشأ أن يذكر اسمه فنشره بإمضاء ستيودنت (أي طالب Student) كبديل مستعار لاسمه، وأعطى الحرف الأخير في الكلمة وهو (ت = t) كاسم للاختبار الذي يستخدم هذا التوزيع في المعايرة الإحصائية.

معلمته (المتوسط الحسابي)، ولكن يستعاض عن متوسط المجتمع بمتوسط عينة حجمها كبير. وحتى يكون متوسط العينة ممثلاً ومماثلاً لمتوسط المجتمع يجب أن يكون الفرق بين المتوسطين صغيراً. أي إذا كان هناك فرض يقول أن متوسط العينة يساوي متوسط المجتمع فإننا نقبل هذا الفرض، وذلك على العكس إذا كان الفرق بين المتوسطين كبيراً فإننا نرفض الفرض السابق حيث أنه في هذه الحالة سيكون هناك اختلاف جوهري بين متوسط العينة ومتسوط المجتمع. وتعني كلمة الاختلاف الجوهري Significant إحصائياً أن معلمة المجتمع تختلف اختلافاً كبيراً ولا تتفق مع نتائج العينة المسحوبة.

وبالمثل عند إجراء البحوث والدراسات الاجتماعية تقابلنا كثيراً من المشاكل التي تتطلب المقارنة بين متوسطي عينتين لمعرفة ما إذا كانت هاتان العينتان مسحوبتين من مجتمعين مختلفين ولهما نفس المتوسط أم مسحوبتين من نفس المجتمع. فمثلاً قد نجد من الأفضل عملياً عند اختبار مدى فاعلية عامل معين أن نسحب عينتين الأولى لتمثل المجتمع قبل تأثير هذا العامل والثاني لتمثل المجتمع بعد تأثير العامل ونختبر ما إذا كان الفرق بين متوسط العينتين فرق جوهري أو غير جوهري، فإذا كان الفرق جوهري نستنتج فاعلية العامل. أما إذا كان الفرق غير جوهري فإننا نستنتج عدم فاعلية هذا العامل وأن الفرق قد يكون راجعاً للصدفة المطلقة أو قد يكون ناتجاً من خطأ المعاينة. ولتوضيح ذلك نقول إنه عند استخدام نوعين مختلفين من المخصبات الزراعية لمعرفة ما إذا كان لهذين النوعين تأثيراً واضحاً على نوع معين من التربة في منطقتين لهما نفس الظروف، وبالتالي على الإنتاج الزراعي أم لا، تصحب عينة من المجتمع الأول وعينة من المجتمع الثاني ثم يحسب المتوسط الحسابي لكل عينة على حدة، ثم يجري الاختبار على قيم المتوسطين. فإذا كانت $\bar{م}_{١}$، $\bar{م}_{٢}$ هما متوسطي المجتمعين الأول والثاني على التوالي، وكانت $\bar{س}_{١}$، $\bar{س}_{٢}$ هما متوسطي العينتين المسحوبتين من المجتمعين السابقين فإن الفرق ($\bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢}$) هو متغير عشوائي للفرق ($\bar{م}_{١} - \bar{م}_{٢}$). ويحدد الفرق بين المتوسطين بواسطة الوحدات المعيارية، أي بتحويل القيم الأصلية إلى

وحدات معيارية ومعايرتها بوحدات معيارية نظرية حتى نستطيع الحكم على أن هذا الفرق هو فرق جوهري أم لا. وهناك مجالات أخرى مشابهة منها على سبيل امثال لا الحصر: اختبار وجود فروق جوهرية بين مستوى كفاءة عمال الإنتاج في مصنعين مختلفين، أو اختبار وجود فروق جوهرية بين درجة صلابة نوعين من الصخور. فإذا ثبت أن الفرق بين كل عينين هو فرق جوهري أو حقيقي فإن ذلك يكون دليلاً على أن العينتين مسحوبتان من مجتمعين مختلفين، أما إذا ثبت أن الفرق غير جوهري فإن ذلك يعني أن الفرق بين متوسطي العينتين يرجع لخطأ الصدفة أو لخطأ المعاينة وأن العينتين قد تكونا مسحوبتان من مجتمع واحد أو من مجتمعين لهما نفس المتوسط الحسابي.

ويستخدم أسلوب أو اختبار ستيودنت (ت) لاختبار المتوسطات في حالة إذا لم يكن تباين المجتمع معلوماً والذي يستبدل بتباين العينات. وبما أن تباين أية عينة لا يساوي بالضبط تباين المجتمع المسحوبة منه، لذلك فإننا لو استخدمنا توزيع «ز» فإن اختبار المتوسطات الحسابية سيتعرض للخطأ. غير أنه من الملاحظ على الاختبارين «ز»، «ت» أن قيم «ت» النظرية تصبح تقريباً نفس قيم توزيع «ز» إذا زاد حجم العينة عن ١٢٠ مفردة. لذلك ففي الحالات التي يكون فيها حجم العينة أكبر من ١٢٠ مفردة فإنه يمكننا استخدام إما توزيع «ت» أو توزيع «ز» للاستدلال على صحة الفرض الموضوع لاختبار المتوسطات. كما يلاحظ أن قيمة «ت» تقاس أيضاً بوحدات الخطأ المعياري للمجتمع المقدر من بيانات العينة ولذلك فإن توزيع «ت» يمثل توزيعات للمتوسطات الحسابية للعينات، ولكن نظر لأن توزيع قيم «ت» يعتمد على حجم العينة أو بالأحرى على درجات الحرية فإنه يلزم عمل توزيع احتمالي لكل درجة من درجات الحرية ـ والجدول المختصر في ملاحق الكتاب الذي يبين قيمة «ت» عند مستويات معنوية مختلفة يعتبر كافياً لاستخدامه في العينات الصغيرة. وتحسب درجات الحرية لعينة واحدة عدد مفرداتها «ن» بطرح مفردة واحدة من هذه المفردات (أي ن ـ ١)، ويساعد ذلك في تحديد تباين تلعينة والذي هو عبارة عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن

متوسطها الحسابي مقسوماً على درجات الحرية للعينة. ويمكن وضع ذلك في الصيغة الرياضية الآتية:

$$ع_{ـ}^{٢} = \frac{مجـ (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١}$$

حيث $ع_{ـ}^{٢}$ هي تباين العينة، $(س - \overline{س})^{٢}$ هي انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

وهناك عدة شروط يجب توافرها عند استخدام اختبار «ت» وبغيرها فإن النتائج التي نتوصل إليها لا تكون صحيحة:

**أولاً:** استقلال مفردات العينات قيد الاختبار أي أن كل عينة تكون مسحوبة بطريقة عشوائية ومستقلة عن الأخرى.

**ثانياً:** أن يكون التوزيع التكراري للصفة المتغيرة لكل عينة توزيعاً معتدلاً.

**ثالثاً:** أن يكون هناك تجانس بين العينات، ويقصد هنا بالتجانس مدى التفاوت بين تباين أي عينتين، ويقاس هذا المدى بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر، وليس بإيجاد الفرق بين تباين العينتين.

**رابعاً:** يجب أن لا يكون الفرق بين متوسطي العينتين كبيراً، وذلك لأن حجم العينة يؤثر على مستوى معنوية أو دلالة قيمة «ت»، وأن هذا المستوى يتأثر إلى حد كبير بدرجات الحرية الذي بدوره يحدد المنطية الحرجة أو منطقة رفض فرض العدم الخاص بالاختبار.

**اختبار المتوسطات للعينات الكبيرة $(ن > ٣٠)$**

عند اختبار عينتين عشوائيتين (مستقلتين) من مجتمعين مختلفين وكان حجم العينة الأولى هو $ن_{١}$ ومتوسطها هو $\overline{س}$ وتباين مجتمعها هو $ع_{١}^{٢}$ وتباين

المتوسط = $\frac{ع_1^2}{ن_1}$، بينما كان حجم العينة الثانية هو $ن_2$ وتباين مجتمعها هو $ع_2^2$ وتباين المتوسط = $\frac{ع_2^2}{ن_1}$، فإن تباين الفرق بين المتوسطين يمكن حسابه من المعادلة الآتية:

$$ع^2_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2} \quad .......... (9 - 1)$$

ويكون الانحراف المعياري (الخطأ المعياري) للفرق بين المتوسطين عبارة عن الجذر التربيعي للتباين أي أن:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}} \quad ......... (9 - 2)$$

ويتم بذلك حاب مقياس (ت) من المعادلة الآتية:

$$ت = \frac{\text{الفرق بين متوسطي العينتين}}{\text{الخطأ المعياري لهذا الفرق}}$$

$$ت = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}} \quad ................ (9 - 3)$$

وتتوزع القيمة التي نحصل عليها من هذا المقياس تبعاً (ت) بدرجات الحرية ($ن_1 + ن_2 + 2$).

وإذا كان حجم كل من العينتين $ن_1$، $ن_2$ كبيراً وأن كلا منهما مسحوبة من مجتمع مختلف وحسبنا المتوسط الحسابي لكل عينة وكان الفرق بينهما هو

($\bar{س}_1$ ـ $\bar{س}$) = ١، وإذا سحبنا عدداً كبيراً جداً من هذه العينات المزدوجة من المجتمعين وفي كل مرة نحسب الفرق بين متوسطي العينتين ثم وضعنا هذه الفروق في شكل توزيع تكراري نجد أن متوسط هذه الفروق ($\frac{مجـ ١}{ن}$ حيث ن هي عدد العينات) يتوزع توزيعاً قريباً من التوزيع المعتدل. وإذا كان تباين المجتمعين متساويين ($ع_1^2 = ع_2^2$) فإنه يمكن حساب التباين الكلي للمجتمع من الصيغة الإحصائية الآتية:

$$ع^2 = \frac{مجـ (\bar{س}_1 - \bar{س}_1)^2 + (\bar{س}_2 - \bar{س}_2)^2}{ن_1 + ن_2 - 2}$$

أما إذا تساوت المفردات في العينتين (أي أن $ن_1 = ن_2 = ن$) فإن الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين سيكون في هذه الحالة عبارة عن:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{2 ع^2}{ن}}$$

حيث $ع^2$ هي التباين المشترك بين العينتين والذي يساوي:

$$ع^2 = \frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات للعينتين}}{\text{مجموع درجات الحرية}}$$

وبذلك يمكن حساب الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين بالصيغة الإحصائية الآتية:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{2}{ن}\left[\frac{مجـ (س_1 - \bar{س}_1)^2 + مجـ (س_2 - \bar{س}_2)^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right]}$$

وتكون قيمة (ت) المحسوبة في هذه الحالة هي:

$$ت = \sqrt{\frac{ن}{٢}\left[\frac{مجـ(س_١ - \bar{س}_١)^٢ + مجـ(س_٢ - \bar{س}_٢)^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\right]} \qquad \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{} \quad \ldots (٩ _ ٤)$$

وبمقارنة قيمة (ت) المحسوبة لكل من الحالتين والقيمة المناظرة لها في جداول توزيع (ت) بمدلول درجات الحرية وعند مستوى معنوية معين يمكن رفض فرض العدم إذا كانت قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) النظرية. والعكس يكون صحيحاً (أي نقبل فرض العدم) إذا كانت قيمة (ت) المحسوبة أقل من قيمتها النظرية عند مستوى الدلالة (المعنوية) المعين.

**مثال (١)**

أخذت عينتين من إنتاج حقول الفحم في منطقة ما لفترة عشرة سنوات، فكانت بياناتهما كما يلي:

| | العينة الأولى | العينة الثانية |
|---|---|---|
| حجم العينة (ن) | ١٠٠ | ١٠٠ |
| الوسط الحسابي ($\bar{س}$) | ٣٥ | ٣٤ |
| الانحراف المعياري(ء) | ٤ | ٥ |

والمطلوب اختبار الفرض القائل بأن متوسطي المجتمعين متساويان في مقابل الفرض البديل القائل أن متوسط إنتاج حقول مجتمع العينة الأولى أكبر من متوسط مجتمع حقول العينة الثانية وذلك بمستوى معنوية ٠٥ر٠.

الفرض: $H_0$: $\bar{م}_١ = \bar{م}_٢$ في مقابل $H_1$: $\bar{م}_١ > \bar{م}_٢$

أو: $H_0$: $(\bar{م}_١ - \bar{م}_٢)$ = صفر في مقابل $H_1$: $(\bar{م}_١ - \bar{م}_٢) \neq$ صفر

وبحساب قيمة (ت) من العينة بافتراض أن $م_١ - م_٢$ = صفر نجد أن:

$$ت = \frac{٣٥ - ٣٤}{\sqrt{\frac{(٤)^٢}{١٠٠} + \frac{(٥)^٢}{١٠٠}}} = \frac{١}{\sqrt{\frac{١٦}{١٠٠} + \frac{٢٥}{١٠٠}}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٤١ر}} = \frac{١}{٦٤ر} = ٥٦ر١$$

وحيث أن قيمة (ت) المحسوبة من العينة (٥٦ر١) أقل من القيمة (ت = ١ر٢) المناظرة لدرجات الحرية ($ن_١ + ن_٢ - ٢ = ١٠ + ١٠ - ٢ = ١٨$) في جدول توزيع (ت) بمستوى معنوية ٠٥ر٠ فإن القيمة المحسوبة لا تقع في منطقة رفض الفرض، وعلى ذلك فإن البيانات الخاصة بالعينتين قيد الاستقصاء غير كافية لرفض فرض العدم عند مستوى معنوية أو دلالة ٠٥ر٠ ونستنتج من ذلك أن الفرق ($\bar{س}_١ - \bar{س}_٢$) هو فرق يرجع للصدفة المطلقة أو لأخطاء المعاينة وليس فرق جوهرياً بمستوى معنوية (a) = ٠٥ر٠.

### اختبار المتوسطات للعينات الصغيرة (ن > ٣٠)

ذكرنا أنه في حالة إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم وكانت العينة كبيرة الحجم (ن > ٣٠) فإنه يمكن حساب الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للمجتمع من واقع الانحراف المعياري المحسوب للعينة (عـ) بدلاً من الانحراف المعياري المجهول (ع) للمجتمع. ولكن قد نضطر إلى سحب عينة صغيرة (ن < ٣٠) ومنها يمكن الحصول على تقدير غير متحيز للمعلمة (ع)، وذلك باستخراج الجذر التربيعي لخارج قسمة مجموع مربعات الانحرافات عن المتسوط الحسابي للعينة على عدد المتغيرات المستقلة الخطية (درجة الحرية.ن ـ ١)، لأن العينة الصغيرة تعطي معلومات عن المجتمع أقل دقة من بيانات العينات

الكبيرة. وفي مثل هذه الحالة يتبع نفس الأسلوب الإحصائي السابق، أي يبني الاستنتاج الإحصائي على أساس التوزيع الاحتمالي (ت)، فيصمم الاختبار الإحصائي لمقارنة الفرق بين متوسطي عينتين صغيرتين وذلك في ضوء تقدير الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين من واقع البيانات المشاهدة للعينتين المستقلتين بافتراض أنهما مسحوبتان من نفس المجتمع وفي هذه الحالة نستخدم الصيغة الآتية للقيمة المعيارية (ت):

$$ت = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1 - 1} + \frac{ع_2^2}{ن_2 - 1}}} \quad ........... \quad (9 - 5)$$

وهذه القيمة المعيارية لها توزيع احتمالي (ت) بدرجات الحرية $(ن_1 + ن_2 - 2)$.

وبما أن قيمة الانحراف المعياري للمجتمع (ع) غير معلومة، فإنه يمكن الحصول على تقدير غير متحيز لهذه القيمة من واقع عينتين مستقلتين كما يلي:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{مجـ (س_1 - \bar{س}_1)^2}{ن_1 - 1} + \frac{مجـ (س_2 - \bar{س}_2)^2}{ن_2 - 1}} \quad (9 - 6)$$

$$ولكن\ عـ^2 = \frac{مجـ (س - \bar{س})^2}{ن}$$

$$\therefore ن\ عـ^2 = مجـ (س - \bar{س})^2$$

وبالتعويض عن $مجـ (س - \bar{س})^2$ في المعادلة (9 ـ 6) نجد أن:

$$ع = \sqrt{\frac{ن_1 عـ_1^2 + ن_2 عـ_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}} \quad ..... \quad (9 - 7)$$

ولكن الخطأ المعياري للعينة الأولى = $\frac{ع_1}{\sqrt{ن_1}}$ ، والخطأ المعياري للعينة الثانية = $\frac{ع_2}{\sqrt{ن_2}}$ ، والخطأ المعياري للفرق بين متوسطي عينتين مسحوبتين من نفس المجتمع هو:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}} = ع \times \sqrt{\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}}$$

(٩ ـ ٨) .................

وبالتعويض عن قيمة (ع) في المعادلة (١٢ ـ ٧) نجد أن:

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}}$$

(٩ ـ ٩) .................

وبذلك يمكن وضع الاختبار (ت) على الصورة المعيارية الآتية:

$$ت = \frac{\text{الفرق بين متوسطي العينتين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق}} = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}}}$$

(٩ ـ ١٠) ..............................

وفي حالة تساوي عدد المفردات لكل عينة من العينتين (أي أن $ن_1 = ن_2 = ن$) فإن الصورة المعيارية للاختبار تكون على النحو التالي:

$$ت = \frac{\overline{س}_1 - \overline{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن + 1}}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (٩ ـ ١١)$$

**مثـال (٢)**

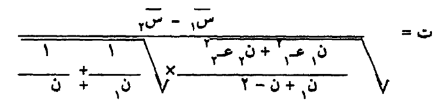
في تجربة لمعرفة تأثير نوعين من الدواء على أحد الأمراض تم إعطاء مرضى من الدواء الأول فكان متوسط نسبة التأثير ٧٥٪ بانحراف معياري قدره ٦٪، كما أخذ أفراد آخرين يحملون نفس المرض بالدواء من النوع الثاني فكانت النسبة في المتوسط ٦٨٪ بانحراف معياري ٥٪، فهل يمكن الحكم بأن النوع الأول من الدواء أفضنا من النوع الثاني وذلك بمستوى معنوية ٠٥ر٠.

١ ـ الفرض $H_0$: $\overline{س}_1 \leqslant \overline{س}$

الفرض $H_1$: $س_1 > س$

٢ ـ مستوى المعنوية = ٠٥ر

٣ ـ القيمة المعيارية للاختبار هي:



$$ت = \frac{\overline{س}_1 - \overline{س}_2}{\sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن - ٢} \times \left(\frac{١}{ن_1} + \frac{١}{ن}\right)}}$$

٤ ـ توزيع ت الاحتمالي (النظري) بدرجات الحرية ($ن_1 + ن_2 - ٢$) = (١٠ + ٩ ـ ٢ = ١٧).

٥ ـ منطقة الرفض: طبقاً للقواعد السابقة فإنه يمكن رفض فرض العدم إذا كانت قيمة (ت) المحسوبة من البيانات المشاهدة أكبر من + ١١ر٢ في اختبار الطرفين، ولكن في اختبار الطرف الواحد نرفض فرض العدم إذا كانت (ت) أقل من ـ ٧٤ر١ .

٦ ـ تحسب قيمة (ت) من البيانات المشاهدة للعينتين كما يلي:

$\bar{س}_1 = ٧٥$ $\bar{س}_2 = ٦٨$

$ع_1 = ٦٪$ $ع_2 = ٥٪$

$ن_1 = ١٠$ $ن_2 = ٩$

$$ت = \frac{٧٥ - ٦٨}{\sqrt{\frac{١٠ (٥)^2 + ٩ (٦)^2}{١٠ + ٩ - ٢} \times \left(\frac{١}{١٠} + \frac{١}{٩}\right)}}$$

$$= \frac{٧ر}{١٥٥ر} = ٤ر٥١٦$$

٧ ـ الاستنتاج: بما أن قيمة (ت) المحسوبة (٤ر٥١٦) أكبر من قيمة (ت) النظرية (٢ر١١) فمعنى ذلك أنها تقع ضمن منطقة الرفض (المنطقة الحرجة)، وبهذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل أي أن هناك فرق جوهري بين النوعين من الدواء في درجة تأثيرها على المرض، ونستنتج أن النوع الأول من الدواء له تأثير أفضل من النوع الثاني من الدواء.

**مثال (٣)**

إذا كانت لدينا عينتين مستقلتين من عمال مصنعي إسمنت وكان عدد عمال العينة الأولى ١٢ عاملاً وعدد عمال العينة الثانية ١٥ عاملاً وكان متوسط إنتاج عمال العينة الأولى ٥٠ طناً في الشهر بانحراف معياري ٧ر٥ طن، ومتوسط إنتاج عمال العينة الثانية ٥٥ طناً في الشهر وبانحراف معياري ٦ طن، فهل يمكن الحكم على أن متوسط الإنتاج الشهري في المصنعين متساوي؟.

١ ـ الفرض $H_0$: $\bar{س}_١ = س_٢$، الفرض $H_1$: $س_١ \neq \bar{س}_٢$

٢ ـ مستوى المعنوية: ٫٠٥.

٣ ـ درجات الحرية للتوزيع الاحتمالي (ت) = ١٢ + ١٥ − ٢ = ٢٥.

٤ ـ منطقة الرفض: تبعاً للفروض السابقة نجد أن قيمة (ت) النظرية التي تحدد منطقة الرفض هي ± ٢٫٠٦، أي نقبل فرض العدم إذا كانت (ت) أقل من + ٢٫٠٦ أو أكبر من − ٢٫٠٦.

٥ ـ حساب قيمة (ت) من البيانات المشاهدة على النحو التالي:

$\bar{س}_١ = ٥٠$      $\bar{س}_٢ = ٥٥$

$عـ_١ = ٧٫٥$      $عـ_٢ = ٦$

$ن_١ = ١٢$      $ن_٢ = ١٥$

$$ت = \frac{٥٠ - ٥٥}{\sqrt{\frac{١٢\,(٧٫٥)^٢ + ١٥\,(٦)^٣}{١٢ + ١٥ - ٢} \times \left(\frac{١}{١٢} + \frac{١}{١٥}\right)}}$$

$$= \frac{-٥}{٢٫٧} = -١٫٨٥$$

٦ ـ الاستنتاج: بما أن قيمة (ت) المحسوبة (− ١٫٨٥) أكبر من قيمة (ت) النظرية (− ٢٫٠٦) فإنها لا تقع في منطقة الرفض (المنطقة الحرجة)، ولذلك نقبل فرض العدم القائل أن متوسط الإنتاج في المصنعين متساوي، أي أنه لا يوجد فرق جوهري بين المتوسطين وذلك بمستوى معنوية ٫٠٥، وأن أي فرق بينهما هو فرق يرجع للصدفة المطلقة أو ينتج عن خطأ المعاينة.

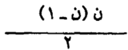
## ثانياً: تحليل التباين

**Analysis of Variance**

**(اختبار ـ ف)**

التباين هو أحد مقاييس التشتت التي عرفنا من قبل كيفية حسابها من قيم مفردة أو من جداول التوزيعات التكرارية. ولقد تأكدت أهمية التباين في الدراسات والبحوث التي تقوم على أساس إحصائي كمي من حيث أنه المقياس الذي يوضح مدى التجانس أو الاختلاف لثلاث عينات أو أكثر ومدى صلتها بالمجتمع الإحصائي الذي تمثله. ولذا تعد طريقة تحليل التباين أشهر وأهم طرق التحليل الإحصائي للبيانات بعامة.

وفي الفصل السابق والقسم الأول من هذا الفصل تمت معرفة كيفية تحليل واختبار الفروق بين متوسطي عينتين للحكم على خصائص مجتمعيهما، أي أنه تحليل يتعلق بمجتمعين أو عينتين فقط. ولقد اعتمدنا في تحديد مستويات المعنوية أو الدلالة الإحصائية لاختبار الفروق بين المتوسطات على قيم «ز» في حالة معرفة تباين المجتمع وذلك لقبول أو رفض الفرض الموضوع، أو على قيم «ت» في حالة عدم معرفة تباين المجتمع أي على أساس معرفة تباين العينة. والسؤال الآن هو كيف يتصرف الباحث إذا كان لديه أكثر من عينتين؟ وللإجابة على هذا التساؤل فإن الباحث سيضطر للقيام بعمليات حسابية بين متوسطات العينات كل عينتين على حده. وتحدد العمليات الحسابية على أساس الصيغة التالية:



$$\frac{ن (ن - ١)}{٢}$$

حيث ن هي عدد العينات المطلوب حساب الفروق لمتوسطاتها.

وللتخلص من كثرة العمليات الحسابية يمكن المقارنة بين متوسطات أكثر من عينتين باستخدام طريقة أخرى وهي تحليل التباين

للعينات[1] «Analysis of Variance».

## تحليـل التبايـن

يعتمد تحليل التباين أساساً على حساب التباين بين العينات Variance between Samples والتباين داخل كل العينات مجتمعة Variance Within Samples. أما المقياس المستخدم للحكم على مستوى معنوية أو دلالة الفروق بين متوسطات العينات فهو ما يطلق عليه بقيمة ف F. وتقاس قيم ف النظرية من جداول خاصة موضوعة لهذا الغرض عن طريق تحديد درجات الحرية لكل تباين على حدة بين العينات وداخل العينات. ودرجات الحرية لتباين بين العينات عبارة عن هـ ـ ١ حيث «هـ» هي عدد العينات. أما درجات الحرية لتباين داخل العينات فهي «ي ـ هـ» حيث «ي» هي العدد الكلي للمفردات. فمثلاً إذا كان هناك ٦ عينات وكل عينة مكونة من ١٠ مفردات (قياسات)، فإن درجات الحرية في هذه الحالة هي:

د ب درجات الحرية لتباين بين العينات = (هـ ـ ١) = (٦ ـ ١) = ٥.
د د درجات الحرية لتباين داخل العينات = (ي ـ هـ) = (٦ × ١٠) ـ ٦
= ٦٠ ـ ٦ = ٥٤.

وهناك عدة شروط أساسية يجب أن تتوافر عند استخدام طريقة تحليل التباين لعدة عينات وبغيرها تكون نتائج هذه الطريقة مضللة:)

١ ـ أن يكون توزيع مفردات أو قيم العينات متصفاً بصفة الاعتدالية أو أن انحرافها عن التوزيع المعتدل بسيطاً.

٢ ـ أن يكون التباين لقيم المجموعات متجانساً أو متماثلاً، أي لا توجد فروق بين تباين العينات المقارنة إلا نتيجة للصدفة وذلك عن طريق مقارنة تباينات العينات.

---

(١) تسمى طريقة تحليل التباين في بعض الأحيان باختبار نسبة ف Fratio test نسبة إلى عالم الإحصاء Fisher مكتشف هذه الطريقة.

٣ ـ أن تكون العينات المطلوب تطبيق تحليل التباين عليها ذات ظروف واحدة أو متجانسة.

وتجدر الإشارة هنا إلى أنه يجب قبل بدء وضع العمليات الحسابية لتحليل التباين أن يوضع فرض لاختباره بهذا المقياس وهو في هذه الحالة فرض العدم الذي ينص على أنه لا توجد فروق بين متوسطات وتباين العينات الداخلة في التحليل. ولاختبار هذا الفرض تحسب قيمة (ف) بين العينات وداخل العينات باتباع الخطوات التالية:

١ ـ حساب التباين بين العينات عن طريق حساب المربعات بين العينات.

٢ ـ حساب التباين داخل العينات عن طريق حساب المربعات داخل العينات.

٣ ـ حساب نسبة (ف) عن طريق قسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر.

٤ ـ حساب درجات الحرية لاستخدامها في الكشف عن مستوى الدلالة أو المعنوية الإحصائية لنسبة (ف) المحسوبة وما يقابلها من نسبة (ف) النظرية. فإذا كانت قيمة (ف) المحسوبة أقل من نظيرتها في الجدول حسب مستوى المعنوية أو درجة الثقة المطلوبة فإن الفرض يصبح مقبولاً بمعنى أنه لا يوجد فروق بين متوسطات العينات. أما إذا كانت قيمة (ف) المحسوبة أكبر من نظيرتها في جدول التوزيع لقيم (ف) فإن الفرض يرفض بمعنى أن هناك فروق جوهرية بين متوسطات العينات. والجدول التالي يوضح صورة النتائج النهائية لهذا الاختبار.

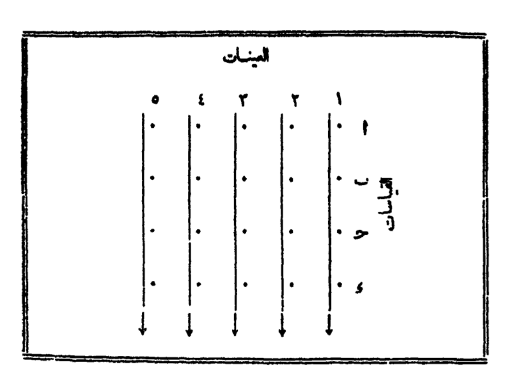
جدول رقم (٩ ـ ١): خطوات حساب تحليل التباين لأكثر من عينتين

| مصدر التباين | مجموع المربعات | درجة الحرية | التباين | ف المحسوبة |
|---|---|---|---|---|
| ١ ـ بين العينات | مجـ مربع مجموع كل مجموعة / ن ـ ن م٢ | عدد العينات ـ ١ | مجموع المربعات مقسوماً على درجات الحرية | التباين الأكبر مقسوماً على التباين الأصغر |
| ٢ ـ داخل العينات | الفرق بين ١ ، ٣ | عدد القيم ـ عدد العينات | | |
| ٣ ـ المجموع الكلي | مجموع مربعات القيم ـ ن م٢ | مجموع درجات ١ ، ٢ | | |

حيث أن (ن م٢) هي عامل التصحيح وهو يساوي أيضاً (مجـ س)٢ / ن حيث مجـ س٢ هو مجموع كل قيم المفردات للعينات و ن هي العدد الكلي لكل مفردات العينات.

### التحليل الأحادي التصنيف للتباين

في هذا النوع من التحليل يمكن تقسيم الاختلافات الكلية إلى مصدرين هما: الاختلافات التي ترجع إلى قياسات العينات والأخرى ترجع إلى الأخطاء التجريبية Experimantal Error. وتتكون البيانات هنا من عدد من العينات المستقلة بكل منها مجموعة من القياسات (شكل رقم ٩ ـ ١).




شكل رقم (٩ ـ ١): طريقة جمع البيانات
للتحليل الأحادي للتباين

وكما هو واضح من الجدول رقم (٩ ـ ١) فإنه لحساب قيمة (ف) نتبع الخطوات السابقة، والتي تعرف بطريقة التحليل الأحادي للتباين، في الإجابة على المثال الآتي:

في مقارنة لمعرفة تباين أعداد العاطلين في خمس محافظات حسب عدد العاطلين في كل منها لمدة ٢٠ سنة كما هو موضح في الجدول رقم (٩ ـ ٢). والمطلوب اختبار الفرض القائل بعدم وجود فروق بين متوسطات أعداد العاطلين وذلك بمستوى معنوية ٠٥ر٠.

**جدول رقم (٩ ـ ٢): أعداد العاطلين (بالألف) في المحافظات**
**أ، ب، جـ، د، هـ، (عاطل/ سنة) لفترة ٢٠ سنة**

| أ | أ٢ | ب | ب٢ | جـ | جـ٢ | د | د٢ | هـ | هـ٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٢ر٠ | ٤٠٠٠ | ٢ر١ | ٤ر٤١ | ٢ر٧ | ٧ر٢٩ | ٣ر٤ | ١١ر٥٦ |
| ٢ر٤ | ٥ر٧٦ | ٤ر٩ | ٢٤ر٠١ | ١ر٥ | ٢ر٢٥ | ٣ر٠ | ٩ر٠٠ | ٤ر٤ | ١٩ر٢٤ |
| ٢ر٦ | ٦ر٧٦ | ٣ر٣ | ١٠ر٨٩ | ١ر٣ | ١ر٦٩ | ٣ر٢ | ١٠ر٢٤ | ٤ر٠ | ١٦ر٠٠ |
| ١ر٧ | ٢ر٨٩ | ٣ر٨ | ١٤ر٤٤ | ١ر٢ | ١ر٤٤ | ٢ر٤ | ٥ر٧٦ | ٤ر٩ | ٢٤ر٠١ |
| ٢ر٦ | ٦ر٧٦ | ٣ر٥ | ١٢ر٢٥ | ٢ر٢ | ٤ر٨٤ | ٢ر٨ | ٧ر٨٤ | ٤ر٠ | ١٦ر٠٠ |
| ٢ر٢ | ٤ر٨٤ | ٢ر٦ | ٦ر٧٦ | ١ر٨ | ٣ر٢٤ | ٣ر٧ | ١٣ر٦٩ | ٤ر٧ | ٢٢ر٠٩ |
| ٥ر١ | ٢٦ر٠٠ | ٣ر٥ | ١٢ر٢٥ | ١ر٧ | ٢ر٨٩ | ٣ر٥ | ١٢ر٢٥ | ٤ر٠ | ١٦ر٠٠ |
| ٣ر٢ | ١٠ر٢٤ | ٣ر٣ | ١٠ر٨٨ | ٢ر٧ | ٧ر٢٩ | ٤ر٧ | ٢٢ر٠٩ | ٣ر٤ | ١١ر٥٦ |
| ٢ر٢ | ٤ر٨٤ | ٣ر٨ | ١٤ر٤٤ | ٣ر٩ | ٥ر٢١ | ١ر٩ | ٣ر٦١ | ٢ر٥ | ١٦ر٢٥ |
| ٣ر٤ | ١١ر٥٦ | ٣ر٤ | ١١ر٥٦ | ٢ر٦ | ٦ر٧٦ | ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٧ر٢ | ٥١ر٨٠ |
| ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ١ر٥ | ٢ر٢٥ | ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٤ر٥ | ٢٠ر٢٥ |
| ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٣ر٨ | ٧ر٨٤ | ٢ر١ | ٤ر٤١ | ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٣ر٧ | ١٣ر٦٩ |
| ٢ر٣ | ٥ر٢٩ | ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ٢ر٢ | ٤ر٨٤ | ٢ر٦ | ١٢ر٩٦ | ٥ر٠ | ٢٥ر٠٠ |
| ٣ر٠ | ٩ر٠٠ | ٢ر٤ | ٥ر٧٦ | ٢ر٣ | ٥ر٢٩ | ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٦ر٤ | ٤١ر٠٠ |
| ٢ر٥ | ٦ر٢٥ | ٢ر٧ | ٧ر٢٩ | ١ر٤ | ١ر٩٦ | ١ر٧ | ٢ر٨٩ | ٤ر٩ | ٢٤ر٠١ |
| ١ر٨ | ٣ر٢٥ | ٢ر٣ | ٥ر٢٩ | ١ر٣ | ١ر٦٩ | ٢ر٨ | ٧ر٤٨ | ٣ر٥ | ١٢ر٢٥ |
| ٢ر٤ | ٥ر٧٦ | ٢ر٩ | ٨ر٤١ | ١ر٤ | ١ر٩٦ | ٢ر٦ | ٦ر٧٦ | ٩ر٧ | ٩٤ر٠٠ |
| ٢ر٩ | ٨ر٤١ | ٢ر٠ | ٤ر٠٠ | ١ر١ | ١ر٢١ | ٢ر٦ | ٦ر٦٧ | ٥ر٠ | ٢٥ر٠٠ |
| ٢ر٢ | ٤ر٨٤ | ٤ر٠ | ١٦ر٠٠ | ١ر٥ | ٢ر٢٥ | ٣ر٠ | ٩ر٠٠ | ٣ر٢ | ١٠ر٢٤ |
| ٥١ر٠ | ١٤٠ر٦٥ | ٦٠ر٧ | ١٩٨ر٣٣ | ٣٨ر٤ | ٨٢ر٤٤ | ٥٦ر١ | ١٦٧ر٧٩ | ٩٣ر٣ | ٤٨٤ر١٧ |

المجموع (مجـ س) = ٥١٫٠ + ٦٠٫٧ + ٣٨٫٤ + ٥٦٫١ + ٩٣٫٣ = ٢٩٩٫٥

عامل التصحيح = (مجـ س)^٢ / ن = (٢٩٩٫٥)^٢ / ١٠٠ = ٨٩٧٫٠٤

المجموع الكلي للمربعات = ١٤٠٫٦٩ + ١٩٨٫٣٣ + ٨٢٫٤٤ + ١٦٧٫٧٩
+ ٤٨٤٫١٧ + ٨٩٧٫٠٤ = ١٠٧٣٫٢٣ - ٨٩٧٫٠٤ = ١٧٦٫١٩

مجموع المربعات بين العينات = ٢٠/١[(٥١٫٠)^٢ + (٦٠٫٧)^٢ + (٣٨٫٤)^٢
+ (٥٦٫١)^٢ + (٩٣٫٣)^٢] - ٨٩٧٫٠٤ = ٨٢٫٩

مجموع المربعات داخل العنيات =

المجموع الكلي للمربعات ـ مجموع المربعات بين العينات

= ١٧٦٫١٩ - ٨٢٫٩٠ = ٩٣٫٢٩

درجات الحرية بين العينات = عدد العينات - ١

= ٥ - ١ = ٤

درجات الحرية داخل العينات = عدد المفردات - عدد العينات

= ١٠٠ - ٥ = ٩٥

التباين بين العينات = مجموع المربعات بين العينات / درجات الحرية بين العينات

= ٨٢٫٩ / ٤ = ٢٠٫٧٣

التباين داخل العينات = مجموع المربعات داخل العينات / درجات الحرية داخل العينات

$$= \frac{٩٣٫٢٩}{٩٥} = ٩٨٢ر$$

$$\text{نسبة ف} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{\text{التباين بين العينات}}{\text{التباين داخل العينات}}$$

$$= \frac{٢٠٫٧٣}{٠٫٩٨٢} = ٢١٫١١$$

وفي العادة توضح النتائج السابقة في جدول كما يلي:

| مصدر التباين | مجموع المربعات | درجات الحرية | التباين | ف |
|---|---|---|---|---|
| بين العينات | ٨٢ر٩٠ | ٤ | ٢٠ر٧٣ | |
| داخل العينات | ٩٣ر٢٩ | ٩٥ | ٠ر٩٨٢ | ٢١ر١١ |
| **المجموع** | ١٧٦ر١٩ | ٩٩ | | |

وباستخدام جدول «ف» النظرية (F-Tables) وهو عبارة عن جدول لحساب نسبة التباين بدرجات الحرية بين العينات وداخل العينات وبمستوى معنوية، ٠٥ر، وفي هذا الجدول تكون درجات الحرية الأفقية خاصة بدرجات الحرية للتباين الأصغر بين أيدينا نجد أن نسبة «ف» لدرجات حرية (٤) بين العينات (ذات التباين الأكبر)، (٩٥) داخل العينات ذات التباين الأصغر عند مستوى دلالة ٠٥ر٠ هي ٤٩ر٢ تقريباً. وبما أن قيمة «ف» المحسوبة أكبر من القيمة النظرية فإنه يمكن رفض فرض العدم الأساسي القائل بعدم وجود فروق جوهرية بين متوسطات أعداد العاطلين المحافظات الخمس، أو بمعنى آخر نقبل الفرض البديل وهو أنه توجد

فروق جوهرية ذات دلالة احصائية بين متوسطات أعداد العاطلين. أي أن هناك احتمال مقادره ٩٥ر أن لا تكون الفروق بين المتوسطات قد حدثت بفعل الصدفة أو بطريقة عشوائية.

**مثـال آخر:**

في تجربة لدراسة الجريمة في أربعة من المدن في إحدى المحافظات أخذ من كل نوع عدد من العينات وتم استخلاص النتائج الموضحة في الجدول (١٢ ـ ٣)، فهل يمكن الحكم بأن متوسط عدد الجرائم للأربعة مدن متساوية وذلك بمستوى دلالة ٠٥ر٠، ٠١ر٠؟.

**جدول رقم (٩ ـ ٣): أعداد الجرائم من أربع مدن في محافظة ما**

| | نوع التربة | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | أ | أ٢ | ب | ب٢ | جـ | جـ٢ | د | د٢ |
| | ٣٣ | ١٠٨٩ | ٢٥ | ٦٢٥ | ١٧ | ٢٨٩ | ١٥ | ٢٢٥ |
| | ٢٦ | ٦٧٦ | ٢٨ | ٧٨٤ | ١٩ | ٣٦١ | ١٩٦ | |
| | ٣٢ | ١٠٢٤ | ٢٥ | ٦٢٥ | ١٢ | ١٤٤ | ١٢ | ١٤٤ |
| | ٣٣ | ١٠٨٩ | ٢٤ | ٥٧٦ | ١٦ | ٢٥٦ | ١٣ | ١٦٩ |
| | | | ١٨ | ٣٢٤ | | | ١١ | ٢٢١ |
| المجموع | ١٢٤ | ٣٨٧٨ | ١٢٠ | ٢٩٣٤ | ٦٤ | ١٠٥٠ | ٦٥ | ٨٥٥ |
| عدد المفردات (ن) | ٤ | | ٥ | | ٤ | | ٥ | |
| المتوسط | ٣١ | | ٢٤ | | ١٦ | | ١٣ | |

١ ـ المجموع ($س_{ن}$) = ١٢٤ + ١٢٠ + ٦٤ + ٦٥ = ٣٧٣

٢ ـ عامل التصحيح = $\frac{(\text{مجـ س}_{ن})^{٢}}{ن} = \frac{(٢٧٣)^{٢}}{١٨}$ = ٣٩ر٧٧٢٩

٣ ـ مجموع المربعات العينات =

$$\left[ \frac{(١٢٤)^{٢}}{٤} + \frac{(١٢٠)^{٢}}{٥} + \frac{(٦٤)^{٢}}{٤} + \frac{(٦٥)^{٢}}{٥} \right] - ٣٩ر٧٧٢٩$$

= ٠٠ر٨٥٩٢ – ٢٩ر٧٧٢٩ = ٦١ر٨٦٣

٤ ـ مجموع المربعات الكلية = [٣٨٧٨ + ٢٩٣٤ + ١٠٥٠ + ٨٥٥]
– ٣٩ر٧٧٢٩ = ٦١ر٩٨٧

٥ ـ مجموع المربعات داخل العينات =
مجموع المربعات الكلية – مجموع المربعات بين العينات
= ٦١ر٩٨٧ – ٦١ر٨٦٣ = ٠٠ر١٢٤٠

٦ ـ درجات الحرية للمكونات السابقة:
درجات الحرية بين العينات = عدد العينات – ١ = ٤ – ١ = ٣
درجات الحرية الكلية = عدد المفردات – ١ = ١٨ – ١ = ١٧
درجات الحرية داخل العينات = عدد المفردات – عدد العينات
= ١٨ – ٤ = ١٤

(وهي تساوي أيضاً درجات الحرية الكلية ـ درجات الحرية بين العينات = ١٧ – ٣ = ١٤).

ـ التباين بين العينات = $\frac{٦١ر٨٦٣}{٣}$ = ٩ر٢٨٧

التباين داخل العينات = $\frac{١٢٤٫٠٠}{١٤}$ = ٨٫٩

٨ ـ قيمة (ف) = $\frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$ = $\frac{٢٨٧٫٩}{٨٫٩}$ = ٣٢٫٥

وبتلخيص للبيانات في صورة جدولية نحصل على جدول تحليل التباين التالي:

جدول رقم (٩ ـ ٤) تحليل التباين الأعداد الجرائم لأربعة أنواع من المدن

| مصدر التباين | مجموع المربعات | درجات الحرية | التباين قيمة (ف) |
|---|---|---|---|
| بين العينات<br>داخل العينات | ٨٦٣٫٦١<br>١٢٤٫٠٠ | ٤ - ١ = ٣<br>١٨ - ٤ = ١٤ | ٢٨٧٫٩ ٣٢٫٥<br>٨٫٩ |
| المجوع | ٩٨٧٫٦١ | ١٨ - ١ = ١٧ | |

ولاختبار الفرض القائل بتساوي المتوسطات الأربعة نقارن قيمة (ف)المحسوبة بقيمة (ف) النظرية عند درجات حرية ٣ و١٤ ومنها يظهر من جداول ف ـ أن قيمة (ف) لمستوى دلالة ٠٥ر = ٣٫٣٤ وقيمة (ف) لمستوى دلالة ٠١ر = ٥٫٥٦ وحيث أن قيمة ف المحسوبة (٣٢٫٥) أكبر من قيمة (ف) في الجدول فإننا نرفض فرض العدم أي أن الاختلافات بين متوسطات العينات (المدن) هي اختلافات جوهرية حقيقية لا ترجع إلى الصدفة (أي أنها أكبر من الاختلافات العشوائية) وذلك باحتمال ٠٥ر أو ٠١ر٠ وبمعنى أن متوسطات الجرائم للمدن الأربع غير متساوية.

**التحليل الثنائي التصنيف للتباين Two-way Analysis of Variance**

اتضح من المثال السابق كيفية تحليل التباين لأكثر من مجموعتين بطريقة التحليل الأحادي التصنيف أو التحليل بالتصنيف في اتجاه واحد. وهناك طريقة لتحليل التباين تعرف باسم التحليل الثنائي للتباين. وفي هذا النوع من التحليل يمكن تقسيم الاختلافات الكلية إلى ثلاث مصادر: اختلافات ترجع إلى العينات، اختلافات ترجع إلى المعاملات Treatments، واختلافات ترجع إلى الأخطاء التجريبية Experimental Error. وتتكون البيانات هنا من عدد من العينات المستقلة بكل منها عدد من المفردات (المعاملات) كما في الشكل رقم (٩ ـ ٢). ويوضح المثال التالي كيفية تطبيق طريقة التحليل الثنائي للتباين وخطوات العمل اللازمة معها:

العينـــــــات

| المعاملات | | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ٢ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ٣ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ٤ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ٥ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |

شكل رقم (٩ ـ ٢) طريقة أخذ البيانات لاختبارها بأسلوب التحليل الثنائي للتباين

**مثـال**

نفترض أننا سحبنا عينة عشوائية مكونة من ثلاث مجموعات من المدن أحد المراكز الإدارية بهدف مقارنة نسبة الأمية بينها التي تمثلها هذه المجموعات وهي: مدن ذات مستوى اقتصادي متوسط، مدن ذات مستوى اقتصادي مرتفع، مدن مستواها الاقتصادي مرتفع جداً. فإذا كانت كل مجموعة مكونة من عشرة مدن تم إختيارها عشوائياً ثم رصدت نسبة الأمية في كل منها كما في الجدول رقم (٩ ـ ٥)، فهل نقبل الفرض القائل بعدم وجود فروق بين نسبة الأمية لهذه الأنواع الثلاث من المدن.

جدول رقم (٩ ـ ٥): نسبة الأمية لمجموعة من المدن في ثلاثة أنواع من المستويات الاقتصادية

| | تعليم دون المتوسط | | تعليم متوسط | | تعليم عالي | | المجموع | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (أ) | $\text{أ}^{2}$ | (ب) | $\text{ب}^{2}$ | (جـ) | $\text{جـ}^{2}$ | $(\text{س}_{\text{ن}})$ | $(\text{س}_{\text{ن}})^{2}$ |
| | ٢٤ | ٥٧٦ | ١٧ | ٢٨٩ | ١٩ | ٣٦١ | ٦٠ | ٣٦٠٠ |
| | ٢٧ | ٧٢٩ | ٢٥ | ٦٢٥ | ١٨ | ٣٢٤ | ٧٠ | ٤٩٠٠ |
| | ٢١ | ٤٤١ | ٢٤ | ٥٧٦ | ٢٢ | ٤٨٤ | ٦٧ | ٤٤٨٩ |
| | ٢٢ | ٤٨٤ | ١٩ | ٣٦١ | ٢٤ | ٥٧٦ | ٦٥ | ٤٢٢٥ |
| | ٢٦ | ٦٧٦ | ٢٨ | ٧٨٤ | ٢٣ | ٥٢٩ | ٧٧ | ٥٩٢٩ |
| | ٢٥ | ٦٢٥ | ٢٠ | ٤٠٠ | ٢١ | ٤٤١ | ٦٦ | ٤٣٥٦ |
| | ٢٩ | ٨٤١ | ٢٥ | ٦٢٥ | ١٩ | ٣٦١ | ٧٣ | ٥٣٢٩ |
| | ٢٦ | ٦٧٦ | ١٩ | ٣٦١ | ٢٥ | ٦٢٥ | ٧٠ | ٤٩٠٠ |
| | ٢٤ | ٥٧٦ | ٢٤ | ٥٧٦ | ٢١ | ٤٤١ | ٦٩ | ٤٧٠١ |
| المجموع | ٢٤٣ | ٢٩٨٥ | ٢٢٢ | ٥٠٣٨ | ٢١٠ | ٤٤٦٦ | ٦٧٥ | ٤٩٨٥٣ |

١ ـ المجموع (مجـ $س_ن$) = ٢٤٣ + ٢٢٢ + ٢١٠ = ٦٧٥

٢ ـ عامل التصحيح = $\frac{(مجـ\ س_ن)^2}{ن} = \frac{(٦٧٥)^2}{٣٠}$ = ١٥١٨٧٫٥

٣ ـ مجموع مربعات بين العينات (المجموعات) = $\frac{٤٥٨٥٣}{٣}$ - ١٥١٨٧٫٥ = ٩٦٫٨٣

٤ ـ مجموع المربعات بين المعاملات

= ١/١٠ [(٢٤٣ : $^2$ + (٢٢٢)$^2$ + (٢١٠)$^2$] - ١٥١٨٧٫٥

= ١٥٢٤٣٫٣ - ١٥١٨٧٫٥ = ٥٥٫٨

٥ ـ المجموع الكلي للمربعات = ١٥٤٨٩٫٠ - ١٥١٨٧٫٥ = ٣٠١٫٥

٦ ـ نحسب الخطأ التجريبي Experimental Error لمجموع المربعات (الفرق أو الفائض Residual وهو عبارة عن الفرق بين المجموع الكلي للمربعات، ومجموع المربعات بين العينات ومجموع المربعات بين المعاملات كما يلي:

خطأ مجموع المربعات = ٣٠١٫٥ - ٩٦٫٨٣ - ٥٥٫٨ = ١٤٨٫٨٧

٧ ـ نحسب درجات الحرية للتحليل كما يلي:

درجات الحرية بين المعاملات = عدد المعاملات (بين الصفوف) - ١

= ١٠ - ١ = ٩

درجات الحرية بين العينات (بين الأعمدة) = عدد العينات - ١

= ٣ - ١ = ٢

درجات الحرية للمفردات الكلية ( ن ) = عدد المفردات « ن » - ١

= ٣٠ - ١ = ٢٩

درجات الحرية للخطأ (الفرق) = درجات الحرية للمفردات - درجات حرية التبيان بين العينات - درجات الحرية بين المعاملات (بين الصفوف)

= ٢٩ - ٢ - ٩ = ١٨

أو

= (درجة الحرية بين العينات) × (درجات الحرية بين المعاملات)

= ٢ × ٩ = ١٨

ويمكن تلخيص النتائج السابقة في الجدول التالي:

جدول رقم (٩ ـ ٦): جدول التحليل الثنائي للتباين 2 WAY-ANOVA

| مصدر التباين | مجموع المربعات | درجات الحرية | التباين | قيمة ف |
|---|---|---|---|---|
| بين العينات | ٩٦٫٨٣ | ٢ | ٤٨٫٤١٥ | |
| بين المعاملات | ٥٥٫٨٠ | ٩ | | ٥٫٨٥ |
| الخطأ (داخل المعاملات) | ١٤٨٫٨٧ | ١٨ | ٨٫٢٧ | |
| المجموع الكلي | ٣٠١٫٥٠ | ٢٩ | | |

وبالبحث في جداول (ف) لإيجاد قيمتها النظرية عند درجات الحرية ٢ بين المجموعات و ١٨ للخطأ عند مستوى دلالة ٠٥ر نجد أن = ٣٫٥٥. وحيث أن قيمة (ف) المحسوبة في المثال (٥٫٨٥) أكبر من القيمة النظرية عند مستوى الدلالة ٠٥ر، فإننا يجب أن نرفض الفرض القائل أنه لا توجد فروق جوهرية بين متوسطات المجموعات الثلاث من المدن من حيث نسبة الأمية. وهذا يعني أن هناك احتمالاً قدرة ٩٥ر أن الفروق بين نسبة الأمية لهذه الأنواع من المدن لم تحدث بفعل الصدفة المطلقة أو أنها نتيجة خطأ عشوائي في المعاينة ولكنها فروق حقيقية لها دلالة إحصائية.

# الفصل العاشر
# أساليب المقارنة اللابارامترية (اللامعلمية)

عرضنا في الفصل السابق الأساليب الكمية البارامترية التي تحلل المعنوية الإحصائية للاختلافات أو الفروق بين بيانات التوزيعات العينية والتوزيع المعتدل للمجتمع، وكان الاهتمام منصباً على مقارنة قيم المتوسط الحسابي والتباين المحسوبة من عينتين أو أكثر لمتغير واحد. وذكرنا أيضاً أنه في بعض الحالات لا تكون خصائص أو معالم المجتمع معلومة، وبالتالي لا بد أن تستخدم أساليباً أخرى لإجراء اختبارات المعنوية وتحليل البيانات الأصلية التي لا تتصف باعتدالية توزيعاتها التكرارية حتى بعد تطبيق إحدى الطرق السابق ذكرها لتحويلها إلى توزيعات معتدلة.

وسنتناول في هذا الفصل دراسة أهم الأساليب الكمية اللابارامترية (اللامعلمية) التي تستخدم في مجال المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات لمتغير واحد، وهو أسلوب: مربع كاي، وتجدر الإشارة إلى أن هذا الأسلوب لا يشترط أن تكون البيانات من بيانات الفترة فقط ولكن يمكن تطبيقها أيضاً على البيانات الاسمية (التصنيفية أو النوعية) والترتيبية سواء كانت في صورة قياسات فردية أو ثنائية ينتج عنها قيم عددية أو تكرارات أو رتب.

### أولاً: اختبار مربع كاي Chi-Square Test ($X^2$)

يستخدم مربع كاي أساساً في قياس مدى التطابق بين توزيعين أحدهما توزيع

فعلي لمتغير تم قياسه والآخر توزيع نظري أو متوقع له. وعلى ذلك فوجه المقارنة يكون بين مجموعيتن من البيانات التكرارية إحداهما فعلية والأخرى نظرية. ويكون الفرض الموضوع هو المتعلق بالفروق أو الاختلافات بين التوزيعات الفعلية أو المشاهدة والتوزيعات المتوقعة للوقوف على معرفة نوع هذه الفروق: هل هي فروق معنوية أو جوهرية، أم أنها مجرد فروق ظاهرية؟ فإذا كانت الفروق حقيقية فإن ذلك يعني أنها نتيجة لعوامل مسؤولة عنها وليست مرتبطة بعوامل أخرى مسببة لها، أما إذا كانت الفروق غير جوهرية فإن ذلك يعني أنها نتيجة للصدفة المطلقة أو أنها نتيجة لمجموع العوامل غير المتحكم فيها أو ما يطلق عليه بالاختلافات والأخطاء العشوائية Random Errors. وبصفة عامة فإنه يمكن القول أن تحليل البيانات بواسطة مربع كاي يتم لتحقيق هدفين رئيسيين هما:

١ ـ تحديد دلالة العلاقة بين مجموعتين أو أكثر من التصنيفات بالنسبة إلى خصائص العينة.

٢ ـ تحديد دلالة انحرافات التكرارات الفعلية (المشاهدة) عن التكرارات المتوقعة، أو بمعنى آخر الحكم على مدى ملائمة النموذج المتوقع لتوزيع التكرارات الفعلية عن طريق اتباع اختبار جودة التوفيق Goodness of fit Test.

وكما سبق أن شاهدنا أنه في عديد من المرات لا تتفق النتائج التي نحصل عليها من العينات في جميع الحالات مع النتائج المتوقعة طبقاً لقواعد الاحتمالات. فلو افترض أنه في عينة معينة لوحظ أن مجموعة من الحادثات الممكنة: هـ$_{١}$، هـ$_{٢}$، هـ$_{٣}$... هـ$_{ن}$ تحدث بتكرارات ش$_{١}$، ش$_{٢}$، ش$_{٣}$، ... ش$_{ن}$ التي تسمى بالتكرارات المشاهدة، وأنه طبقاً لقواعد الاحتمالات فإنه يتوقع أن تحدث بتكرارات ق$_{١}$، ق$_{٢}$، ق$_{٣}$... ق$_{ن}$ والتي تسمى بالتكرارات المتوقعة كما في الشكل التالي:

| الحـــادث | $\text{هـ}_{١}$ | $\text{هـ}_{٤}$ | $\text{هـ}_{٣}$ ...... $\text{هـ}_{ن}$ |
|---|---|---|---|
| التكرار المشاهد | $\text{ش}_{١}$ | $\text{ش}_{٢}$ | $\text{ش}_{٣}$ ...... $\text{ش}_{ن}$ |
| التكرار المتوقع | $\text{ق}_{١}$ | $\text{ق}_{٢}$ | $\text{ق}_{٣}$ ...... $\text{ق}_{ن}$ |

ويتطلب إجراء اختبار «مربع كاي» توفر الشروط الأساسية الآتية:

أولاً: أن لا يقل العدد الكلي للقيم (حجم العينة) عن ٢٠.

ثانياً: أن تكون المشاهدات مستقلة عن بعضها البعض (أي لا يؤثر اختيار أحد المفردات على اختيار المفردات الأخرى).

ثالثاً: أن تكون البيانات المشاهدة في شكل قيم عددية أو تكرارات قائمة على العد في كل فئة من الفئات، ولا تكون هذه البيانات في صورة نسب مئوية على الإطلاق.

رابعاً: إذا كانت العينة تنقسم إلى فئتين فقط فيجب أن لا يقل عدد التكرارات المتوقعة لهما عن ٥ تكرارات. أما إذا زاد عدد الفئات عن فئتين فيجب أن لا يقل ١/٥ التكرارات المتوقعة، على الأكثر، عن ٥ تكرارات، ولكن يجب أن لا يقل أبداً عدد التكرارات المتوقعة لأية فئة عن تكرار واحد. فإذا لم يتحقق ذلك في العينات المقارنة فإنه يمكن إدماج فئتين أو أكثر في فئة واحدة حتى يمكن أن تتم إجراءات المقارنة بأداة مربع كاي.

ولحساب قيمة مربع كاي تستخدم الصيغة الإحصائية الآتية.

$$\text{مربع كاي } (X^2) = \frac{(\text{ش}_1 - \text{ق})^2}{\text{ق}} + \ldots\ldots + \frac{(\text{ش}_\text{ن} - \text{ق})^2}{\text{ق}}$$

حيث (ش)هي التكرارات المشاهدة، و (ق) هي التكرارات المتوقعة أو النظرية. وتتراوح قيمة مربع كاي من صفر إلى ∞ ويتوقف توزيعها على درجات الحرية، فإذا كانت النتيجة النهائية (القيمة المحسوبة) لاختبار مربع كاي أقل من نظيرتها في توزيع مربع كاي[1] في الجداول الإحصائية الخاصة به في مستوى دلالة معين ($\alpha$) فإننا نقبل فرض العدم أو بمعنى آخر أنه لا يوجد اختلافات أو فروق معنوية بين التوزيعين المشاهد (الفعلي) والمتوقع، أما إذا كانت قيمة مربع كاي المحسوبة أكبر من مثيلتها النظرية في جدول توزيع مربع كاي فإننا نرفض فرض العدم: وهذا يعني وجود فروق معنوية أو حقيقية بين التوزيعين أي أن هناك عوامل غير عامل الصدفة لها تأثير على هذه الفروق. وتقوم المقارنة بين قيمة مربع كاي المحسوبة والنظرية، على أساس درجات الحرية (ن ـ ١) حيث ن هي عدد المجموعات أو الفئات. هذا في حالة التصنيفات الأحادية أما في حالة التصنيفات الثنائية كجداول الاقتران Contingency Tables فتحسب درجات الحرية كما يلي:

(د - ١) (ص - ١) حيث د = عدد الأعمدة، ص = عدد الصفوف

**التحليل الأحادي The one- Sample Case**

يتصل هذا التصنيف بالبيانات المشاهدة التي يتم تقسيمها حسب صفة واحدة من الصفات.

**مثال**

جمعت عينة عشوائية لعدد ٦٠٠ قطعة صخرية من منطقة شاطئية، ووجد أن

---

(١) توزيع مربع كاي النظري غير منتظم، متوسطة يساوي درجات الحرية وتباينة يساوي ضعف درجات الحرية، ويقترب من التوزيع المعتدل كلما زادت درجات الحرية.

١٨٠ قطعة منها من نوع الحجر الجيري، ١٨٦ من الجرانيت والباقي ٢٣٤ من نوع الحجر الرملي. وذلك على الرغم من أن الأنواع الصخرية الثلاثة متمثلة في المنطقة بمساحات متساوية، والفرض المراد اختباره في هذه الحالة: حيث أن الأنواع الرئيسية للصخور مساحتها متساوية في المنطقة فإننا نتوقع أن يكون لكل نوع منها عدداً من القطع مماثلاً للنوع الآخر. والفرض البديل لذلك هو وجود فروق جوهرية في عدد القطع الصخرية لكل نوع من أنواع الصخور. وحيث أن أعداد القطع قد جمع في عينة واحدة فإنه ليس من الصواب أن نتوقع تساوي أعداد القطع لكل نوع، ولكن بما أن العينة عشوائية فإن أعداد القطع لا تبعد كثيراً عن التساوي من بعضها البعض، وفي هذه الحالة فإن مربع كاي يستخدم لتقدير الاحتمال القائل أن العينة قد أخذت من مجتمع تتساوى فيه أعداد القطع لكل نوع صخري مع العلم بأن مستوى الدلالة المطلوب هو ٠١ر٠ ويمكن ترتيب البيانات السابقة كما هي الحال في جدول المقارنة التالي:

جدول رقم (١٠ ـ ١): حساب مربع كاي بطريقة التحليل الأحادي

| نوع الصخر (الفئات) | عدد القطع المجموعة (التكرارات المشاهدة) ش | عدد القطع المتوقعة (ق) |
|---|---|---|
| حجر جيري | ١٨٠ | ٢٠٠ |
| جرانيت | ١٨٦ | ٢٠٠ |
| حجر رملي | ٢٣٤ | ٢٠٠ |

$$\text{مربع كاي} = \frac{(\text{ش}_{1} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}} + \frac{(\text{ش}_{\text{ن}} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}}$$

$$= \frac{(١٨٠ - ٢٠٠)^{٢}}{٢٠٠} + \frac{(٨٦ - ٢٠٠)^{٢}}{٢٠٠} + \frac{(٢٣٤ - ٢٠٠)^{٢}}{٢٠٠}$$

= ٢ + ٩٨ر + ٧٨ر٥

= ٧٦ر٨

درجات الحرية = عدد الفئات - ١ = ٣ - ١ = ٢

وبما أن قيمـة مربع كاي من التوزيـع النظري المدون في الجـداول الخاصة به تساوي ٧١ر٩ لدرجة حرية ٢ ولمستوى دلالة ٠١ر فمعنى ذلك أنه لا بد من قبول فرض العـدم القائل: أنه يتوقع جمع عدد متساوى للقطع الصخرية من كل نوع من أنواع الصخـور في المنطقة بمستـوى دلالة ١ ٪، وبنـاء عليه فإن الفـرق بين أعداد القطع في العينة هو فرق يرجع إلى الصدفة المحضة أو نتيجة خطأ المعاينة.

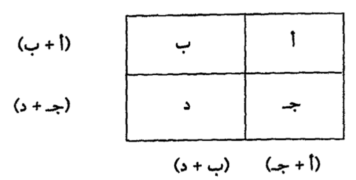
### التحليل (التصنيف) الثنائي The Two Sample Case

لاحظنا في التحليل الأحادي أن الاختبار للفرض الموضوع كان يتعلق بالفروق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة. أما في حالة التحليل الثنائي بمربع كاي فإن الفرض يتعلق باختبار الاستقلال بين صفتين أو تصنيفين أو اختبار عدم وجود علاقة بين هاتين الصفتين أو التصنيفين. ويحساب مربع كاي في حالة وجود عينتين وفئتين على النحو التالي:

$$\frac{\text{ن} \left[ (\text{أ د} - \text{ب جـ}) - \frac{\text{ن}}{٢} \right]^{٢}}{(\text{أ} + \text{ب})\ (\text{جـ} + \text{د})\ (\text{أ} + \text{جـ})\ (\text{ب} + \text{د})}$$

حيث ن = العدد الكلي لمفردات العينتين (المجموع الكلي للتكرارات)،

أ، ب، جـ، د = التكرارات لكل فئة من فئتي العينتين داخل «جدول الاقتران» كما هي الحال في الجدول التالي:



| أ | ب | (أ + ب) |
|---|---|---|
| جـ | د | (جـ + د) |
| (أ + جـ) | (ب + د) | |

وتحسب درجات الحرية لهذا الاختبار من عدد الأعمدة وعدد الصفوف في الجدول كما يلي:

(د − ١) × (ص − ١) حيث د = عدد الأعمدة، ص = عدد الصفوف

**مثال (٥)**

أخذت عينة لأسبوع واحد من سجلات إدارة مرور لمن تقدموا لامتحان قيادة السيارات فوجد أنه من بين ١٠٠ من النساء اجتاز منهن الامتحان لأول مرة ٧٥ ورسب ٢٥. وأن من بين ١٥٠ رجلاً اجتاز منهم الامتحان لأول مرة ٦٠ ورسب ٩٠، فإذا أخذت العينة السابقة على أساس أنها تمثل قطاعاً عرضيا لمجتمع المتقدمين لامتحان قيادة السيارات، فإن عدد النساء والرجال، كل على حدة، يمكن أن يعامل على أنه عينة عشوائية يهدف تحليلها بمربع كاي إلى معرفة ما إذا كانت هناك اختلافات جوهرية بين مقدرة كل من النساء والرجال على القيادة واجتيازهم اختبار القيادة في أول محاولة بمستوى ٩٥٪ وجدول الاقتران التالي يوضح بيانات هذا المثال.

**جدول رقم (١٠ ـ ٢): أعداد المتقدمين لامتحان قيادات السيارات حسب النوع ونتيجة الامتحان**

| نتيجة الامتحان / النوع | ناجح | راسب | المجموع |
|---|---|---|---|
| نساء | ٧٥ (أ) | ٢٥ (جـ) | ١٠٠ |
| رجال | ٦٠ (ب) | ٩٠ (د) | ١٥٠ |
| المجموع | ١٣٥ | ١١٥ | ٢٥٠ |

ومن جدول الاقتران السابق يمكن إيجاد قيمة مربع كاي كما يلي:

$$\text{مربع كاي} = \frac{\text{ن}\left[(\text{أ د} - \text{ب جـ}) - \frac{\text{ن}}{٢}\right]^{٢}}{(\text{أ} + \text{ب})\ (\text{جـ} + \text{د})\ (\text{أ} + \text{جـ})\ (\text{ب} + \text{د})}$$

$$= \frac{٢٥٠\left[(٧٥ \times ٩٠ - ٦٠ \times ٢٥) - \frac{٢٥٠}{٢}\right]^{٢}}{(٧٥ + ٦٠)\ (٢٥ + ٩٠)\ (٧٥ + ٢٥)\ (٦٠ + ٩٠)}$$

$$\frac{٢٥٠\ [(٦٧٥٠ - ١٥٠٠) - ١٢٥]^{٢}}{١٣٥ \times ١١٥ \times ١٠٠ \times ١٥٠}$$

$$= \frac{٢٥٠\ [٥١٢٥]^{٢}}{٢٣٢٨٧٥٠٠} = ٢٨٫١٩٦$$

وحيث أن درجات الحرية = (د - ١) × (ص - ١)
= (٢ - ١) × (٢ - ١) = ١

فإن قيمة مربع كاي من توزيعها في الجدول بدرجة حرية١ ومستوى ثقة ٩٥ر (مستوى دلالة ٠٥ر٠) هي ٣٫٨٤. وبما أن قيمة مربع كاي المحسوبة هي ٢٨ر١٩٦ أكبر من القيمة النظرية لمربع كاي فإننا نرفض فرض العدم. ومعنى ذلك أن الاختلاف في مقدرة كل من النساء والرجال في اجتياز امتحان القيادة في أول محاولة لا يرجع إطلاقاً إلى الصدفة في العينة، بل أن بيانات العينة تعكس بكل دقة الاختلاف الحقيقي والجوهري بين مقدرة النساء والرجال في مجتمع السائقين.

ومما تجدر الإشارة إليه هنا أن معادلة «مربع كاي» المستخدمة لتحليل عينة واحدة يمكن تطبيقها أيضاً في التحليل لبيانات العينتين إذا كانت العينتان تحتويان على أكثر من فئتين.

مثال (٢)

أجريت دراسة على عينة عشوائية من ١٠٠ طالب في كلية الآداب بإحدى الجامعات لبحث طريقة تصورهم أو انطباعهم الذهني لشكل المدينة التي يدرسون فيها، فجاءت نتائج الدراسة أن قسم الطلبة إلى ثلاث فئات رئيسية حسب مفهوم شكل المدينة هي: تمثيل خرائطي (على شكل خريطة)، لا يأتي إلا من طلبة يدرسوا الجغرافيا ولاختبار هذا الفرض فإن أفراد العينة قسموا إلى قسمين جغرافيين وغير جغرافيين وكان فرض العدم هو أن العينتين سحبتا من مجتمع لا يختلف فيه الانطباع الذهني بين الطلبة الجغرافيين وممن لم يدرسوا الجغرافيا. أي أن الاختلاف في المشاهدة يرجع إلى الصدفة في مستوى دلالة ٠١ر٠ ويوضح جدول المقارنة التالي البيانات المذكورة في هذا المثال:

جدول رقم (١٠ ـ ٣): التوزيع التكراري لأعداد الطلاب حسب دراساتهم العلمية

| الانطباع الذهني / الطلبة | خرائطي | وصفي | تصويري | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| طلبة درسوا الجغرافيا | ١٨ | ١٠ | ١٢ | ٤٠ |
| لم يدرسوا الجغرافيا | ٢٢ | ٢٥ | ١٣ | ٦٠ |
| المجموع | ٣٠ | ٣٥ | ٢٥ | ١٠٠ |

فإذا كانت توقعاتنا بأن نسبة عدد كل فئة يتناسب مع العددي الكلي للطلبة فمعنى ذلك أنه المفروض أن مجموع ٣٠ طالباً الذين رسموا المدينة على خريطة ينقسمون إلى ٤٠٪ من الطلبة الذين درسوا الجغرافيا (أي ١٢ طالباً) و ٦٠٪ من غير الدارسين للجغرافيا (أي ١٨ طالباً). وبالنسبة للذين وصفوا المدينة في تقرير كتابي فالمتوقع هو ١٤ طالباً لمن درس الجغرافيا (حيث أن هذا العدد يمثل ٤٠٪ من المجموع ٣٥ طالباً) و ٢١ طالباً لمن لم يدرس الجغرافيا (هذا العدد يمثل ٦٠٪ من المجموع ٣٥ طالباً). وكذلك الحال لمن أعطى المدينة شكلها بالتصوير الحي فالمتوقع هو ١٠ طلاب لمن درس الجغرافيا (حيث أن هذا العدد يمثل ٤٠٪ من المجموع ٢٥ طالبا) و ١٥ طالباً لمن لم يدرس الجغرافيا (هذا العدد يمثل ٦٠٪ من المجموع ٢٥ طالبا) أي أن القيم المتوقعة للتكرارات تحسب كما في الجدول التالي (جدول ١٠ ـ ٤):

جدول (١٠ ـ ٤) حساب التكرارات المتوقعة من البيانات المشاهدة
لعدد ١٠٠ طالب

| التصور | خرائطي | وصفي (كتابي) | تصويري | المجموع |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| طلبة درسوا الجغرافيا | $\frac{\text{٤٠} \times \text{٤٠}}{\text{١٠٠}}$ ١٦ | $\frac{\text{٣٥} \times \text{٤٠}}{\text{١٠٠}}$ ١٤ | $\frac{\text{٢٥} \times \text{٤٠}}{\text{١٠٠}}$ ١٠ | ٤٠ |
| طلبة لم يدرسوا الجغرافيا | $\frac{\text{٤٠} \times \text{٦٠}}{\text{١٠٠}}$ ٢٤ | $\frac{\text{٣٥} \times \text{٦٠}}{\text{١٠٠}}$ ٢١ | $\frac{\text{٢٥} \times \text{٦٠}}{\text{١٠٠}}$ ١٥٤ | ٦٠ |
| المجموع | ٤٠ | ٣٥ | ٢٥ | ١٠٠ |

ولاختبار فرض العدد في هذا المثال تطبق الصيغة الثالثة :

$$\text{مربع كاي} = \frac{(\text{ش}_{1} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}} + \cdots\cdots\cdots \frac{(\text{ش}_{1} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}}$$

$$\text{مربع كاي} = \frac{(\text{١٨} - \text{١٦})^{2}}{\text{١٦}} + \frac{(\text{١٠} - \text{١٤})^{2}}{\text{١٤}} + \frac{(\text{١٢} - \text{١٠})^{2}}{\text{١٠}} + \frac{(\text{٢٢} - \text{٢٤})^{2}}{\text{٢٤}}$$

$$+ \frac{(\text{٢٥} - \text{١})^{2}}{\text{٢١}} + \frac{(\text{١٣} + \text{١٥})^{2}}{\text{١٥}}$$

$$= \frac{(٢)^{٢}}{١٦} + \frac{(٤٠)^{٢}}{١٤} + \frac{(٢)^{٢}}{١٠} + \frac{(٢٠)^{٢}}{٢٤} + \frac{(٤)^{٢}}{٢١} + \frac{(-٢)^{٢}}{١٥}$$

= ٩٨٨ر٢

وحيث أن درجة الحرية = (ن ـ ١) و (ط ـ ١)

= (٣ ـ ١) (٢ ـ ١) = ٢

فإن قيمة مربع كاي من توزيعها في الجدول بدرجات حرية ٢ ومستوى دلالة ٠١ر٠ هي ٦٠ر٤. وبما أن قيمة مربع كاي المحسوبة هي ٩٨٨ر٢ فإننا نقبل فرض العدم أي أنه ليس من المحتمل أن يكون الاختلاف المشاهد في المفهوم أو الانطباع العام بشكل المدينة الذي ظهر بين بيانات العينتين من الطلبة ممثلاً لاختلاف «حقيقي» بين المعوقين في مجتمع الطلبة كله، بل هو اختلاف راجع للصدفة وحدها.

وبالمثل يمكن تطبيق صيغة معادلة مربع كاي المستخدمة لاختبار بيانات عينتين تضمان أكثر من فئتين في اختبار ثلاث عينات أو أكثر تضم ثلاث فئات أو أكثر كما هي الحال في المثال الآتي:

**مثـال (٣)**

لو فرض أننا أجرينا نفس الدراسة السابقة على عينتين من الأشخاص في مرحلتي متوسط العمر والشيخوخة بالإضافة إلى عينة الطلبة السابقة فكانت نتائج الدراسة كما هي في الجدول التالي: وأن فرض الاختبار هو أنه لا يوجد اختلاف بين مجموعـات الأعمار الثلاثة في المجتمع على تصور شكل المدينة بمستوى دلالة ٠٥ر٠.

جدول رقم (١٠ ـ ٥) التوزيع التكراري لعينتين من الأشخاص
حسب المراحل العمرية

| التصور / العينية | خرائطي | وصفي | تصويري | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| الطلبة | ٤٠ | ٣٥ | ٢٥ | ١٠٠ |
| متوسطوا العمر | ١٢ | ٧ | ٣١ | ٥٠ |
| الشيوخ | ١٠ | ١٤ | ٢٦ | ٥٠ |
| المجموع | ٦٢ | ٥٦ | ٨٢ | ٢٠٠ |

أما القيم المتوقعة للتكرارات في كل فئة فيوضحها الجدول التالي:

جدول رقم (١٠ ـ ٦) حساب التكرارات المتوقعة من البيانات المشاهدة لعدد ٢٠٠ شخص

| التصور / الفئات الأذهني | خرائطي | وصفي | تصويري |
|---|---|---|---|
| الطلبة | ١٠٠ × ٦٢ / ٢٠٠ | ١٠٠ × ٥٦ / ٢٠٠ | ١٠٠ × ٨٢ / ٢٠٠ |
| | ٣١ | ٢٨ | ٤١ |
| متوسطوا العمر | ٥٠ × ٦٢ / ٢٠٠ | ٥٠ × ٥٦ / ٢٠٠ | ٥٠ × ٨٢ / ٢٠٠ |
| | ١٥٫٥ | ١٤ | ٢٠٫٥ |
| الشيوخ | ٥٠ × ٦٢ / ٢٠٠ | ٥٠ × ٥٦ / ٢٠٠ | ٥٠ × ٨٢ / ٢٠٠ |
| | ١٥٫٥ | ١٤ | ٢٠٫٥ |
| المجموع | ٦٢ | ٥٦ | ٨٢ |

وينص فرض لعدم في هذه الحالة ينص على أنه لا توجد فروق ذهنية لتصور شكل المدينة عند ثلاث مجموعات من الأعمار في داخل المجتمع وتكون صيغة مربع كاي كما يلي: -

$$\frac{(٤٠ - ٣١)^٢}{٣١} + \frac{(٣٥ - ٢٨)^٢}{٢٨} + \frac{(٢٥ - ٤١)^٢}{٤١} + \frac{(١٢ - ١٥ر٥)^٢}{١٥ر٥}$$

$$+ \frac{(٧ - ١٤)^٢}{١٤} + \frac{(٣١ - ٢٠ر٥)^٢}{٢٠ر٥} + \frac{(١٠ - ١٥ر٥)^٢}{١٥ر٥} + \frac{(١٤ - ١٤)^٢}{١٤}$$

$$+ \frac{(٢٦ - ٢٠ر٥)^٢}{٢٠ر٥}$$

مربع كاي

$$= \frac{(٩)^٢}{٣١} + \frac{(٧)^٢}{٢٨} + \frac{(-١٦)^٢}{٤١} + \frac{(٣ر٥)^٢}{١٥ر٥} + \frac{(-٧)^٢}{١٤} + \frac{(١٠ر٥)^٢}{٢٠ر٥}$$

$$+ \frac{(٥ر٥)^٢}{١٥ر٥} + \frac{\text{صفر}}{١٤} + \frac{(٥ر٥)^٢}{٢٠ر٥}$$

= ٢ر٦١ + ١ر٧٥ + ٦ر٢٤ + ٠ر٧٨ + ٣ر٥ + ٥ر٣٨ + ١ر٩٥
+ ١ر٤٧٠٠
= ٢٣ر٦٩

وبما أن درجات الحرية (د ـ ١) (ط ـ ١)
= (٣ ـ ١) (٣ ـ ١)
= ٤

ومستوى الدلالة المطلوب ٠٥ر٠ فإن قيمة مربع كاي من التوزيع في الجدول هي ٤٩ر٠٩ وبما أن القيمة المحسوبة أكبر من هذه القيمة فإننا نرفض فرض العدم عند مستوى ٠٥ر٠ أي أننا نرفض القول بأنه لا توجد اختلافات بين المجموعات الثلاثة من الأعمار في تصويرهم المدينة. أو بمعنى آخر فإننا نقبل الفرض البديل وهو أنه يوجد اختلاف حقيقي وجوهري بين هذه المجموعات الثلاثة.

## ثانياً: اختبار كولموجوروف ـ سمير نوف Koimogorov - Smirnov Test (اختبار «د»، D-test)

يشبه هذا الاختبار اختبار مربع كاي في أنه يستخدم لقياس مدى التطابق بين توزيعين أحدهما توزيع فعلي والآخر توزيع نظري (احتمالي). ولكن يفضل اختبار كولموجوروف ـ سمير نوف على مربع كاي لأنه أسهل في التطبيق، كما أن استخدامه لا يتطلب شروطاً خاصاً مثلما يتطلب تطبيق اختبار مربع كاي. وفي كثير من الدراسات الجغرافية يتطلب التحليل الكمي للتعرف أولاً على حقيقة ما إذا كانت بيانات عينة الدراسة تنتمي مثلاً لمجتمع تتمثل فيه خصائص نوع معين من التوزيعات الاحتمالية المعروفة مثل توزيع بواسون، أو التوزيع المعتدل (الطبيعي). فلو كان لدينا بيانات عن تكرار ظاهرة ما على فترات معلومة فإنه يمكن أن نضع فرضاً إحصائياً بعشوائية حدوث أو تكرار هذه الظاهرة في تلك الفترة، ونقوم بحساب التوزيع النظري المتوقع فيما لو كانت هذه البيانات تتوزع حسب توزيع بواسون أو تتوزعا توزيعاً معتدلاً. ثم يتم اختبار هل التوزيع الفعلي لبيانات هذه الظاهرة مطابق للتوزيع النظري المتوقع بحساب قيمة «د» (أي الفرق بين احتمالات كل من التوزيعين الفعلي والمتوقع). ودرجات الحرية لقيمة «د» تساوي مجموع التكرارات الكلية لبيانات الظاهرة.

وسوف نوضح خطوات حساب قيمة «د» لاختبار كولموجوروف ـ سمير نوف لبيانات جدول التوزيع التكراري لهبوب العواصف الرعدية في كل سنة لفترة ١٠٠ سنة.

وبما أن هذه الظاهرة تعد من الظواهر النادرة الحدوث، فإن توزيعها التكراري المشاهد يتطابق، بدرجة كبيرة، مع توزيع بواسون الاحتمالي (النظري). وبحساب قيمة «د» يمكن معرفة هل الاختلاف بين الوزيع النظري أو المتوقع (توزيع بواسون) والتوزيع الفعلي أو المشاهد (الحقيقي) يرجع إلى الصدفة أم هو اختلاف حقيقي. وخطوات حساب قيمة «د» موضحة بالجدول رقم (١٠ ـ ٧).

**جدول رقم (١٠ ـ ٧): التوزيع الفعلي (المشاهد) لهبوب العواصف الرعدية في فترة ١٠٠ سنة والتوزيع النظري (بواسون) لها**

| عدد العواصف في كل سنة | عدد السنوات التي يتكرر فيها العواصف | الاحتمال | | الاحتمال المتجمع | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | المشاهد | بواسون | المشاهد | بواسون | الفرق (د) |
| صفر | ٣٠ | ٠,٣٠ | ٠,١٣ | ٠,٣٠ | ٠,١٣ | ٠,١٧ |
| ١ | ٢٥ | ٠,٢٥ | ٠,٢٦ | ٠,٥٥ | ٠,٣٩ | ٠,١٦ |
| ٢ | ١٥ | ٠,١٥ | ٠,٢٧ | ٠,٧٠ | ٠,٦٦ | ٠,٠٤ |
| ٣ | ١٢ | ٠,١٢ | ٠,١٩ | ٠,٨٢ | ٠,٨٥ | ٠,٠٣ |
| ٤ | ٥ | ٠,٠٥ | ٠,١٠ | ٠,٨٧ | ٠,٩٥ | ٠,٠٨ |
| ٥ | ٦ | ٠,٠٦ | ٠,٠٤ | ٠,٩٣ | ٠,٩٩ | ٠,٠٦ |
| ٦ | ٢ | ٠,٠٢ | ٠,٠١ | ٠,٩٥ | ١,٠٠ | ٠,٠٥ |
| ٧ | ١ | ٠,٠١ | ٠,٠ | ٠,٩٦ | ١,٠٠ | ٠,٠٤ |
| ٨ | ٠ | ٠,٠ | ٠,٠ | ٠,٩٦ | ١,٠٠ | ٠,٠٤ |
| ٩ | ٠ | ٠,٠ | ٠,٠ | ٠,٩٦ | ١,٠٠ | ٠,٠٤ |
| ١٠ | ٤ | ٠,٠٤ | ٠,٠ | ١,٠٠ | ١,٠٠ | ٠,٠٠ |
| المجموع | ١٠٠ | ١,٠٠ | ١,٠٠ | | | |

ويلاحظ من الجدول السابق أننا قمنا بحساب الاحتمال المشاهد للتوزيع وذلك بتحول التكرارات المطلقة إلى احتمالات أو تكرارات نسبية عن طريق قسمة كل تكرار من التكرارات التي تحدث بها العواصف على المجموع الكلي لعدد العواصف. ولاختبار فرض عشوائية التوزيع، فإننا نقارن هذا التوزيع الاجتمالي المشاهد بالتوزيع النظري أو توزيع بواسون الاحتمالي الذي يناسب مثل هذه الحالة من المقارنة والتي تفترض أن حدوث العواص الرعدية يتكرر عشوائياً في الفترة الزمنية (١٠٠ سنة) قيد الفحص. وتجري المقارنة لمعرفة مدى تطابق أو اقتراب الاحتمالات المشاهدة من الاحتمالات النظرية باختبار جودة التوفيق Goodness of fit بينهما. وفي هذا المجال يمكن استخدام أو تطبيق اختبار كولوموجورف ـ سمير نوف لأداء هذه المهمة.

وعند مقارنة توزيعين احتماليين بواسطة اختبار كولموجوروف ـ سمير نوف فإنه يجب تحويلهما إلى توزيعات احتمالية متجمعة Cumulative Propability distributions. ويكـون فرض العدم لاختبـار جودة التوفيق هو أن بيانات العينة التي ينتج عنها توزيعاً احتمالياً فعلياً (مشاهداً) تكون لعينة مسحوبة من مجتمع يمتكل توزيعاً نظرياً خاصاً يشابه، في هذه الحالة، توزيع بواسون الاحتمالي. وتحسب إحصائية الاختبار «د» على أساس أنها عبارة عن أقصى فرق (اختلاف) مطلق بين الاحتمال المتجمع لكل من التوزيعيين الفعلي (المشاهد) والنظري. ومن الجدول السابق نجد أن أقصى فرق (أو قيمة إحصائية الاختبار «د») هو ١٧, ٠.

وحيث أن قيمة «د» المحُسوبة (١٧, ٠) أكبر من القيمة النظرية (١٤, ٠) من الجدول الخاص بها (انظر ملحق الجداول الإحصائية في نهاية الكتاب) بدرجات الحرية ١٠٠ (مجموع التكرارات) وفي مستوى دلالة ٠٥, فإننا نرفض فرض العدم عند مستوى الدلالة المعلوم. ويعنى هذا أن هناك احتمال أقل ٠٥, (أو في ٥ حالات في كل ١٠٠ حالة) أن تمثل بيانات العينة توزيعاً له خصائص توزيع بواسون الاحتمالي. وتكون النتيجة النهائية بالنسبة للباحث للجغرافي هي أن التوزيع

التكراري الفعلي لحدوث العواصف الرعدية لا يمكن أن يكون توزيعاً عشوائياً أو أن احتمال أن يكون كذلك ضعيف للغاية.

## ثالثاً: اختبار مان ـ هويتني
## The Mann-Whitney Test
## (اختبار «ى» U-test)

يعتبر اختبار مان ـ هويتني من أبسط الأساليب الكمية غير البارامترية التي تبحث في مقارنة مجموعتين من بيانات المعاينة لبيان ما إذا كانت هاتان المجموعتان مسحوبتين من مجتمعين مختلفين ولهما نفس المتوسط الحسابي أم مسحوبتين من مجتمع واحد، وهو بذلك يعد اختبار بديل لاختبار ستيودنت ـ ت. ولا يشترط اختبار مان ـ هويتني، مثله في ذلك مثل بقية الأساليب غير البارامترية الأخرى، أن يكون توزيع البيانات لكل عينة توزيعاً متماثلاً (معتدلاً)، كما لا يرتبط تطبيقية بنوع معين من أنواع البيانات ولكن يفضل استخدامه إذا كانت البيانات من نوع البيانات الترتيبية Ordinal الثنائية (المزدوجة) والمتساوية وغير المتساوية في عدد مفرداتها.

ويستخدم اختبار مان ـ هويتني (ى) لاختبار دلالة الفرق بين وسيطي عينتين أو اختبار فرض العدم القائل بأن العينتين مسحوبتان من مجتمع واحد وبالتالي يجب أن لا يكون هناك اختلافاً جوهرياً أو حقيقياً بين بيانات العينتين، وأن أي اختلاف بينهما إنما يرجع الصدفة. وتحسب قيمة الاختبار (ى) من المعادلتين الآتيتين معاً:

$$\text{١ ـ (ى)} \quad = \text{ن}_{١} \times \text{ن}_{٢} + \frac{\text{ن}_{١}\,(\text{ن}_{١} + ١)}{٢} - \text{مجـ ت}_{١}$$

$$٢ - (ى) \quad = ن_١ \times ن_٢ + \frac{ن_٢ (ن_٢ + ١)}{٢} - مجـ ت_١$$

حيث $ن_١$ هي حجم العينة الأول، $ن_٢$ هي حجم العينة الثانية، $مجـ ت_١$ هي مجموع الرتب للعينة الثانية.

وتوزيع مان ـ هويتني غير منتظم ويقترب من التوزيع المعتدل كلما زادت أحجام العينات، لذلك في الحالات التي يزداد فيها حجم العينات فإنه يمكن استخدام توزيع (ز) جداول المساحات تحت المنحنى المعتدل ـ للاستدلال على الفرض الموضوع للاختبار.

وسنوضح في الأمثلة التالية خطوات حساب الفرق بين بيانات عينتين بواسطة اختبار مان ـ هويتني (ى).

مثـــال

لدارسة نسبة الأمية في دولة ما أخذت عدة قياسات في منطقتين فكانت نسبة الأمية في كل منها كما يلي:

المنطقة الأولى: ١٥,٢ ١٠,٧ ٨,٦ ٩,٣ ١٢,٤ ١١,١

المنطقة الثانية: ٨,٤ ٩,٣ ٨,٧ ١٠,٢ ١٠,٠

وفرض العدم في هذه الحالة هو أن نسبة الأمية في المنطقة الأولى أكبر من أو تساوي مثيلتها في المنطقة الثانية بمستوى دلالة ٠,٠٥ ولاختبار الفرض السابق بحسب قيمة (ى) وذلك بافتراض أن صفة نسبة الأمية لا تتوزع توزيعاً معتدلاً، كما أن كل عينة مستقلة عن الأخرى وكلا العينتين أخذت بطريقة عشوائية. وخطوات الحساب موضحة في الجدول التالي:

جدول رقم (١٠ ـ ٨) حساب قيمة (ى) من بيانات عينتين
لنسبة الأمية في دولة

| العينة الأولى | الرتبة | العينة الثانية | الرتبة |
| --- | --- | --- | --- |
| ١٥,٢ | ١١ | ٨,٤ | ١ |
| ١٠,٧ | ٨ | ٩,٣ | ٤,٥ |
| ٨,٦ | ٢ | ٨,٧ | ٣ |
| ٩,٣ | ٤,٥ | ١٠,٢ | ٧ |
| ١٢,٤ | ١٠ | ١٠,٠ | ٦ |
| ١١,١ | ٩ | | |
| مجـ | ٤٤,٥ | | ٢١,٥ |
| ن١ = ٦ | | ن٢ = ٥ | |

من الجدول السابق يتضح أننا قمنا بترتيب جميع المفردات للعينتين في ترتيب واحد، كما يلاحظ أننا أعطينا رتبة موحدة للمفردات المتساوية القيمة فمثلاً المفردة ٩,٣ تكررت مرتين في البيانات، وبما أن موضعها يحتل الرتبة الرابعة والخامسة بين الترتيب الكلي، فإننا أعطينا لها الترتيب ٤,٥ (أي (٤+٥) ÷ ٢). وبالمثل إذا كان لدينا ثلاث مفردات متطابقة في قيمها تحتل مواقعها الرتبة الخامسة والسادسة والسابعة فإننا نعطي لكل منها الرتبة ٦ (أي (٥+٦+٧) ÷ ٣)، وهكذا. ولاختبار الفرق بين العينتين في نسبة الأمية في الدولة نحسب قيمة (ى) باستخدام كل من المعادلتين السابقتين على النحو التالي:

(ى) = ٦ × ٥ + $\frac{\text{٦ (٦ + ١)}}{\text{٢}}$ − ٤٤,٥ = ٣٠ + ٢١ − ٤٤,٥

= ٥١ − ٤٤,٥ = ٦,٥

$$(ى) = ٦ \times ٥ + \frac{٥ (٥ - ١)}{٢} - ٢١,٥ = ٣٠ + ١٥ - ٢١,٥$$

= ٤٥ − ٢١,٥ = ٢٣,٥

ولاختبار معنوية قيمة (ى) نحتاج دائماً إلى أصغر قيمة من قمتي (ى) المحسوبتين من المعادلتين السابقتين. ولتسهيل عملية الحساب فإنه يمكن الحصول على قيمة (ى) من أية معادلة من المعادلتين ومنها يمكن الحصول على القيمة الأخرى وذلك لأن مجموع القيمتين لا بد وأن يساوي حاصل ضرب حجم العينة الأولى في حجم العينة الثانية ($ن_١ \times ن_٢$). ففي المثال $ن_١ \times ن_٢ = ٣٠$، فإذا كانت قيمة (ى) الأولى تساوي ٦,٥ فإن قيمة (ى) الأخرى تساوي ٢٣,٥ (أي ٢٠ − ٦,٥).

ونظراً لأن الفرض البديل في هذه الحالة محدد الاتجاه فإننا نختار اختبار المعنوية من طرف واحد One-tailed test لقبول أو رفض فرض العدم بمستوى الدلالة المطلوب. وتكون النتيجة أنه تبعاً لأن قيمة(ى) الصغرى المحسوبة وهي ٦,٥ أكبر من قيمة (ى) النظرية التي تساوي ٥ عند مستوى الدلالة ٠٥,٠ لاختبار الطرف الواحد وعندما تكون $ن_١ = ٦$، $ن_٢ = ٥$ (انظر ملحق الجداول الإحسائية) فإننا نقبل فرض العدم، أي أن نسبة الأمية في المنطقة الأولى تساوي أو أكبر «جوهرياً» من مثيلتها في المنطقة الثانية.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن اختبار الدلالة (المعنوية) الخاص باختبار مان ـ هوتيني (ى)، دون معظم اختبارات الدلالة الأخرى، يرفض فيه فرض العدم الموضوع للاختبار عند مستوى دلالة معين إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة أقل من أو تساوي قيمة (ى) النظرية (القيمة الحرجة U-Critical Value).

## رابعاً: اختبار ويلكوكسون

**Wilcoxon Test**

**(اختبار « ت »)**

يعد اختبار ويلكوكسون من أبسط أساليب المقارنة الإحصائية غير الباراميترية التي يمكن استخدامها لاختبار دلالة الفروق (الاختلافات) بين رتب أزواج القيم (المفردات) المتماثلة للمتغير موضع الاختبار. ويتطلب الاختبار إذن أن تكون البيانات الأصلية من نوع بيانات الفترة ولكن جدولتها تكون على شكل رتب، كما يعتمد مستوى الدلالة (المعنوية) المستخدم لرفض فرض العدم لهذا الاختبار على اتجاه ومقدار الاختلاف بين الرتب لكل زوج من أزواج القيم المتماثلة (أي عندما تكون إحدى القيم (أ) أكبر من القيمة الأخرى (ب) أو العكس). كما يشترط عند استخدام اختبار ويلكوكسون لأزواج المفردات المتماثلة في العدد أن تكون مفردات كل زوج متجانسة وتخصص إحدى المفردات من كل زوج للعينة الأولى بينما تخصص المفردة الأخرى للعينة الثانية.

ولا يقتصر تطبيق اختبار ويلكوكسون على الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً (ن < ٣٠) فحسب، بل أنه يستخدم كذلك في الحالات التي يكون فيها حجم العينة كبيراً (ن > ٣٠)، ولا يختلف عملية الاختبار في الحالتين إلا في الخطوات الحسابية الأخيرة. ويتلخص الاختبار في كل حالة في اعتبار الفروق بين رتبتي كل زوج من القيم عينة عشوائية من مجتمع تمثل جميع الفروق الممكنة، واختبار هل العينتان مأخوذتان من مجتمع واحد أم من مجتمعين لهما نفس المتوسط الحسابي أو مسحوبتان من مجتمعين مختلفين.

ولتوضيح طريقة مقارنة بيانات العينات الصغيرة الحجم (ن < ٣٠) نذكر المثال التالي:

**مثـــال**

لمقارنة سكان المباني على جانبي أحد الشوارع في مدينة ما أخذت القياسات الموضحة في الجدول التالي (جدول رقم ١٠ ـ ٩). والمطلوب هو اختبار ما إذا كان الفرق بين متوسطي عدد السكان لجانبي الشارع يمثل فرقاً جوهرياً (حقيقياً) أو أنه فرق يرجع إلى الصدفة المطلقة نتيجة خطأ المعاينة. وبعبارة أخرى فإن فرض العدم المطلوب اختباره هو أن عدد السكان لا يختلف على جانبي الشارع في مقابل الفرض البديل أن عدد السكان يختلف ويتنوع على جانبي الشارع من منزل لآخر وذلك بمستوى دلالة ٠,٠٥.

**جدول رقم (١٠ ـ ٩) طريقة حساب اختبار ويلكوكسون من بيانات أعداد السكان (شخص) على جانبي أحد الشوارع**

| الجانب الأيمن للشارع (أ) | الجانب الأيسر للشارع (ب) | الفرق \|أ ـ ب\| | رتب الفرق | الرتب الخاصة | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | أ > ب | أ < ب |
| ١٠ | ١١ | ١ | ١ | | ١ |
| ٧ | ٧ | صفر | تحذف من الترتيب لأن أ = ب | | |
| ٩ | ١٣ | ٤ | ٦ | | ٦ |
| ١٠ | ٨ | ٢ | ٢,٥ | ٢,٥ | |
| ١٥ | ١٢ | ٣ | ٤,٥ | ٤,٥ | |
| ٨ | ١٠ | ٢ | ٢,٥ | | ٢,٥ |
| ٩ | ١٥ | ٦ | ٧ | | ٧ |
| المجموع | | | | $ر_{1}$ = ٧ | $ر_{2}$ = ٢١ |

١ ـ الفروض: $H_0$: متوسط عدد السكان في الجانب الأيمن للشارع = متوسط عدد السكان في الجانب الأيسر للشارع.

$H_1$: متوسط عدد السكان في الجانب الأيمن للشارع = عدد السكان في الجانب الأيسر للشارع.

٢ ـ مستوى المعنوية ($\alpha$) = ٠,٠٥ والاختبار في هذه الحالة من طرفين تبعاً لافتراض تساوي المتوسطين، ولعدم تحديد أي من الجانبين أكثر سكاناً من الآخر. وبذلك إذا كان احتمال حدوث هذه البيانات بالصدفة تحت شروط الاختبار أقل من ١ : ٢٠ فإن نرفض فرض العدم، أي أن الفرضية تكون في هذه الحالة غير صحيحة.

٣ ـ بعد حساب الفرق بين أزواج القيم (مع إهمال الإشارة) تعطي الفروق رتباً تختلف حسب مقدار الفرق. ويعطي للفروق المتساوية متوسط الرتب الطبيعية لهذه الفروق. فمثلاً الفروق ٢، ٢ رتبتهما على الترتيب هما٢، ٣ ومتوسطهما هو ٢,٥، وبالمثل الفروق ٣، ٣ رتبتهما على الترتيب هما ٤، ٥ وتكون الرتبة المتوسطة لهما هي ٤,٥. ثم نفصل بين ترتيب (رتب) الفروق المحسوبة بين العينتين الأولى (أ) و (ب)، أي عندما تكون قيم العينة الأولى أكبر من القيم في العينة الثانية (ب)، والعكس عندما تكون قيم العينة الثانية (ب) أكبر من العينة الأولى (أ). ويكون أقل مجموع لهذه الرتب هو القيمة المختبرة، والتي يرمز لها بالرمز ( ت )، وذلك على أساس أنه إذا كان مجموع الرتب لكل من ر١، ر٢ متساوياً (أي أن ر١ − ر٢ = صفر) فإن فرض العدم يكون صحيحاً طالما أن الفرق بين أزواج القيم يتوزع عشوائياً بين القطاعات التي تكون فيها مفردات العينة (أ) أكبر من مفردات العينة (ب) وبالمثل عندما تكون (ب) أكبر من (أ). أما إذا كان الفرق بين كل من ر١، ر٢ أكبر من الصفر فإن ذلك يتخذ دليلاً كلنا دل ذلك على عدم صحة فرض العدم. وحيث أن مجموع الرتب الخاصة (ر١ + ر٢) يكون ثابتاً لعينة حجمها (ن) فإن هذا المجموع يمكن وضعه في الصيغة التالية:

٢/١ ن (ن + ١)

وبذلك فإنه كلما زاد الفرق بين $ر_١$، $ر_٢$ كلما قلت القيمة الصغرى لهما وكلما دل ذلك على عدم صحة لرض العدم وبالتالي يمكن رفضه.

٤ ـ منطقة الرفض: بالرجوع إلى جدول اختبار ويلكوكسون (راجع ملحق الجداول الإحصائية) والتي تتضمن القيم الحرجة ( ت ) للعينات المختلفة الحجم: من ن=٦ حتى ن=٢٥ (إذ لا يمكن تطبيق اختبار ويلكوكسون على العينات ذات الحجم أقل من ٦ أزواج من المفردات) يمكن استخراج القيمة الحرجة التي نقارن بها القيمة المحسوبة ( ت ). وحيث أن مستوى الدلالة المطلوب هو ٠٥,٠، وأن الفرض البديل غير محدد الاتجاه فإن الاختبار للمثال بين أيدينا من نوع الاختبار من الطرفين. وطبقاً للأسس الموضوعة سابقاً فإذا كانت قيمة ( ت ) المحسوبة أقل من القيمة الحرجة المناظرة لها بالنسبة لحجم العينة قيد الاختبار فإننا نرفض فرض العدم ونستنتج أن الفرق بين العينتين هو فرق جوهري أو حقيقي عند مستوى الدلالة ٠٥,٠.

٥ ـ الاستنتاج: وبما أن القيمة الحرجة لهذا المثال هي ٢ عند ن = ٧ (بعد أن أسقطنا من حسابنا أحد أزواج القيم من الحجم الأصلي للعينة لعدم وجود فرق بين قيمتيه) والقيمة المحسوبة ( ت ) هي ٧، فإن بيانات العينة لا تقدم دليلاً كافياً لرفض فرض العدم. أو بعبارة أخرى أنه تحت شروط الاختبار نجد أن قيمة ( ت ) المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة بمستوى معنوية ٠٥,٠، وبالتالي نقبل فرض العدم ونستنتج أن هذا الفرق يرجع إلى الصدفة المطلقة. ويعني قبولنا لفرض العدم في هذه الحالة أنه لا توجد اختلافات جوهرية بين أعداد السكان على جانبي هذا الشارع.

وفي حالة العينات الكبيرة (ن ≥ ٣٠) يصمم اختبار ويلكوكسون بنفس الطريقة التي اتبعناها سابقاً لاختبار الفروض التي تتعلق بالمقارنة بين المتوسطات لعينات صغيرة أقل من ٣٠ من أزواج القيم المتماثلة في العدد، فيما عدا أن

الاستنتاج (أي قرار قبول أو رفض فرض العدم) في هذه الحالة يختلف قليلاً عن مثيلة للعينات الصغيرة على أساس أن الفرق بين الرتب يدخل في الاعتبار عند تقرير ما إذا كان صغر قيمة ( ت ) كافياً لتأكيد رفض فرض العدم. ونظراً لأن جدول القيم الحرجة لاختبار ويلكوكسون لا يشتمل على قيم حرجة لمجموع الفرق بين أكثر من ٢٥ زوجاً من قيم العينات، فإنه في حالة العينات الكبيرة يؤول توزيع القيمة ( ت ) تحت شروط الاختبار إلى الطرف الأيسر لمنحنى التوزيع المعتدل الذي متوسطه الحسابي يساوي نصف المجموع الكلي للرتب [أي يساوي ١/٤ ن (ن + ١)]، وانحرافه المعياري يساوي:

$$\sqrt{\frac{[\text{ن} \,(\text{ن} + ١)\,(٢\,\text{ن} + ١)]}{٢٤}}$$

وبالتالي فإن احتمال (ح) بأن تكون القيمة ( ت ) ـ تحت شروط الاختبار وفرض العدم ـ أقل من أو تساوي القيمة المحسوبة يمكن الحصول عليه بواسطة:

١ ـ تحويل الإحصائية ( ت ) إلى قيمة معيارية من قيم الإحصائية (ز) Z-Seore: عن طريق إيجاد الفرق بينهما وبين متوسط توزيع المعاينة وقسمة هذا الفرق على الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة، أي أن:

$$\text{ز} = \frac{\text{ت} - ١/٤\ \text{ن}\,(\text{ن} + ١)}{\sqrt{\frac{[\text{ن}\,(\text{ن} + ١)\,(٢\,\text{ن} + ١)]}{٢٤}}}$$

ب ـ إيجاد قيمة الاحتمال (ح) المقابلة للقيمة المحسوبة من جداول التوزيع المعتدل المعياري حسب نوع الاختبار (من طرف واحد أو من طرفين)، فإذا كانت قيمة الاحتمال المحسوبة أقل من قيمة احتمال مستوى الدلالة ($\alpha$) فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل، والعكس إذا كان احتمال القيمة المعيارية أكبر

من احتمال مستوى الدلالة ($\alpha$) فإن فرض العدم لا يمكن رفضه.

ولتوضيح استخدام اختبار ويلكوكسون في حالة العينات الكبيرة نذكر المثالي التالي:

**مثــال:**

الجدول رقم (١٠ ـ ١٠) يشتمل على بيانات لأعداد القوى العاملة (بالمئات) بمجموعة من القرى في عامي ١٩٧٠، ١٩٧٦. والمطلوب عن طريق استخدام اختبار ويلكوكسون تحديد احتمال أن مثل هذا الفرق الكبير بين مفردات العينتين، كما يبدو في الجدول، يمكن حدوثه حتى إذا كانت مجتمعاتهما النظرية متشابهة ومتساوية في معالمها.

(أ = العمالة في ١٩٧٠، ب = العمالة في ١٩٧٦

وتكون خطوات الاختبار كما يلي:

١ ـ $H_0$: لا يوجد اختلاف بين أعداد القوى العاملة لعامي ١٩٧٠ و ١٩٧٦.

$H_1$: يوجد اختلاف بين أعداد القوى العاملة لعامي ١٩٧٠ و ١٩٧٦.

٢ ـ مستوى الدلالة (المعنوية) $\alpha$ = ٠٥,

٣ ـ باتباع نفس الإجراءات السابقة لاختبار العينات الصغيرة نحسب قيمة ( ت ) من واقع البيانات المشاهدة، وهي لهذا المثال، تساوي ٨٥,٥.

٤ ـ منطقة الرفض: تحول قيمة ( ت ) المحسوبة إلى قيمة معيارية من قيم (ز) المعيارية كما يلي:

$$(\text{أ})\quad \text{ز} = \frac{\text{ت} - ١/٤\ \text{ن}\,(\text{ن} + ١)}{\sqrt{\dfrac{\text{ن}\,(\text{ن} + ١)\,(٢\,\text{ن} + ١)}{٢٤}}}$$

جدول رقم (١٣ ـ ١٠): أعداد القوى العاملة (بالمئات) في مجموعة من القرى لعامي ١٩٧٠ ـ ١٩٧٦

| أ | ب | \|أ ـ ب\| | رتب الفرق | الرتب الخاصة | | أ | ب | \|أ ـ ب\| | رتب الفرق | الرتب الخاصة | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | أ > ب | أ < ب | | | | | أ > ب | أ < ب |
| ٨٦ | ١٠٢ | ١٦ | ١٣ | | ١٣ | ٩٧ | ١٢٨ | ٣١ | ٢٢,٥ | | ٢٢,٥ |
| ٦٤ | ٩٢ | ٢٨ | ٢٠,٥ | | ٢٠,٥ | ٣٠ | ٤٠ | ١٠ | ٧ | | ٧ |
| ٥٨ | ٥٩ | ١ | ١ | | ١ | ٩٢ | ١٢٣ | ٣١ | ٢٢,٥ | | ٢٢,٥ |
| ٧٣ | ٩٨ | ٢٥ | ١٨ | | ١٨ | ٩٨ | ١٥٥ | ٥٧ | ٢٩ | | ٢٩ |
| ٢٥ | ٣٠ | ٥ | ١,٥ | | ٢,٥ | ٣٤ | ٢٦ | ٨ | ٦ | ٦ | |
| ٦٨ | ٨٨ | ٢٠ | ١٦ | | ١٦ | ٢٥ | ٨٧ | ٦٢ | ٢٠ | | ٣٠ |
| ٨٥ | ١٢٣ | ٣٨ | ٢٦ | | ٢٦ | ٦٧ | ٥٠ | ١٧ | ١٤ | ١٤ | |
| ٥٩ | ٨٠ | ٢١ | ١٧ | | ١٧ | ٧٠ | ٥٢ | ١٨ | ١٥ | ١٥ | |
| ١١٥ | ١١٠ | ٥ | ٣,٥ | ٢,٥ | | ١١٣ | ٨٦ | ٢٧ | ١٩ | ١٩ | |
| ٣٦ | ٨٤ | ٤٨ | ٢٨ | | ٢٨ | ٦٠ | ٧٤ | ١٤ | ١٠,٥ | | ١٠,٥ |
| ٥٥ | ٤٠ | ١٥ | ١٢ | ١٢ | | ٦٦ | ١٠١ | ٣٥ | ٢٥ | | ٣٥ |
| ٦٩ | ٦٥ | ٤ | ٢ | ٢ | | ٨٩ | ١٣٢ | ٤٣ | ٢٧ | | ٢٧ |
| ٣٥ | ٤٦ | ١١ | ٨ | | ٨ | ٥٧ | ٤٥ | ١٢ | ٩ | ٩ | |
| ٧٨ | ١١٢ | ٣٤ | ٢٤ | | ٢٤ | ٤٣ | ٧٢ | ٢٨ | ٢٠,٥ | | ٢٠,٥ |
| ٧٦ | ٦٩ | ٧ | ٥ | ٥ | ٨ | ٢٢ | ١٤ | ١٠,٥ | | ١٠,٥ | |
| المجموع | | | | | | | | | | =٨٥,٥ | |

$$= \frac{٨٥,٥ - ١/٤ \times ٢٠ \times ٢١}{\sqrt{\frac{[٣٠ \times ٣١ \times ٦١]}{٢٤}}} = \frac{١٤٧}{٤٩} = ٣$$

(ب) نرجع إلى جداول التوزيع المعتدل المعياري للحصول على قيمة (ز) النظرية. ونظراً لأن الفرض البديل غير محدد الاتجاه فإن الاختبار يكون من طرفين، وبالتالي فإن الاحتمال المقابل للقيمة المحسوبة (ز = ٣) هو ٠٠٣, .

٥ ـ الاستنتاج: تحت شروط الاختبار نجد أن احتمال قيمة (ز) المحسوبة من القيمة ( ن ) وهو ٠٠٣, وأقل بكثير من مستوى الرفض ٠٥, لذا لا يمكن أن يرجع هذا الفرق للصدفة المطلقة، ونرفض فرض العدم القائل بأنه لا يوجد فرق معنوي بين إعداد القوى العاملة في عام ١٩٧٠ و ١٩٧٦، أي أن البيانات تمثل اختلافاً حقيقاً في عدد القوى العاملة بين السنتين. وأكثر ما يمكن تفسيره جغرافياً من هذا المثال هو أنه قد يوضح أن الاختلاف في أعداد القوى العاملة في العينتين (١٩٧٠، ١٩٧٦) قد يرجع إلى عامل زيادة الحركة في مجتمع القوى العاملة أو عامل انتشار الصناعة في المناطق الريفية أو إلى العاملين معاً. ولكن لا يمكن تأكيد هذه العوامل إلا عن طريق البحث المستفيض والدراسة التفصيلية وذلك لأن الأساليب الكمية كما نعلم، تشير كثيراً من التساؤلات أكثر من الإجابة عليها.

## خامساً: اختبار كروسكال ـ واليس

## The Kruskal - Wallis Test

## (اختبار «هـ» H-test)

يستخدم اختبار كروسكال ـ واليس في حالة المقارنة وبيان مدى التجانس أو الاختلاف بين ثلاث عينات أو أكثر ومدى صلتها بالمجتمع الأصلس الذي تمثله.

ولذا فإنه يعتبر اختباراً يصلح كبديل لتحليل التباين، طالما أنه لا يشترط، مثل غيره من أساليب المقارنة غير البارامترية، أن يكون توزيع مفردات أو قيم العينات متصفاً بصفة الاعتدالية، بل يتطلب فقط أن تكون البيانات من نوع البيانات الترتيبية (الرتب). وعلى الرغم من بساطة الاختبار وسهولة حسابه إلا أنه كأداة التحليل لم يحظ بالاهتمام والاستخدام، حتى وقت قريب، في مجال البحث الجغرافي.

ويعتمد تحليل الاختلافات بين العينات باختبار «هـ» على فرض العدم القائل بأن العينات قد أخذت من مجتمعات لها توزيعات متطابقة، وأن أي اختلاف فيما بينها إنما يرجع إلى الصدفة المطلقة التي تتضمنها عملية المعاينة العشوائية. ويكون الفرض البديل المقابل لفرض العدم في هذه الحالة هو أن الاختلاف بين العينات يعكس الاختلافات بين توزيع المجتمعات التي سحبت منها. ويمكن اختبار الإحصائية «هـ» بحسابها من المعادلة الآتية:

$$\text{هـ} = \frac{12}{\text{ى}(\text{ى}+1)} \times \text{مجـ}\frac{\text{ر}^2}{\text{ن}} - 3(\text{ى}+1)$$

حيث ى هي المجموع الكلي للمفردات في كل العينات، ر هي مجموع الرتب لكل عينة، ن هي عدد المفردات في كل عينة على حدة، مجـ $\frac{\text{ر}^2}{\text{ن}}$ هو المجموع الكلي لمربعات مجموع الرتب المقسومة على عدد مفردات كل عينة على حدة. وهناك جداول محسوبة (راجع ملحق الجداول الإحصائية) لقيم «هـ» باحتمالات مختلفة لعينات ثلاث فقط بكل منها عدد من المفردات يتراوح بين مفردة واحدة وخمس مفردات. أما إذا زاد عدد المفردات عن خمس مفردات فإن قيمة «هـ» يكون لها توزيع احتمالي يتطابق مع التوزيع الاحتمالي لمربع كاي، بدرجات الحرية (ט ـ ١) حيث ט هي عدد العينات. ولذا لا يقتصر تطبيق اختبار «هـ» على العينات الصغيرة فقط ولكن يمكن أيضاً استخدامه لتحليل بيانات

العينات الكبيرة. ونقصد بالعينات الصغيرة في هذا المقام بأنها العينات التي لا يزيد عددها عن ثلاث عينات بكل منها عدد من المفردات (أو القياسات «ن») لا يزيد عن ٥ مفردات.

والمثال التالي يوضح خطوات حساب الاختبار للعينات الصغيرة (ك = ٣، ن < ٥).

مثال (٢)

الجدول التالي (جدول رقم: ١٠ - ١١) يوضح أعداد المرضى في ثلاث مصحات.

جدول رقم (١٠ ـ ١١) أعداد المرضى في ثلاث مصحات

| المصحة الأولى | | المصحة الثانية | | المصحة الثالثة | |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد المرضى | الرتبة | عدد المرضى | الرتبة | عدد المرضى | الرتبة |
| ١٧ | ١ | ٢١ | ٥ | ٣٠ | ١٢ |
| ٢٠ | ٤ | ١٨ | ٢ | ٦ | ١٠ |
| ١٩ | ٣ | ٢٥ | ٩ | ٢٢ | ٦ |
| ٢٤ | ٨ | ٢٨ | ١١ | | |
| ٢٣ | ٧ | ٠٠ | ٠٠ | | |
| المجموع $ن_1$ = ٥<br>$ر_1$ = ٢٣ | | $ن_2$ = ٤<br>$ر_2$ = ٢٧ | | $ن_3$ = ٣<br>$ر_3$ = ٢٨ | |

١ ـ الفروض: $H_0$: لا يوجد اختلاف بين أعداد المرضى في المصحات الثلاث، أو بعبارة أخرى أن هناك احتمالاً كبيراً أن ترجع الاختلافات المشاهدة في أعداد المرضى بين العينات الثلاث إلى الصدفة.

$H_1$: أن الاختلافات في عدد المرضى بين العينات تعكس الاختلافات بين مستوى المصحات أخذت نمها هذه العينات، أي أنها اختلافات جوهرية حقيقية لا ترجع إلى الصدفة.

٢ ـ مستوى الدلالة ($\alpha$) = ٠٥,٠.

٣ ـ يمكن وضع الاختبار على الصورة الآتية:

$$\text{هـ} = \frac{١٢}{\text{ن}\,(\text{ن} + ١)} \times \text{مجـ}^{\text{ن}}\ \frac{\text{ر}^{٢}}{\text{ن}} - ٣\,(\text{ن} + ١)$$

٤ ـ هذه القيمة لها توزيع احتمالي هـ حسب عدد المفردات في كل عينة، أي: $\text{ن}_{١} = ٥$، $\text{ن}_{٢} = ٤$، $\text{ن}_{٣} = ٢$.

٥ ـ منطقة الرفض: على أساس الشروط السابقة من (١) إلى (٢) نجد أن القيمة الحرجة لاختبار «هـ» التي تحدد الرفض هي ٥,٦٣١ ونقبل فرض العدم اذا كانت قيمة «هـ» المحسوبة أقل من ٥,٦٣١ أو لتكون قيمة هـ المحسوبة لها دلالة إحصائية لا بد أن تساوي أو تزيد عن القيمة النظرية المقابلة لها.

٦ ـ حساب قيمة «هـ» من واقع البيانات المشاهدة، حيث:

$\text{ر}_{١} = ٢٣$ $\quad$ $\text{ر}_{٢} = ١٧$ $\quad$ $\text{ر}_{٣} = ٢٨$ $\quad$ $\text{ن} = ١٢$

$\text{ن}_{١} = ٥$ $\quad$ $\text{ن}_{٢} = ٤$ $\quad$ $\text{ن}_{٣} = ٣$ $\quad$ $\text{ن} = ٣$

$$\text{«هـ»} = \frac{١٢}{١٢\,(١٢ + ١)} \times \left( \frac{(٢٣)^{٢}}{٥} + \frac{(٢٧)^{٢}}{٤} + \frac{(٢٨)^{٢}}{٣} \right) - ٣\,(١٢ + ١)$$

$$= ٣٩ - (٢٦١,٣٣ + ١٨٢,٢٥ + ١٠٥,٨٠) \times ,٠٧٦٩$$

$$= ٣٩ - (٥٤٩,٣٨٣٣ \times ,٠٧٦٩)$$

$$= ٣,٢٤٧$$

٧ ـ الاستنتاج قيمة «هـ» المحسوبة من البيانات المشاهدة تقل عن القيمة الحرجة (٥,٦٣١)، ولذلك لا يمكن رفض فرض العدم القائل بأنه لا يوجد فرق جوهري بين أعداد المرضى من المصحات الثلاث وذلك بمستوى دلالة ٠,٠٥.

ويتبع نفس الأسلوب السابق عند تحليل بيانات العينات الكبيرة ( ن ≥ ٣، ن > ) كما يتضح من المثالين التاليين.

**المثال:**

الجدول التالي (جدول رقم ١٣ ـ ١٢) يشتمل على بيانات لعينة من الزوار لثلاث من الحدائق العامة في أحد الأيام ممثلة في المسافات (بالكيلو مترات) التي قطعها زوار كل حديقة. والمطلوب اختبار فرض العدم القائل بأن العينات الثلاث للزوار تمثل مجتمعاً واحد للزوار أو مجتمعات متطابقة في مقابل الفرض البديل القائل بأن هذه العينات تمثل مجتمعات مختلفة من الزوار وذلك بمستوى دلالة ٠,٠٥.

جدول رقم (١٣ ـ ١٢) طريقة حساب اختبار «هـ» للمسافات (بالكيلومتر)
التي قطعتها ثلاث عينات من الزوار لثلاث من الحدائق العامة

| الحديقة ( أ ) | | الحديقة (ب) | | الحديقة (جـ) | |
|---|---|---|---|---|---|
| المسافة | الرتبة | المسافة | الرتبة | المسافة | الرتبة |
| ٢٣ | ٧ | ١ | ٣ | ١١٠ | ١٨ |
| ١٥ | ٤ | ٧ | ٥ | ٤ | ١٦ |
| ٤٢ | ١٢ | ٣١ | ١١ | ٨٥ | ١٧ |
| ٨ | ١ | ٢٧ | ٩,٥ | ٤٥ | ١٣ |
| ١٠ | ٢ | ٦٣ | ١٤ | ٦٤ | ١٥ |
| ١٨ | ٦ | ٢٧ | ٩,٥ | ٧٥ | ٨ |
| ن١ = ٦<br>ر١ = ٢٢ | | نب = ٦<br>ر٢ = ٥٢ | | نجـ = ٦<br>ر٣ = ٨٧ | |

(١) الفروض $H_0$ لا يوجد اختلاف بين المسافات للعينات الثلاث، أو بعبارة أخرى أن هذه العينات تمثل نفس المجتمع أو أنها تمثل ثلاث مجتمعات لها نفس المعالم.

$H_1$: أن الفرق بين المسافات في العينات ثلاث هو فرق جوهري، أي أنها تمثل مجتمعات مختلفة.

(٢) مستوى الدلالة $\alpha$ = ٠٥,٠

(٣) يمكن وضع الاختبار في الصورة الإحصائية.

$$\text{هـ} = \frac{١٢}{\text{ك}(\text{ك}+١)} \times \text{مجـ}^{\text{ك}} \frac{\text{ر}^{٢}}{\text{ن}} - ٣(\text{ك}+١)$$

(٤) حيث أن: عدد العينات = ٣، وعدد المفردات (القياسات) في كل عينة أكثر من ٥ مفردات فإن قيمة «هـ» لها توزيع احتمالي يتطابق مع توزيع مربع كاي بدرجات حرية ك − ١ حيث ب١ ك عي عدد العينات. ودرحات الحرية لهذا المثال = ٣ − ١ = ٢.

(٥) منطقة الرفض: على أساس ما سبق نجد أن قيمة «هـ» الحرجة التي تحدد منطقة الرفض من جدول توزيع مربع كاي هي ٥,٩٩ بدرجات الحرية ٢ ونرفض $H_0$ فقط عندما تكون قيمة «هـ» المحسوبة من البيانات المشاهدة أكبر من أو تساوي القيمة ٥,٩٩.

(٦) حساب قيمة «هـ» من واقع البيانات المشاهدة: ويتم ذلك عن طريق ترتيب البيانات للعينات الثلاث مجتمعة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً (من الأقل إلى الأعلى أو من الأعلى إلى الأقل) أي إعطاء كل مفردة من المفردات رتبة خاصة بها، وفي حالة تطابق بعض المفردات يعطي لكل منها رتبة تساوي متوسط رتب هذه المفردات، فمثلاً المفردة ٢٧ تكررت مرتين وأعطيت لها الرتبة ٩,٥ بدلاً من الرتبتين ٩, ١٠ (أي ٩ + ١٠ ÷ ٢ = ٩,٥). وبعد إتمام عملية ترتيب المفردات تجمع رتب مفردات كل عينة على حدة، ثم يربع مجموع رتب كل عينة ويقسم على عدد مفرداتها وأخيراً يجمع خارج عمليات القسمة للعينات فتحصل على مجموع متوسطات مربعات الرتب للعينات.

$$\text{«هـ»} = \frac{١٢}{١٨ \times ١٩} \times \left( \frac{(٣٢)^{٢}}{٥} + \frac{(٥٢)^{٢}}{٤} + \frac{(٨٧)^{٢}}{٣} \right) - ٣ \times ١٩$$

$$= ,٠٣٥ \times (١٧٠,٦٦ + ٤٥٠,٦٦ + ١٢٦١,٥) - ٥٧$$

= ٥٧ − (١٨٨٢,٨٢ × ,٠٣٥)
= ٨,٩٠

(٧) الاستنتاج: قيمة «هـ» المحسوبة من البيانات المشاهدة أكبر من مثيلتها النظرية (٥,٩٩) بدرجات الحسوبة ٢ وذلك نرفض فرض العدم القائل بأنه لا توجد فروق جوهرية بين المسافات (بالكيلو متر) التي قطعها زوار الحدائق الثلاث، ونستنتج أن هناك فروقاً جوهرية بين العينات الثلاث من المسافات مما يدل على أن هذه العينات تمثل اختلافات حقيقة بين المجتمعات التي أتى منها الزوار، وذلك بمستوى دلالة ٠,٠٥.

وكما لاحظنا في المثال (٢)، الأخير، أن به عدد من الرتب المتكافئة (المتساوية) Tied ranks، وفي مثل هذه الحالات لا بد من تصحيح قيمة «هـ» المحسوبة حتى لا تتأثر النتائج المترتبة عليها. ويتم تصحيح قيمة «هـ» المحسوبة بقسمتها على عامل التصحيح التالي:

$$\text{عامل تصحيح قيمة هـ} = ١ - \frac{\text{مجـ}(ك^{٣} - ك)}{ن^{٣} - ن}$$

حيث ك هي عدد المفردات ذات الرتب المتكافئة بين مفردات كل عينة على حدة، ن هي العدد الكلي للمفردات في كل العينات.

وبتطبيق عامل التصحيح السابق على قيمة «هـ» المحسوبة في المثال (٢) نجد أنه في هذا المثال يوجد مفرداتان فقط متساويتان في الرتبة وبذلك فإن عامل التصحيح في هذه الحالة يساوي:

$$١ - \frac{[(٢)^{٣} - ٢]}{(١٨)^{٣} - ١٨} = ١ - \frac{٦}{٥٨١٤} = ٠,٩٩٩$$

وتصبح قيمة «هـ» (٨,٩٠) المصححة:

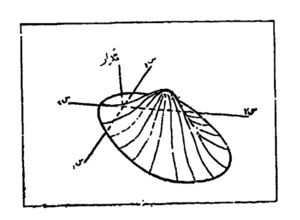
$$\text{«هـ» المصححة} = \frac{٨,٩٠}{,٩٩٩} = ٨,٩١$$

ويلاحظ أن تأثير عامل التصحيح على قيمة «هـ» في المثال صغيراً جداً ويكون ذلك صحيحاً حتى إذا وجد عدد كبير من املفردات المتكافئة في رتبتها بين المفردات الكلية للعينات. والغرض الأساسي من عامل التصحيح هو جعل قيمة «هـ» أكبر من القيمة المحسوبة لها مما يزيد من فرصة رفض فرض العدم. أو بعبارة أخرى إذا أهملنا عامل التصحيح السابق، وبصفة خاصة إذا كان ترتيب البيانات ينتج عنه أن ٢٥٪ أو أكثر من المفردات تأخذ رتباً متكافئة، فإن نتيجة اختبار «هـ» تصبح مضللة ويجب معالجتها إحصائياً بكل الحذر والحيطة، أما إذا قل كثيراً عدد الرتب المتساوية بين المفردات فإن تأثير عامل التصحيح يصبح بسيطاً جداً، كما لاحظنا، وبالتالي يمكن إهماله.

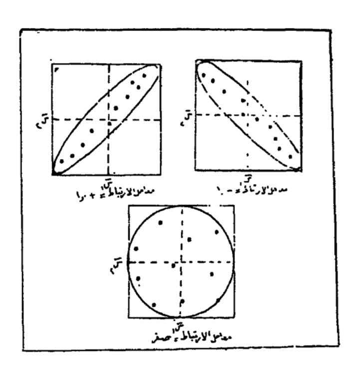
# الفصل الحادي عشر
# تحليل الارتباط
## Correlation Analysis

سبق القول بأن الأسلوب الكمي الحديث يساعد الباحث الاجتماعي والجغرافي على الوصول إلى أهدافه العلمية بوسائل أكثر دقة من الأسلوب الوصفي التقليدي. ومن هنا نجد أن الاجتماعيين والجغرافيين الآن يهتمون بتطبيق أسلوباً كمياً معيناً ـ هو تحليل الارتباط ـ على بيانات الظواهر (المتغيرات) الاجتماعية والجعرافية لكي يعرفوا به إن كان ثمة علاقة أو ارتباط بين ظاهرتين معينتين ولتحديد ما إذا كانت هذه العلاقة تعود إلى تلازم بين الظاهرتين أو إلى اختلافات ترجع إلى الصدفة المطلقة نتيجة خطأ المعاينة. ونقصد بتحليل الارتباط أنه الأسلوب الذي يقيس درجة الترابط بين ظاهرتين (متغيرين) إذا كانت العلاقة بينهما علاقة ليست دالية (أي أن التغير في أحد الظاهرتين لا يسبب التغير في الظاهرة الثانية). ومن أمثلة الارتباط ـ أو ما يعرف أحياناً بالتلازم ـ العلاقة بين ارتفاع المستوى الصحي في المجتمع ووفيات الأطفال الرضع، والعلاقة بين الارتفاع عن سطح البحر ودرجة الحرارة فإن أي تغير في أحدهما لا يسبب تغيراً في الآخر.

ويشترط عند تحليل الارتباط أن يتبع توزيع كل متغير من المتغيرين التوزيع المعتدل، أما توزيع المتغيرين معاً فإنه يشترط أن يتبع توزيع Bivariate Normal Distribution (شكل رقم ١١ ـ ١ :، الذي يشبه الناقوس حيث تمثل قاعدته المتغيرين وارتفاعه يمثل التكرار لكلا المتغيرين، وذلك حتى يمكن تطبيق



**شكل رقم (١١ ـ ١): التوزيع المعتدل للمتغيرين**
**$س_1$ ، $س_2$ معاً Biveriate Normal Distribution**




**شكل رقم (١١ ـ ٢): قوة الارتباط بين المتغيرين $س_1$، $س_2$**
**كما يوضحها شكل انتشار المفردات لكل منهما**

الأساليب البارامبرتية الخاصة بقياس درجة الارتباط بين المتغيرين. بينما إذا كان توزيع أحد المتغيرين، أو كلاهما، لا يتبع التوزيع المعتدل فإنه يمكن تطبيق أساليب أخرى غير بارامبترية لقياس درجة الارتباط بين المتغيرين. ويلاحظ من الشكل رقم (١١ ـ ١) أن أي قطع عمودي على المستوى الذي يمثل المتغير الأول (س$_1$) ينتج عنه منحنى معتدل يمثل توزيعاً للمتغير الثاني (س$_2$) والعكس صحيح. أما إذا كان القطع موازياً للمستويين س$_1$، س$_2$ فإن ذلك يعطي شكل قطع ناقص Ellips يمكن اعتباره دليلاً على نوع وقوة الارتباط (العلاقة) بين المتغيرين (شكل رقم: ١١ ـ ٢). فإذا كان القطع الناتج يأخذ اتجاهاً معيناً فإن ذلك يدل على نوع الارتباط: فإما يكون الارتباط موجب (أي علاقة طردية)؛ أي أن تزايد قيم أحد المتغيرين يصحبه تزايد في قيم المتغير الآخر والعكس ـ وهناك متغيرات كثيرة تتبع هذا النوع من الارتباط نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر: تزايد الأمطار والإنتاج الزراعي في المناطق الجافة وشبه الجافة؛ بمعنى أن أي تزايد في الأمطار يصحبه تزايد في إنتاج المحاصيل، شدة انحدار السفوح والتعرية؛ إذ أنه كلما زادت درجة الانحدار زادت شدة التعرية، زيادة سرعة المياه في الأنهار وكمية الرواسب المحمولة، والكفاءة الإنتاجية للعمال والإنتاج الصناعي؛ فكلما تحسنت الكفاءة الإنتاجية كلما زاد الإنتاج وكلما ضعفت الكفاءة قل الإنتاج. وإما أن يكون الارتباط سالب (علاقة عكسية)؛ أي أن تزايد قيم أحد المتغيرين يصحبه انخفاض في قيم المتغير الآخر. ومن أمثلة هذا النوع من العلاقة العكسية كثافة السكان والبعد عن وسط المدينة، كذلك أسعار الأراضي والبعد عن قلب المدينة التجاري ـ فالواضح أن تزايد المسافة بالبعد عن وسط المدينة وقلبها التجاري يرتبط به تغير عكسي في كثافة السكان وأسعار الأراضي، أي أن الكثافة وأسعار الأراضي تقل كلما تزايد طول المسافة عن وسط المدينة. وإما أن يكون الارتباط معدوم؛ أي أنه ليس هناك علاقة أو ارتباط (موجب أو سالب) بين المتغيرين. ومن أمثلة ذلك البعد عن وسط المدينة وكمية الإنتتاج الصناعي، أو البعد عن قلب المدينة التجاري وسرعة المياه في المجاري النهرية.

وكما يدل اتجاه القطع الناقص ـ الذي ينتج عن قطع توزيع المتغيرين معاً قطعاً موازياً للسطحين س$_1$، س$_2$ في الشكل رقم (١١ ـ ١) على نوع الارتباط أو العلاقة، يدل شكل القطع الناقص نفسه على قوة الارتباط أو العلاقة. فإذا كان شكل القطع الناقص ضيق ومحدود، أي أن بيانات المتغيرين تقع في مجال انتشار متقارب أو على امتداد خط مستقيم، فهذا يدل على أن هناك علاقة قوة بين المتغيرين. أما إذا كان شكل القطع متسعاً بعض الشيء بحيث تظهر البيانات متباعدة تباعداً طفيفياً ولكن حول خط مستقيم، دل ذلك على وجود علاقة ضعيفة. أما في حالة إذا كان شكل القطع دائري، أي أن هناك تباعداً كبيراً بين البيانات بحيث يتعذر وقوعها على امتداد خط مستقيم، فإن ذلك يدل عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو يدل على استقلال كل منهما عن الآخر.

ومما تجدر الإشارة إليه بشأن العلاقات الارتباطية واتجاهها بين المتغيرات، أنه في حالة إثبات وجود علاقة قوية أياً كان نوعها بين متغيرين، أو بعبارة أخرى أنه لو تعرفنا خلال الاختبار بإن العلاقة بين متغيرين لا تعود إلى الصدفة فإن هذا لا يعني بأن هناك علاقة سببية بينهما، ذلك لأن وجود الارتباط لا يعني بالضرورة وجود علاقة سببية (علاقة تبعية مباشرة) بين المتغيرين، بل أن كل ما يكشف عنه (الإختبار) هو أن المتغيرين متلازمان تلازماً شديداً، مما يتيح الفرصة ويفسح المجال بعد ذلك للبحث عن العلاقة الحقيقية الواقتة بينهما. ولكن إذا كانت هناك علاقة سببية بين المتغيرين فلا بد أن يكون هناك ترابط بينهما. فمثلاً عند حساب الارتباط بين متوسط مخصول القمح ودرجة الإصابة بدودة ورق القطن وجد أن هناك ارتباطاً قوياً بينهما، ولكن من الصعب تفسير هذه العلاقة من الناحية المنطقية إذ لا يوجد سبب واحد بين هذين المتغيرين يؤدي إلى وجود هذه العلاقة، ولكن هذا الارتباط (العلاقة) الزائف سببه أن الظروف المناخية الملائمة للنمو نبات القمح أثناء فصل الشتاء تؤثر على أعداد دودة ورق القطن. كذلك قد يكون هناك ارتباط قوي بين عدد الكتب المنشورة في كل سنة وعدد مباريات كرة القدم في كل سنة، مثل هذا الارتباط يشار إليه بأنه ارتباط لا معنى له أو ارتباط زائف. ومن هنا

يمكن القول أن الترابط ليس شرطاً للعلاقة السببية ولكن السببية شرط للترابط.

## مقاييس الارتباط Measures of Correlation

يمكن أن نحدد بصورة وصفية مدى جودة وصف العلاقة أو الارتباط بين المتغيرات بملاحظة الشكل البياني الذي يوضح مجال انتشار قيم المتغيرين في نظام الإحداثيات المتعامدة، وهو الشكل الذي يعرف باسم «شكل الانتشار». ولكن يمكن معرفة مدى جودة تعبير خط مستقيم عن العلاقة بين المتغيرات عن طريق حساب معامل الارتباط Correlation Coefficient. والذي وعلى أساسه يستخلص الباحث الاجتماعي والجغرافي النتائج ويتخذ القرارات الخاصة بتوضيح العلاقات بين المتغيرات (الطبيعية أو البشرية) الجغرافية.

## حساب معامل الارتباط

يستخدم مصطلح «معامل الارتباط» ليعني الارتباط الخطي (أو العلاقة الخطية) بين متغيرين، وهو لذلك يستخدم ـ كمقياس إحصائي ـ لتحديد نوع العلاقة وقوتها بين المتغيرات. وتتراوح قيمة معامل الارتباط المحسوبة بين (- ١,٠)، (+ ١,٠). حيث تشير القيمة (- ١,٠) إلى وجود حالة ارتباط سالب أو عكسي تام Negative (Inverse) Correlation، أما (+ ١) فترمز إلى وجود علاقة ارتباط طردية أو موجبة تامة. Positive (Direct) Correlation والقيمتان تدلان على أن جميع القيم الممثلة للعلاقة بين المتغيرين تقع على خط مستقيم. وكلما أخذت القيم تنحرف عن الخط المستقيم كلما قلت قيمة معامل الارتباط عن القيمتين السابقتين بحكم ضعف العلاقة بين قيم المتغيرين، حتى إذا وصلت إلى درجة الصفر دل ذلك انعدام العلاقة الارتباطية. وإذا كانت الإشارات (+، -) تشير إلى نوع الارتباط الخطي، فإن قيمة معامل الارتباط لا تمييز لها أي أنها لا تعتمد على وحدات القياس المستخدمة. وينبغي أن نؤكد هنا، مرة أخرى، على أن معامل

الارتباط يقيس مدى جودة توفيق الصيغة الإحصائية المفترضة للبيانات، أو بعبارة أخرى أن قيمة معامل الارتباط المحسوبة بين متغيرين تقيس فقط درجة العلاقة بينهما بالنسبة إلى نوع الصيغة الإحصائية المستخدمة.

وهناك صيغ مختلفة لحساب قيمة معامل الارتباط (يرمز له بالرمز «ر») بين متغيرين، إلا أن الصيغة التالية يفضلها كثير من الإحصائيين لأنها تعتمد على القيم الأصلية للمتغيرين ($س_1$، $س_2$).

$$ر = \frac{ن\ مجـ\ س_1\ س_2 - (مجـ\ س_1)\ (مجـ\ س_2)}{\sqrt{[ن\ مجـ\ س_1^2 - (مجـ\ س_1)^2 \times ن\ مجـ\ س٢ - (مجـ\ س_2)^2]}} \quad (١١-١)$$

حيث ن هي عد أزواج القيم للمتغيرين معاً.

وسنوضح كيفية حساب معامل الارتباط باستخدام هذه الصيغة من المثال التالي:

**مثال (١)**

لدراسة العلاقة بين عدد ساعات العمل وكمية الإنتاج في أحد المصانع في منطقة ما، أخذت عينة مكونة من ستة أيام عمل وسجلت بياناتها فكانت كما يلي:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد ساعات العمل | ١٠ | ١٥ | ١٨ | ٢٠ | ٢٤ | ٢٨ |
| كمية الإنتاج (ألف طن) | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |

والمطلوب حساب مقدار الارتباط بين هاتين الظاهرتين:

لتسهيل عملية الحساب يتم ترتيب البيانات في الجدول التالي:

## جدول رقم (١١ ـ ١): حساب الارتباط بين عدد ساعات العمل وكمية الإنتاج

| عدد ساعات العمل | كمية الإنتاج (ألف طن) | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\text{س}_{١}$ | $\text{س}_{٢}$ | $\text{س}_{١}^{٢}$ | $\text{س}_{٢}^{٢}$ | $\text{س}_{١}\,\text{س}_{٢}$ |
| ١٠ | ٢ | ١٠٠ | ٤ | ٢٠ |
| ١٥ | ٣ | ٢٢٥ | ٩ | ٤٥ |
| ١٨ | ٤ | ٣٢٤ | ١٦ | ٧٢ |
| ٢٠ | ٤ | ٥٧٦ | ٢٥ | ١٢٠ |
| ٢٨ | ٦ | ٧٨٤ | ٣٦ | ١٦٨ |
| ١١٥ | ٢٤ | ٢٤٠٩ | ١٠٦ | ٥٠٥ |

$$\text{معامل الارتباط}(\text{ر}) = \frac{\text{ن مجـ س}_{١}\,\text{س}_{٢} - (\text{مجـ س}_{٢})}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}_{٢١} - (\text{مجـ س}_{١})^{٢} \times \text{م مجـ س}_{٢}^{٢} - (\text{مجـ س}_{٢})^{٢}]}}$$

وحيث ن = ٦ فإن:

$$\text{ر} = \frac{٦ \times ٥٠٥ - (١١٥ \times ٢٤)}{\sqrt{[٦ \times ٢٤٠٩ - (١١٥)^{٢} \times (٦ \times ١٠٦) - (٢٤)^{٢}]}}$$

$$\text{ر} = \frac{٣٠٣٠ - ٢٧٦٠}{\sqrt{(١٤٤٥٤ - ١٣٢٢٥)\,(٦٣٦ - ٥٧٦)}}$$

$$\text{ر} = \frac{٢٧٠}{\sqrt{١٢٢٩ \times ٦٠}} = \frac{٢٧٠}{\sqrt{٧٣٧٤٠}}$$

$$ر = \frac{٢٧٠}{٢٧١ر٦} = + ٠ر٩٩٤١$$

أي أن معامل الارتباط هو + ٩٩٤١ر قريب جداً من قيمة الارتباط التام (+ ١) مما يدل على أن معامل الارتباط قوي جداً. ويمكن أن نستنتج من ذلك أن هناك علاقة وثيقة أو شديدة بين عدد ساعات العمل والإنتاج. ويلاحظ هنا أن العلاقة موجبة (علاقة طردية) أي أنه عندما تزداد ساعات العمل يزيد الإنتاج والعكس صحيح.

**مثـال (٢)**

في دراسة لبيان العلاقة بين كثافة السكان والبعد عن قلب المدينة التجاري، قام باحث جغرافي بقياس المسافة من قلب المدينة (بالكيلومتر) وحساب كثافة السكان في الكيلومتر المربع من قلب المدينة حتى خارجها فكانت البيانات التي حصل عليها كما يلي:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المسافة من قلب المدينة (كم) | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| الكثافة (ألف شخص/كم$^{٢}$) | ١٠ | ٦ | ٨ | ٦ | ٥ | ٣ | ٣ | ٢ |

ولحساب معامل الارتباط بين هذين المتغيرين ترتب البيانات كما في الجدول التالي:

جدول رقم (١١ ـ ٢): حساب العلاقة بين كثافة السكان والمسافة من قلب المدينة

| المسافة ($س_١$) | الكثافة ($س_٢$) | $س_١^٢$ | $س_٢^٢$ | $س_١ س_٢$ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ١٠ | ١ | ١٠٠ | ١٠ |
| ٢ | ٦ | ٤ | ٣٦ | ١٢ |
| ٣ | ٨ | ٩ | ٦٤ | ٢٤ |
| ٤ | ٦ | ١٧ | ٣٦ | ٢٤ |
| ٦ | ٣ | ٢٦ | ٩ | ١٨ |
| ٧ | ٣ | ٤٩ | ٩ | ٢١ |
| ٨ | ٢ | ٦٤ | ٤ | ١٦ |
| المجموع ٣٦ | ٤٣ | ٢٠٤ | ٢٨٣ | ١٥٠ |

وبتطبيق معادلة معامل الارتباط السابقة (حيث ن= ٨) نحصل على قيمة المعامل وهي:

$$ر = \frac{٨ \times ١٥٠ - ٣٦ \times ٤٣}{\sqrt{[٨ \times ٢٠٤ - (٣٦)^٢ \times (٨ \times ٢٨٣) - (٤٣)^٢]}}$$

$$= \frac{-٣٤٨}{\sqrt{٣٣٦ \times ٤١٥}} = \frac{-٣٤٨}{\sqrt{١٣٩٤٤٠}}$$

$$= \frac{-٣٤٨}{٣٧٣ر٤٢} = -\,٩٣١٩ر$$

يتضح من نتيجة المعادلة أن هناك علاقة ارتباط قوية بين المسافة من قلب

المدينة وكثافة السكان، ولكنها علاقة عكسية (سالبة)، أي أنه عندما تزداد المسافة من قلب المدينة تقل كثافة السكان في الكيلومتر المربع تبعاً لذلك.

**معامل الارتباط ضرب العزوم Product Moment Correlation Coefficient**

يعتبر معامل ارتباط ضرب العزوم أو ما يعرف باسم معامل ارتباط بيرسون Pearson Correiation Coefficient من أقوى الأساليب الإحصائية البارامترية (المعلمية) التي تقيس العلاقة بين متغيرين (ظاهرتين) يشترط في بياناتها أن تكون من بيانات الفترة Intervally-Scaled.

وعلى الرغم من أن صيغة بيرسون لحساب معامل الارتباط تعتبر كشفاً علمياً له أهمية كبيرة ـ لتحديد نوع ودرجة العلاقة بين المتغيرات ـ في ميدان العلوم الطبيعية والبشرية، إلا أنها تحتاج إلى عمليات حسابية متعددة ودقيقة مما قد يؤدي إلى ارتكاب بعض الأخطاء التي قد تؤثر كثيراً على النتائج النهائية للدراسة. ولكن بفضل استخدام أجهزة الحاسبات الآلية Computers فقد أصحت العمليات الحسابية لهذه الصيغة تتم بسهولة ويسر وبدون الوقوع في أخطاء، مما أدى إلى أنها أصبحت تستخدم بكثرة في البحوث الجغرافية.

وتعتمد أساساً صيغة بيرسون لمعامل الارتباط للعينة على حساب انحرافات قيم المتغيرات عن متوسطاتها الحسابية. وتكتب الصيغة بالشكل التالي:

$$\text{ر}_{\text{ب}} = \frac{\frac{1}{\text{ن}}\left[\text{مجـ}(\text{س}_1 - \bar{\text{س}}) \times (\text{س}_2 - \bar{\text{س}}_2)\right]}{\sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{س}_1 - \bar{\text{س}}_1)^2}{\text{ن}} \times \frac{\text{مجـ}(\text{س}_2 - \bar{\text{س}}_2)^2}{\text{ن}}}} \quad .. \quad (١١ـ٢)$$

وحساب معامل الارتباط بهذه الصيغة يكون صعباً، خاصة إذا كانت قيمة المتوسط الحسابي تحتوي على كسور عشرية ما قد يؤدي إلى تعقيد العمليات

الحسابية وبالتالي يزيد من احتمالات الخطأ في النتيجة النهائية، لذلك فقد اشتقت عدة صيغ أخرى تكتب على النحو التالي:

$$ر = \frac{مجـ س_١ س_٢ - ن \bar{س}_١ \bar{س}_٢}{\sqrt{(مجـ س_١^٢ - ن \bar{س}_١^٢)\ (مجـ س_٢^٢ - ن \bar{س}_٢^٢)}} \quad (١١ - ٣)$$

أو

$$ر = \frac{\frac{مجـ س_١ س_٢}{ن} - \bar{س}_١ \bar{س}_٢}{\sqrt{\frac{مجـ س_١^٢}{ن} - \bar{س}_١^٢} \times \sqrt{\frac{مجـ س_٢^٢}{ن} - \bar{س}_٢^٢}}$$

.................................. (١٤ - ٤)

ويلاحظ أن حساب معامل الارتباط من المعادلات السابقة يتطلب: حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغيرين ($س_١$، $س_٢$)، ومجموع معامل ضرب كل من المتغيرين ($س_١$، $س_٢$).

وهناك صيغة أخرى لحساب معامل الارتباط تعرف بالطريقة المختصرة التي تستفيد من الخصائص الحسابية لمعامل الارتباط والتي يمكن أن تقلل إلى حد كبير من العمليات الحسابية والوقوع في الخطأ، هذه الخصائص هي: أن قيمة معامل الارتباط لا تتغير إذا قسمنا أو ضربنا جميع قيم المتغير الأول على أو في عدد ثابت، أو إذا قسمنا أو ضربنا جميع قيم المتغير الثاني على أو في أي عدد ثابت آخر. كما أن قيمة معامل الارتباط لا تتغير إذا أضفنا أو طرحنا أي عدد ثابت إلى أو من جميع قيم المتغير الأول، أو إذا أضفنا أو طرحنا أي عدد ثابت آخر إلى أو من جميع المتغير الثاني. وتكتب صيغة بيرسون المختصرة لتسهيل حساب معامل الارتباط على النحو التالي:

$$ر_ب = \frac{\frac{1}{ن}(مجـ ح_{س_1} \times ح_{س_2}) - \bar{ح}_{س_1} \times \bar{ح}_{س_2}}{\sqrt{\frac{مجـ ح^2_{س_1}}{ن} - \bar{ح}^2_{س_1}} \times \sqrt{\frac{مجـ ح^2_{س_2}}{ن} - \bar{ح}^2_{س_2}}} \quad (١٤ـ٥)$$

حيث ح هي انحراف قيم كل من المتغيرين عن المتوسط الحسابي كل منهما، $\bar{ح}$ هي متوسط الانحراف لقيم كل من المتغيرين عن المتوسط الحسابي لكل منهما، ن هي عدد أزواج المفردات للمتغيرين معاً.

ولحساب قيمة معامل الارتباط (ر) بواسطة الصيغ السابقة نأخذ الأمثلة الآتية:

**مثـال (٢)**

البيانات التالية تمثل نسبة الأمية في محافظات مصر ما عدا المحافظات الصحراوية (بين السكان ١٠ سنوات فأكثر) ونسبة الأطفال أقل من الثانية عشرة إلى جملة السكان سنة ١٩٧٦ والمطلوب حساب معامل الارتباط بين هذين المتغيرين.

ولتسهيل حساب معامل ارتباط بيرسون يتم ترتيب البيانات كما في الجدول التالي:

جدول رقم: (١١ ـ ٣) الأمية ونسبة الأطفال (دون ١٢ سنة) في المحافظات المصرية (ما عدا المحافظات الصحراوية) سنة ١٩٧٦

| المحافظة | الأمية٪ | الأطفال٪ | المحافظة | الأمية٪ | الأطفال٪ |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ ـ القاهرة | ٣٤ر٦ | ٢٧ر٣ | ١٢ ـ القليوبية | ٥٣ر٧ | ٣٣ر٥ |
| ٢ ـ الإسكندرية | ٣٧ر٤ | ٢٧ر٧ | ١٣ ـ القليوبية | ٦٦ر٢ | ٣٢ر٧ |
| ٣ ـ دمياط | ٤٩ر٤ | ٣٢ر٧ | ١٤ ـ الجيزة | ٥٣ر٥ | ٣٢ر٦ |
| ٤ ـ بورسعيد | ٣٥ر٩ | ٢٤ر٥ | ١٥ ـ الفيوم | ٨٣ر٦ | ٣٥ر٢ |
| ٥ ـ الإسماعيلية | ٥٠ر٨ | ٢٢ر١ | ١٦ ـ بني سويف | ٦٨ر٤ | ٣٣ر٢ |
| ٦ ـ السويسى | ٤٤ر٤ | ٣٠ر٠ | ١٧ ـ المنيا | ٧٠ر٩ | ٣١ر٠ |
| ٧ ـ كفر الشيخ | ٧٠ر١ | ٣٣ر٣ | ١٨ ـ أسيوط | ٦٨ر٥ | ٣٣ر٦ |
| ٨ ـ الدقهلية | ٥٦ر٣ | ٣١ر٩ | ١٩ ـ سوهاج | ٧٢ر٨ | ٣٣ر١ |
| ٩ ـ الشرقية | ٦٢ر٦ | ٣٣ر٤ | ٢٠ ـ قنا | ٧١ر٢ | ٣٢ر٥ |
| ٠ ـ الغربية | ٥٤ر٩ | ٣٠ر٤ | ٢١ ـ أسوان | ٥٦ر٠ | ٣٢ر٩ |
| ١١ ـ المنوفية | ٥٩ر٩ | ٣١ر٦ | | | |
| | | | الجملة | ١٢٠٨ر١ | ٦٦٨ر٢ |

جدول رقم (١١ ـ ٤) طريقة حساب معامل بيرسون للارتباط

| مسلسل | الأمية٪ (س) | الأطفال (ص) | (س − س) | (ص − ص) | (ص − س)٢ | (ص − ص)٢ | (س − س) (ص − ص) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٦ر٣٤ | ٣ر٢٧ | − ٩ر٢٢ | − ٥ر٤ | ٤١ر٥٢٤ | ٢٥ر٢٠ | + ٠٥ر١٠٣ |
| ٢ | ٤ر٣٧ | ٧ر٢٧ | − ١ر٢٠ | − ١ر٤ | ٠١ر٤٠٤ | ٨١ر١٦ | + ٤١ر٨٢ |
| ٣ | ٤ر٤٩ | ٧ر٣٢ | − ١ر٨ | + ٩ر٠ | ٦١ر٦٥ | ٨١ر٠ | − ٢٩ر٧ |
| ٤ | ٩ر٣٥ | ٥ر٢٤ | − ٦ر٢١ | − ٣ر٧ | ٥٦ر٤٦٦ | ٢٩ر٥٣ | + ٦٨ر١٥٧ |
| ٥ | ٨ر٥٠ | ١ر٢٢ | − ٧ر٦ | + ٣ر٠ | ٨٩ر٤٤ | ٠٩ر٠ | − ٠١ر٢ |
| ٦ | ٤ر٤٤ | ٠ر٣٠ | − ١ر١٣ | − ٨ر١ | ٦١ر١٧١ | ٢٤ر٣ | + ٥٨ر٢٣ |
| ٧ | ١ر٧٠ | ٣ر٣٣ | + ١٢٦ | + ٥ر١ | ٧٦ر١٥٨ | ٢٥ر٢ | + ٩ر١٨ |
| ٨ | ٣ر٥٦ | ٣١ز٩ | − ٣ر١ | − ١ر٠ | ٤٤ر١ | ٠١ر٠ | − ١٢ر٠ |
| ٩ | ٦ر٦٢ | ٤ر٣٤ | + ١ر٥ | + ٦ر١ | ٠١ر٢٦ | ٥٦ر٢٦ | + ١٦ر٨ |
| ١٠ | ٩ر٥٤ | ٤ر٣٠ | − ٦ر٢ | − ٤ر١ | ٧٦ر٦ | ٩٦ر١ | + ٦٤ر٣ |
| ١١ | ٩ر٥٩ | ٦ر٣١ | − ٦ر٠ | − ٢ر٠ | ٣٦ر | ٠٤ر | + ١٢ر٠ |
| ١٢ | ٧ر٥٣ | ٥ر٣٣ | − ٨ر٣ | + ٧ر١ | ٤٤ر١٤ | ٨٩ر٢ | − ٤٦ر١٦ |
| ١٣ | ٢ر٦٦ | ٧ر٣٣ | ٧ر٨ | + ٩ر١ | ٦٩ر٧٥ | ٦١ر٣ | + ٥٣ر١٦ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٤ | ٥٣ر٥ | ٣٢ر٦ | - ٠ر٤ | - ٨ر٠ | ١٦ر٠٠ | ٠ر٦٤ | - ١ر٢٠ |
| ١٥ | ٨٣ر٦ | ٣٥ر٢ | + ١ر١٦ | + ٢ر٤ | ٢٥٩ر٢١ | ١١ر٥٦ | + ١٥٤ر٧٤ |
| ١٦ | ٦٨ر٤ | ٣٣ر٢ | + ٩ر١٠ | + ١ر٤ | ١١٨ر٨١ | ١ر٩٦ | + ١٥ر٢٦ |
| ١٧ | ٧٠ر٩ | ٣١ر- | + ١٣ر٤ | + ١ر٢ | ١٧٩ر٥٦ | ١ر٤٤ | + ١٦ر٠٨ |
| ١٨ | ٦٨ر٥ | ٣٣ر٦ | + ١١ر٠ | + ١ر٨ | ١٢١ر٠٠ | ٣ر٢٤ | + ١٩ر٨٠ |
| ١٩ | ٧٢ر٨ | ٣٣ر١ | + ١٥ر٣ | + ١ر٣ | ٢٣٤ر٠٩ | ١ر٦٩ | + ١٩ر٨٩ |
| ٢٠ | ٧١ر٢ | ٣٢ر٥ | + ١٣ر٧ | + ٠ر٧ | ١٨٧ر٦٩ | ٠ر٤٩ | + ٩ر٥٩ |
| ٢١ | ٥٦ر٠ | ٣٢ر٩ | - ١ر٥ | + ١ر١ | + ٢ر٢٥ | ١ر٢١ | - ١ر٦٥ |
| المجموع | ١٢٠٨ر١ | ٦٦٨ر٢ | . | . | ٣٠٧٩ر١٦ | ١٣٠ر٠٤ | + ٥٢٨ر٧ |

المتوسط = $\overline{س}$ = ٥٧٫٥، $\overline{ص}$ = ٣١٫٨

$$\text{الانحراف المعياري لقيم س} = ع = \sqrt{\frac{٣٠٧٩٫١٦}{٢١}} = \sqrt{١٤٦٫٦٣}$$

= ١١٫٢١

$$\text{الانحراف المعياري لقيم ص} = ع = \sqrt{\frac{١٣٠٫٠٤}{٢١}} = \sqrt{١٤٦٫٦٣}$$

= ٢٫٤٩

$$\text{ويتطبيق قانون الارتباط (ر)} = \frac{\frac{١}{ن}\ \text{مجـ}(س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \overline{س})^٢}{ن}} \times \sqrt{\frac{\text{مجـ}(ص - \overline{ص})^٢}{ن}}}$$

$$ر = \frac{\frac{١}{١٢}(٥٢٨٫٧)}{١١٫١٢ \times ٢٫٤٩}$$

= + ٠٫٨٣٥٠ (+٠٫٨٤ تقريباً).

وحيث أن قيمة معامل الارتباط ٠٫٨٤ قريبة من العلاقة الارتباطية التامة والتي توضح أن العلاقة بين نسبة الأمية ونسبة الأطفال أقل من ١٢ سنة هي علاقة موجبة أي طردية بمعنى أن هذين المتغيرين يزدادان في قيمتهما معاً.

**معامل ارتباط الرتب Rank Correlation Coefficient**

في حالة إذا كان توزيع المفردات لمتغيرين أو لأحدهما في عينة غير معتدل، أو عندما لا يكون مثل هذا التحديد متاح، فبدلاً من استخدام القيم الخاصة بهما، فإنه يمكن ترتيب المفردات بإعطاء كل قيمة منها رتبة خاصة (درجة) حسب ترتيب أهميتها أو حجمها أو غير ذلك. وفي مثل هذه الحالة يستخدم مقياساً آخر لحساب نوع ودرجة الترابط بين المتغيرين يعرف باسم «معامل ارتباط الرتب»ج وهو أداة إحصائية غير باراميترية (غير معلمية) تقيس العلاقة بين نوعين من البيانات الترتيبية لمتغيرين. كما يعتبر معامل ارتباط الرتب الأداة البديلة لمعامل ارتباط ضرب العزوم وذلك في حالة عدم افتراض التوزيع المعتدل لبيانات كل من المتغيرين. أو بعبارة أخرى لا يشترط في حساب معامل ارتباط الرتب أن يكون توزيع البيانات الأصلية للمتغيرين معتدلاً، ولكنه يشترط أن تكون بيانات المتغيرين من نوع بيانات الرتب.

ومن الطبيعي أن يكون هناك اختلاف بين قيمتي معامل الارتباط للقيم الأصلية (معامل ارتباط ضرب العزوم أو معامل ارتباط بيرسون) ومعامل الارتباط للرتب. والسبب في ذلك يرجع إلى استبدال القيم الأصلية للمفردات برتب خاصة، وفي هذه العملية بعض التقريب. كما أن معامل ارتباط الرتب أقل دقة من معامل ارتباط العزوم الذي يتأثر بأي تغير في القيم الأصلية التي تسجل عن مفردات العينة، بينما لا يتأثر معامل ارتباط الرتب بذلك لأن زيادة قيمة مفردة أو نقصها ولو بسيطاً لا يغير من وضع المفردة(ترتيبها) داخل العينة.

**معامل ارتباط سبيرمان Spearman's Rank Correlation Coefficient**

يشترط عند حساب معامل الارتباط بين متغيرين بطريقة سبيرمان أن لا يقل عدد المفردات (الحالات) المكونة للعينة عن عشرة مفردات. وتعتمد طريقة حساب معامل ارتباط سبيرمان على إعطاء المفردات رتباً لتحل محل القيم العددية

الأصلية، حسب الأهمية أو الحجم، لكل متغير من المتغيرين قيد التحليل. ويلزم حساب هذه المعامل أن نرتب القيم الأصلية للمفردات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، ثم تحسب الفروق بين الرتب لكل حالة من المتغيرين، ثم تربع هذه الفروق حتى نتخلص من الإشارات الحسابية. وبعد ذلك يمكن إيجاد قيمة معامل سبيرمان باستخدام الصيغة التالية:

$$ر_س = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن^٣ - ن} \quad \text{.....................} \quad (١١ _ ٦)$$

أو:

$$ر_س = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)} \quad \text{.....................} \quad (١١ _ ٧)$$

حيث (ف) هي الفرق بين رتبتي كل حالة، ن هي عدد أزواج الرتب.

**مثال (٣)**

نفرض أن هناك عشر مناطق صناعية رتبت ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً من ناحية إنتاج الآلات الميكانيكية وإنتاج السيارات وكانت الرتب على النحو التالي:

| المنطقة | أ | ب | جـ | د | هـ | و | ز | ح | ط | ك |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتبة في إنتاج الآلات الميكانيكية | ٢ | ١ | ٤ | ٣ | ٥ | ٧ | ٦ | ٩ | ١٠ | ٨ |
| الرتبة في إنتاج للسيارات | ٢ | ٣ | ٥ | ١ | ٤ | ٩ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ |

يلاحظ من البيانات أن المنطقة (ب) هي الأولى في إنتاج الآلات الميكانية والثالثة في إنتاج السيارات، بينما المنطقة (د) رتبتها الأولى في إنتاج السيارات والثالثة في إنتاج الآلات الميكانيكية.

ويمكن الحصول على قيمة معامل ارتباط سبيرمان للرتب باستخدام القانون السابق كما يلي:

**جدول رقم (١١ ـ ٥): خطوات حساب معامل ارتباط سبيرمان بين إنتاج الآلات الميكانيكية وإنتاج السيارات**

| رتبة الإنتاج النقطة | رتبة إنتاج الآلات الميكانيكية | السيارات | الفرق (ف) | ف٢ |
|---|---|---|---|---|
| أ | ٢ | ٢ | صفر | صفر |
| ب | ١ | ٣ | - ٢ | ٤ |
| جـ | ٤ | ٥ | - ١ | ١ |
| د | ٣ | ١ | + ٢ | ٤ |
| هـ | ٥ | ٤ | + ١ | ١ |
| و | ٦ | ٦ | - ٢ | ٤ |
| ز | ٦ | ٦ | صفر | صفر |
| ح | ٩ | ٧ | + ٢ | ٤ |
| ط | ١٠ | ٨ | + ٢ | ٤ |
| ك | ٨ | ١٠ | - ٢ | ٤ |
| المجموع | | | | ٢٦ |

$$ر_{س} = ١ - \frac{٦ \times ٢٦}{١٠ (١٠٠ - ١)} = ١ - \frac{١٥٦}{٩٩٠}$$

= ١ - ١٥٧ر٠ = + ٨٤٣ر

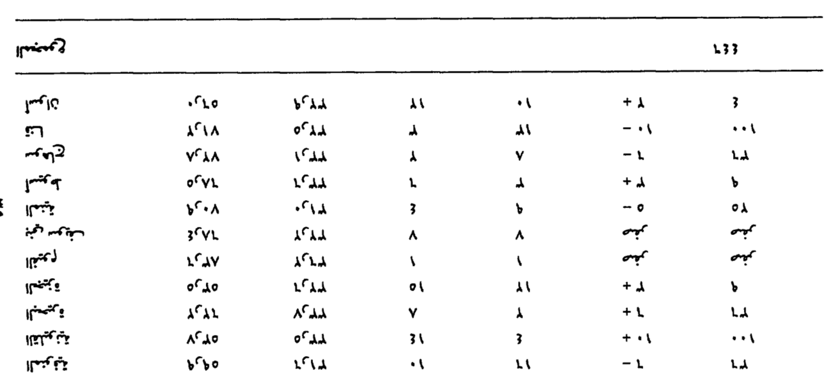
وتشير قيمة معامل الارتباط (+ ٨٤٣ر) في هذه الحالة إلى وجود علاقة طردية قوية بين هذين المتغيرين.

مثـال (٤)

نعود إلى المثال السابق لنسبة الأمية ونسبة الأطفال أقل من ١٢ سنة لنحسب منه معامل سبيرمان لارتباط الرتب.

جدول رقم (١١ ـ ٦) حساب معامل ارتباط سبيرمان بين نسبة الأمية ونسبة الأطفال

| المحافظة | نسبة الأمية | نسبة الأطفال | رتبة المحافظة | | ف | ف$^{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ٪ الأمية | ٪ الأطفال | | |
| القاهرة | ٣٤٫٦ | ٢٧٫٣ | ٢١ | ٢٠ | ١ | ١ |
| الإسكندرية | ٣٧٫٤ | ٢٧٫٧ | ١٩ | ١٩ | صفر | صفر |
| دمياط | ٤٩٫٤ | ٣٢٫٧ | ١٧ | ١١ | ٦ | ٣٦ |
| بور سعيد | ٣٥٫٩ | ٢٤٫٥ | ٢٠ | ٢١ | ١ – | ١ |
| الإسماعيلية | ٥٠٫٨ | ٢٢٫١ | ١٦ | ١٤ | ٢ | ٤ |
| السويس | ٤٤٫٤ | ٣٠٫١ | ١٨ | ١٨ | صفر | صفر |
| كفر الشيخ | ٧٠٫١ | ٣٣٫٣ | ٥ | ٦ | ١ – | ١ |
| الدقهلية | ٥٦٫٣ | ٣١٫٩ | ١١ | ١٥ | ٤ – | ١٦ |
| الشرقية | ٦٢٫٦ | ٣٣٫٤ | ٩ | ٥ | ٤ | ١٦ |
| الغربية | ٥٤٫٩ | ٣٠٫٤ | ١٣ | ١٧ | ٤ – | ١٦ |



| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| المنوفية | ٥٩٫٩ | ٣١٫٦ | ١٠ | ١٦ | - ٦ | ٣٦ |
| القليوبية | ٥٣٫٧ | ٣٣٫٥ | ١٤ | ٤ | + ١٠ | ١٠٠ |
| البحيرة | ٦٢٫٢ | ٣٣٫٧ | ٨ | ٢ | + ٦ | ٣٦ |
| الجيزة | ٥٣٫٥ | ٣٢٫٦ | ١٥ | ١٢ | + ٣ | ٩ |
| الفيوم | ٨٣٫٦ | ٣٦٫٢ | ١ | ١ | صفر | صفر |
| بني سويف | ٦٨٫٤ | ٣٢٫٢ | ٧ | ٧ | صفر | صفر |
| المنية | ٧٠٫٩ | ٣١٫٠ | ٤ | ٩ | - ٥ | ٢٥ |
| أسيوط | ٦٨٫٥ | ٣٣٫٦ | ٦ | ٣ | + ٣ | ٩ |
| سوهاج | ٧٢٫٨ | ٣٣٫١ | ٢ | ٨ | - ٦ | ٣٦ |
| قنا | ٧١٫٢ | ٣٢٫٥ | ٣ | ١٣ | - ١٠ | ١٠٠ |
| أسوان | ٥٦٫٠ | ٣٢٫٩ | ١٢ | ١٠ | + ٢ | ٤ |
| المجموع | | | | | | ٤٤٦ |

ومن تطبيق معادلة سبيرمان:

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٤٤٦}{٢١ (٤٤١ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٢٦٧٦}{٩٢٤٠} = + ٠٫٧١٠٣ \text{ (+ ٠٫٧١ تقريباً)}$$

أي قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين هي ٧١ر٠ وهي قيمة أقل إذا ما قورنت بمعامل ارتباط بيرسون (+ ٨٤ر٠).

**مثال (٥)**

البيانات الآتية بمثل معدلات النمو السكاني والنسبة المئوية لما يخص للفرد من الإنتاج القومي في ١٤ دولة من دول العالم في عام ١٩٧٠ والمطلوب حساب نوع ودرجة الارتباط بينهما باستخدام طريقة سبيرمان لارتباط الرتب.

جدول رقم (١١ ـ ٩): حساب معامل ارتباط سبيرمان بين معدلات النمو السكاني والنسبة المئوية لما يخص الفرد من الإنتاج القومي في ١٤ دولة من دول العالم (عام ١٩٧٠)

| الدولة | معدل النمو السكاني | الرتبة | النسبة المئوية من الإنتاج القومي للفرد | الرتبة | الفرق (ف) | ف٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| البرازيل | ٣ر٠ | ٢ | ١ر٦ | ١٠ | - ٨ | ٦٤ر٠٠ |
| نيجيريا | ٢ر٤ | ٤ | - ر٣ | ١٢ر٥ | - ٨ر٥ | ٧٢ر٢٥ |
| ألمانيا الغربية | ١ر٠ | ١١ | ٣ر٤ | ٥ر٥ | + ٥ر٥ | ٣٠ر٢٥ |
| المملكة المتحدة | ٠ر٧ | ١٤ | ٢ر٠ | ٨ | + ٦ | ٣٦ر٠٠ |
| إيطاليا | ٠ر٨ | ١٣ | -٤ر٠ | ٣ | + ١٠ | ١٠٠ر٠٠ |
| فرنسا | ١ر١ | ٩ر٥ | ٣ر٧ | ٤ | + ٥ر٥ | ٣٠ر٢٥ |
| المكسيك | ٣ر٥ | ١ | ٣ر٤ | ٥ر٥ | - ٤ر٥ | ٢٠ر٢٥ |
| إسبانيا | ٠ر٩ | ١٢ | ٦ر٥ | ١ | + ١١ | ١٢ر٠٠ |
| مصر | ٢ر٥ | ٣ | ١ر٦ | ١٠ | - ٧ | ٤٩ر٠٠ |
| بورما | ٢ر١ | ٦ | ١ر٦ | ١٠ | - ٤ | ١٦ر٠٠ |
| يوغسلافيا | ١ر١ | ٩ر٥ | ٤ر٢ | ٢ | + ٧ر٥ | ٥٦ر٢٥ |
| أفغانستان | ٢ر٠ | ٧ | - ر٣ | ١٢ر٥ | - ٥ر٥ | ٣٠ر٢٥ |
| هولندا | ١ر٣ | ٨ | ٣ر٠ | ٧ | + ١ | ١ر٠٠ |
| الجزائر | ٢ر٣ | ٥ | - ٣ر٥ | ١٤ | - ٩ | ٨١ر٠٠ |
| المجموع | | | | | | ٧٠٧ر٥٠٠ |

(المصدر: World Bank Atlas, 1970).

$$\text{ر}_{\text{س}} = - \frac{\text{٦} \times \text{٥ر٧٠٧}}{\text{١٤ (١٩٦ - ١)}}$$

$$= \text{١} - \frac{\text{٤٢٤٥}}{\text{٢٧٣٠}} = \text{١} - \text{١ر٥٥٥}$$

$$= - \text{٠ر٥٥٥}$$

وتدل قيمة معامل الارتباط المحسوبة (- ٥٥٥ر٠) على وجود علامة عكسية بين المتغيرين، بمعنى أنه في حالة زيادة النسبة المئوية لنمو السكان تقل النسبة المئوية لما يخص الفرد من الإنتاج للقومي في هذه الدول. وإذا فحصنا البيانات في الجدول سنرى أن الأرقام التي تدل على ارتفاع معدل النمو السكاني وانخفاض نسبة ما يخص الفرد من الإنتاج القومي تختص بها الدول النامية (مثل المكسيك والبرازيل)، بعكس ما هو ملاحظ على نفس المعدلات بالنسبة للدول المتقدمة (مثل المملكة المتحدة، وألمانيا الغربية).

وعلى الرغم من أن صيغة سبيرمان ليست بدقة صيغة معامل ضرب العزوم، إلا أنها بسيطة في الاستخدام ويفضلها الكثير من الباحثين لأنها سهلة ولا تتطلب عمليات حسابية معقدة. ولكن هناك بعض العيوب التي تؤخذ على معامل سبيرمان لارتباط الرتب منها ما هو خاص بانعدام المعنى الطبيعي للفرق بين رتبتين، ومعنى تربيع هذا الفرق، ومنها ما يتصل بالتوزيع الذي نحصل عليه من العينات المختلفة لحساب قيمة هذه المعامل.

**معامل كندال لارتباط الرتب**

**Kendall's Rank Correlation Coefficient**

يفضل استخدام معامل كندال كثيراً عن معامل سبيرمان في قياس درجة الارتباط لأنه أسهل في حسابه، كما يمكن استخدامه في حالة العينات الصغيرة (عدد المفردات أقل من ١٠). ويتطلب حساب هذه المعامل إعادة ترتيب رتب مفردات أحد المتغيرين حسب الترتيب العادي إما تصاعدياً أو تنازلياً مع ترك رتب المتغير الآخر بدون إعادة ترتيبها، ثم إيجاد قيمة معامل الارتباط بينهما بعد تطبيق معادلة كندال الآتية:

$$ر_ك = \frac{مجـ\ ى}{١/٢\ ن\ (ن - ١)} \quad أو \quad \frac{٢\ مجـ\ ى}{ن\ (ن - ١)} \quad ........... \quad (١١ - ٨)$$

حيث ى هي مجموع الفروق بين الرتب. ويمكن الحصول على أكبر عدد من فروق الرتب إذا كانت كل الرتب في ترتيبها العادي، فإذا كان لدينا ن من الرتب فإن أكبر عدد ممكن من فروق الرتب هو ١/٢ ن (ن ـ ١).

ويشبه معامل كندال الارتباط الرتب معامل سبيرمان السابق شرحه، من حيث أن قيمة تنحصر بين + ٠ر١، - ٠ر١. ونحصل على القيمة ± ١ إذا كانت الرتب المتناظرة متفقة تماماً ويسمى الارتباط في هذه الحالة بالارتباط التام الموجب. أما إذا كانت الرتب عكسية تماماً فإننا نحصل على قيمة لمعامل الارتباط تساوي - ٠ر١، ويسمى الارتباط في هذه الحالة بالارتباط التام السالب.

وينحصر حساب معامل كندال بهذه الطريقة في الخطوات الآتية التي نطبقها على المثال التالي:

مثال (٦)

نعود مرة أخرى للمثال السابق لنسبة الأمية ونسبة الأطفال دون ١٢ سنة. ونتبع الخطوات التالية:

١ ـ نقوم بإعادة الترتيب بحيث تكون رتب أحد المتغيرين حسب الترتيب الطبيعي ١، ٢، ٣.

٢ ـ نوجد الترتيب الأولى للمتغير الذي لم يرتب ترتيباً طبيعياً ونبحث عن الرتبة الطبيعية المناظرة في المتغير الآخر.

٣ ـ نوجد الفرق بين عدد الرتب على يسار أو (أسفل) الترتيب الأول عدد الرتب على يمين أو (أعلى) الترتيب الأول (وذلك لتوزيع المتغير الذي لم يرتب ترتيباً طبيعياً).

٤ ـ وهكذا ننتقل إلى الترتيب الثاني ونوجد الرتبة الطبيعية المناظرة له والفرق بين عدد الرتب على يمين الترتيب وعدد الرتب على يساره.

٥ ـ يحسب مجموع الفروق للرتب.

والجدول التالي يوضح كيفية الحصول على مجموع الفروق لرتب.

جدول رقم (١١ـ ١٠): حساب معامل ارتباط كندال بين نسبة الأمية ونسبة الأطفال دون ١٢ سنة في محافظات مصر دون المحافظات الصحراوية (عام ١٩٧٦)

| المحافظة | ترتيب نسبة الأمية | ترتيب نسبة الأطفال | الفرق في عدد الرتب |
|---|---|---|---|
| الفيوم | ١ | ١ | ٢٠ - صفر = + ٢٠ |
| سوهاج | ٢ | ٨ | ١٣ - صفر = + ١٣ |
| قنا | ٣ | ١٣ | ٨ - صفر = + ٨ |
| المنيا | ٤ | ٩ | ١١ - ١ = + ١٠ |
| كفر الشيخ | ٥ | ٦ | ١٢ - ٣ = + ٩ |
| أسيوط | ٦ | ٣ | ١٤ - ٤ = + ١٠ |
| بني سويف | ٧ | ٧ | ١١ - ٣ = + ٨ |
| البحيرة | ٨ | ٢ | ١٣ - ٦ = + ٧ |
| الشرقية | ٩ | ٥ | ١١ - ٥ = + ٦ |
| المنوفية | ١٠ | ١٦ | ٥ - صفر = + ٥ |
| الدقهلية | ١١ | ١٥ | ٥ - ١ = + ٤ |
| أسوان | ١٢ | ١٠ | ٨ - ٣ = + ٥ |
| الغربية | ١٣ | ١٧ | ٤ - صفر = + ٤ |
| القليوبية | ١٤ | ٤ | ٧ - ٩ = - ٢ |
| الجيزة | ١٥ | ١٢ | ٥ - ٤ = + ١ |
| الإسماعيلية | ١٦ | ١٤ | ٤ - ٣ = + ١ |
| دمياط | ١٧ | ١١ | ٤ - ٦ = - ٢ |
| السويس | ١٨ | ١٨ | ٣ - صفر = + ٣ |
| الإسكندرية | ١٩ | ١٩ | ٢ - صفر = + ٢ |
| بور سعيد | ٢٠ | ٢١ | صفر - ١ = - ١ |
| القاهرة | ٢١ | ٢٠ | صفر ـ صفر = صفر |
| المجموع | — | — | ١١١ |

وبذلك يكون معامل كندال الارتباط الرتب في المثال المذكور هو:

$$ر = \frac{٢ \times ١١١}{٢١ (٢١ - ١)} = \frac{٢٢٢}{٤٢٠}$$

= + ٥٢٨ر٠ (+٥٣ر٠ تقريباً)

وكما هو واضح فإن معامل ارتباط كندال أقل كثيراً من معاملي ارتباط بيرسون وسبيرمان على الترتيب لنفس البيانات.

**مثال (٧)**

نعود إلى المثال رقم (٥) ونتخذ من بياناته الخاصة بمتغيري معدل النمو السكاني والنسبة المئوية لما يخص الفرد من الإنتاج القومي في ١٤ دولة مختلفة من دول العالم أساساً لحساب معامل ارتباط الرتب لكندال.

١ ـ ترتب الدول ترتيباً عادياً (تصاعدياً) بالنسبة لمتغير معدل النمو السكاني ($س_١$).

٢ ـ ننظم ترتيب الدول بالنسبة للمتغير الثاني (نصيب الفرد من الدخل القومي $ش_٢$) مقابل ترتيب معدل نموها السكاني كما يلي:

| ($س_١$) | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٥ر٩ | ٥ر٩ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ($س_٢$) | ٥ر٥ | ١٠ | ١٠ | ١٢ر٥ | ١٤ | ١٠ | ١٢ر٥ | ٧ | ٢ | ٤ | ٥ر٥ | ١ | ٣ | ٨ |

٣ ـ وكما فعلنا في المثال السابق نبدأ بملاحظة ترتيب المتغير ($س_٢$) الذي لم يترتب ترتيباً عادياً، ونسجل لكل ترتيب اختلافه عن الترتيب الذي يليه بإعطاء القيمة (+ ١) للرتب الأكبر، والقيمة (- ١) للرتب الأصغر، ثم نجمع الناتج

بادئين بالترتيب ٥ر٥ الذي هو أول ترتيب للمتغير (س٢). ونظراً لوجود بعض الرتب المتكافئة (المتساوية في الترتيب) فإننا نعطي الرتب التي تقع على يسار الرتبة المتساوية معها في الترتيب القيمة (صفر). فمثلاً الرتبة الأولى ٥ر٥ تقع على يسارها الرتب الأكبر والأصغر منها وبينها رتبة أخرى مساوية لها هي ٥ر٥ وتعطي للأخيرة القيمة (صفر). كذلك نلاحظ أن الرتبتين ٥ر٩، ٥ر٩ للمتغير (س١) تقابلان منرتب بالمتغير الثاني (س٢) الرتبة ٢ والرتبة ٤، وفي هذه الحالة فإن موضع رتب المتغير الثاني تعتمد اعتماداً كبيراً على موضع الرتب المتكافئة للمتغير الأول، ولكن يصعب تحديد أي من رتبتي المتغير الأول يجب أن تقابل الرتبة ٢ أو تقابل الرتبة ٤ من رتب المتغير الثاني. وهذا التحديد له أهمية كبيرة في تحديد المجموع الكلي (ى) للاختلاف بين الرتب. فمثلاً إذا وضعنا الرتبة ٤ قبل الرتبة ٢، لزاد المجموع الكلي (ى) ٢. وللتغلب على هذه المشكلة تبقى الرتبة الأولى من المتغير (س٢) التي تقابل إحدى الرتب المتكافئة من رتب المتغير (س١) كما هي في وضعها وبنفس ترتيبها، بينما يعطي الرتبة الثانية من المتغير (س٢) التي تقابل الرتبة المتكافئة الأخرى من رتب المتغير (س) القيمة صفر. فمثلاً إذا كانت الرتبة ٢ هي الرتبة الأولى من رتب (س٢) والتي ستقابل الرتبة المتكافئة الأولى من رتب (س١) فإن الرتبة ٤ تأخذ القيمة (صفر) عند حساب المجموع الكلي لاختلاف الرتب (ى). وهكذا إذا كانت الرتبة ٤ هي الأولى فإن الرتبة ٢ من رتب (س٢) تأخذ القيمة (صفر)، وذلك لأنه في كل من الحالتين يكون (+١) + (-١) = صفر.

٤ - يحسب المجموع الكلي للفروق بين رتب س١، س٢ السابقة على النحو التالي:

(ى) = (٨ - ٤) + (٣ - ٧) + (٣ - ٧) + (١ - ٨) + (٩ -)
+ (١ - ٧) + (- ٧) + (١ - ٥) + (٣ - ١) + (٢ - ٢)
+ (١ - ٢) + (+ ٢) + (+ ١)
= - ٣٣

وبالتعويض عن ( ى ) بالقيمة (- ٣٣) ون = ١٤ في معادلة كندال لحساب قيمة معامل ارتباط الرتب، نجد أن):

$$ر_ك = \frac{ى}{١/٢ \; ن \; (ن - ١)}$$

$$= \frac{- ٣٣}{١/٢ \; (١٤) \; (١٤ - ١)} = - ٣٦٣ر$$

وكما هو واضح فإن قيمة معامل ارتباط كندال المحسوبة (- ٣٦٣ر) أقل بكثير من معامل ارتباط الرتب السابق لنفس البيانات.

### اختبار المعنوية الإحصائية للارتباط

سبق أن قلنا أن تحليل الارتباط ما هو إلا وصف إحصائي لدرجة ترابط وعلاقة المتغيرين قيد التحليل، كما ذكرنا أن قيمة معامل الارتباط المحسوبة بإحدى الطرق الإحصائية المختلفة لا تدل دلالة أكيدة على وجود علاقة بين المتغيرين، إذ قد تكون النتائج التي نحصل عليها متأثرة بعامل الصدفة الناتج من خطأ في أسلوب المعاينة. وعلى ذلك يجب عمل اختبار لقيمة معامل الارتباط للتأكد به من درجة احتمال أن الارتباط لا يحدث بطريق الصدفة، أو بمعنى آخر نتعرف به على مدى معنوية هذا الارتباط وتأثير حجم العينة أو البيانات موضع البحث والتحليل.

ولاختبار معاملات الارتباط السابقة يوضع فرض العدم القائل أن قيمة الارتباط بين المتغيرين هي صفر، أو بعبارة أخرى لا يوجد ارتباط بين المتغيرين (أي أنهما مستقلين عن بعضهما البعض). ولاختبار هذا الفرض فإننا نعين مستوى الدلالة أو المعنوية Significance level المطلوب سواء لمستوى احتمال ٠٥ر أو

١٠ر٠ ثم نقوم بمقارنة قيمة معامل الارتباط المحسوبة بالقيم النظرية في الجداول الخاصة بكل نوع من أنواع معاملات الارتباط الثلاثة (راجع ملاحق الجداول الإحصائية بنهاية الكتاب). فإذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة أكبر من نظيرتها في الجدول بدرجة حرية مساوية لعدد أزواج القيم المشاهدة مطروحاً منها ٢ فإن هذا يعني رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل وهو أنه يوجد فعلاً ارتباط بين المتغيرين (أي أن الارتباط له دلالة إحصائية عند مستوى المعنوية المطلوب). وسنوضح فيما يلي كيفية اختبار كل نوع من معاملات الارتباط على حدة.

**أولاً:** بالنسبة لمعامل ارتباط بيرسون يستخدم توزيع ستيودنت ـ ت لاختبار قيمة معامل الارتباط المحسوبة وذلك بعد تعديل الصيغة إلى:

$$\text{ت} = \frac{\text{ر}\sqrt{\text{ن} - ٢}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}}} \quad \text{أو} = \text{ر}\sqrt{\frac{\text{ن} - ٢}{١ - (\text{ر})^{٢}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (١١ \text{ـ} ٩)$$

حيث ر هي قيمة معامل ارتباط بيرسون، ن هي عدد أزواج القيم.

ففي المثال رقم (٢) الذي عرضناه عن نسبة الأمية ونسبة الأطفال وجدنا أن ر = ٨٤ر وأن ن = ١٠ وبالتعويض في الصيغة السابقة نحصل على:

$$\text{ت} = \frac{\text{٨٤ر}\sqrt{٢١ - ٢}}{\sqrt{١ - (\text{٨٤ر٠})^{٢}}} = \text{٦ر٧٧}$$

وحيث أن قيمة ت النظرية بدرجات الحرية ٢١ - ٢ = ١٩ هي ٠٩ر٢ لمستوى دلالة ٠٥ر أصغر من قيمة ت المحسوبة، فإن ذلك يعني أننا نرفض فرض العدم القائل أنه لا يوجد اختلاف بين القيمة المحسوبة لمعامل الارتباط والصفر (الذي يعني عدم وجود علاقة بين المتغيرين)، ونقبل الفرض البديل. وبمعنى آخر أن هناك اختلاف جوهري بين معامل الارتباط المحسوب ومعامل ارتباط صفر، وأن قيمة معامل الارتباط المحسوبة لها دلالة (معنوية) إحصائية عند مستوى ٠٥ر٠.

ثانياً: فيما يختص بمعامل سبيرمان لارتباط الرتب فإنه يمكن استخدام بيانات الجدول الإحصائي الخاص به (راجع الجداول الإحصائية بنهاية الكتاب) لاستخلاص القيمة المتوقعة لمعامل الارتباط حسب حجم العينة (ن) ومستوى الدلالة المطلوب. ففي حالة المثال رقم (٥) الخاص بحساب الارتباط بين معدل النمو السكاني ونصيب الفرد من الإنتاج القومي، نجد أن حجم العينة (عدد الدول) ١٤، وأن مستوى الدلالة هو ٠٥ر (أي احتمال أن ٥٪ من الحالات تكون فيها قيمة معامل الارتباط راجعة إلى الصدفة)، والقيمة المتوقعة التي نحصل عليها من الجدول الإحصائي هي ٤٥٦ر٠ وهي قيمة تقل عن القيمة التي حصلناعليها في مثالنا وهي - ٥٥٥ر٠ أي أننا نستطيع أن ننفي بأن القيمة التي حصلنا عليها ترجع إلى الصدفة بمستوى الدلالة المطلوب، أو بعبارة أخرى أن هناك احتمال مقداره ٩٥٪ إن لا تكون قيمة معامل الارتباط التي حصلنا عليها قد حدثت بفعل الصدفة أو العشوائية في التوزيع، وأن الارتباط (العلاقة) بين المتغيرين له دلالة إحصائية عند مستوى المعنوية المطلوب.

كما يمكن استخدام الصيغة الإحصائية المعدلة لاختبار سيتودنت ـ ت لمعايرة قيمة معامل ارتباط سبيرمان المحسوبة لتحديد دلالة أو معنوية هذه القيمة بنفس الطريقة التي اتبعناها عند معايرة قيمة ارتباط بيرسون.

ثالثاً: أما في حالة معامل ارتباط كندال فإن التعرف على دلالة أو معنوية قيمة المعامل يختلف حسب عدد المفردات. فإذا كان عدد المفردات ١٠ فإننا نلجأ إلى الجداول الإحصائية الخاصة بهذا المعامل (انظر ملحق الجداول الإحصائية) والتي توضح درجة الاحتمال المرتبطة بعدد مفردات العينة (ن).

أما إذا كان عدد المفردات للمتغيرين أكثر من ١٠، كما هي الجال في المثال رقم (٧) الخاص بمعرفة درجة الترابط بين معدل النمو السكاني وتصيب الفرد من الإنتاج القومي في بعض دول العالم، فإننا نستخدم توزيع (ز) لمعايرة قيمة معامل الارتباط المحسوبة لتحديد دلالة أو معنوية هذه القيمة، ويتم ذلك بالمعادلة الآتية:

$$(ز) = \frac{ك^{\checkmark}}{\sqrt{\frac{٢\,(٢\,ن + ٥)}{٩\,ن\,(ن - ١)}}} \quad \text{.................... (١١ ـ ١٠)}$$

وتحدد درجات الحرية على أساس أنها تساوي (ن ـ ٢).

ويمكن حساب قيمة (ز) لمعامل كندال لارتباط الرتب الذي حصلنا عليه من المثال رقم (١٠) كما يلي:

$$(ز) = \frac{-\ ٣٦٣ر}{\sqrt{\frac{٢\,(٣٣)}{١٢٦ \times ١٣}}} \qquad \frac{-\ ٣٦٢ر}{\sqrt{\frac{٦٦}{١٦٣٨}}}$$

$$= -\ ٨١ر١$$

وبالرجوع إلى جداول توزيع (ز) النظرية نجد أن قيمة (ز) المحسوبة وهي ١٫٨١ لها احتمال ٠٣٦ر، أي أن قيمة معامل كندال المحسوبة لا ترجع إلى الصدفة في مستوى معنوية ٠٥ر٠ وهذا يعني بشكل آخر أن هناك احتمال مقداره ٩٥٪ بأن لا يكون الارتباط في المثال السابق قد حدث بفعل الصدفة، لأن عامل الصدفة يتدخل في ٦ر٣٪ من الحالات. وعلى العموم فإنه مع معامل ارتباط كندال نجد أن الاحتمالات الخاصة بقيم م (الفرق بين الرتب) المحسوبة لعدد المفردات (ن) التي تتراوح بين ١٠، ٤٠ تقل كلما زادت قيمة م ، وبالتالي يتخذ ذلك دليلاً على صغر فرصة حدوث الارتباط بالصدفة.

# الفصل الثاني عشر
# تحليل الانحدار
## Regression Analysis

ذكرنا في الفصل السابق عن تحليل الارتباط أن الهدف من حساب معامل الارتباط هو معرفة درجة العلاقة أو مقدار الترابط بين متغيرين (ظاهرتين). إلا أنه إذا ما وجدت علاقة بين متغيرين فإننا ربما نحتاج إلى التوقع (أو التنبؤ Prediction) بسلوك أحد المتغيرين في ضوء تأثره بمتغير آخر أو بعدة متغيرات أخرى، أو إذا كانت هناك رغبة في تقدير مدى تأثير كل متغير من المتغيرات على متغير آخر - وواضح أن مثل هذا التقدير يزداد دقة كلما كان الارتباط شديداً. ويسمى المتغير الذي يراد دراسة سلوكه ومعرفة مدى تأثره بالمتغيرات الأخرى المتغير التابع (ص) Dependent Veriable ويطلق على المتغير الذي يؤثر في سلوك المتغير التابع بالمتغير المستقل Independent Variabl. وفي بعض الأحيان يسمى المتغير التابع باسم المتغير المتنبأ له Predictand Variabl أو المتغير المعيار Criterion Variable، كما أنه يطلق على المتغير المستقل اسم المتغير المتنبىء به Predictor Variable أو المتغير المفسر Explanatory Variable.

كما وقد سبق أو أوضحنا أنه لا يشترط لدراسة الارتباط بين متغيرين أن تكون هناك علاقة دالية بينهما، ولكن إذا كانت العلاقة الدالية بين مغيرين يمكن وصفها إحصائياً بخط مستقيم سميت هذه العلاقة «بعلاقة انحدار خطيه» Linear Regression. وبذلك يختص الانحدار (أو ما يعرف أحياناً بالارتداد أو الاعتماد) بدراسة العلاقة بين متغيرين على هيئة علاقة دالية بحيث يمكن التنبؤ منها عن أحد

المتغيرين بمعلومية المتغير الآخر.

**أهداف تحليل الانحدار:**

يستخدم تحليل الانحدار كأسلوب إحصائي كمي في النواحي التالية:

١ ـ تقدير العلاقة بين متغيرين على شكل علاقة دالية: ص = (س) أو س = (ص) والتي عن طريقها يمكن معرفة التغير في أحد المتغير على أساس تأثره بالمتغير الآخر. أو بعبارة أخرى توقع وتنبؤ سلوك المتغير التابع في ضوء تأثره بالمتغير أو المتغيرات المستقلة.

٢ ـ قياس مدى الارتباط الكلي بين المتغير التابع والمتغير أو المتغيرات المستقلة.

٣ ـ تقدير نسبة تفسير كل متغير مستقل للاختلاف في المتغير التابع.

٤ ـ إجراء سلسلة من الاختبارات الفرضية لأي من العلاقات الثلاثة السابقة.

**أنواع تحليل الانحدار:**

هناك ثلاثة أنواع رئيسية لتحليل الانحدار نجملها فيما يلي:

١ ـ الانحدار البسيط Simple Regrenion وهو يستخدم لدراسة العلاقة بين متغيرين فقط.

٢ ـ الانحدار الجزئي Partial Regrenion وهو يدرس العلاقة بين المتغير التابع وواحد فقط من المتغيرات المستقلة بفرض أن العوامل الأخرى ثابتة (أي بإهمال تأثير العوامل الأخرى).

٣ ـ الانحدار المتعدد Multiple Regression وهو يحدد مقدار العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة كلها. وهناك نوع آخر مشابه للانحدار المتعدد يسمى بالانحدار التدريجي Stepwise Regression وهو يعطي نسبة تفسير كل متغير

مستقل في اختلاف المتغير التابع، وتكون نسبة التفسير مرتبة حسب أهمية كل متغير مستقل (أي أنه يبدأ بتحديد أعلى نسبة أو أهم متغير وينتهي بأقل نسبة أو المتغير أقل أهمية في تفسير الاختلاف الذي يحدث في المتغير التابع).

ورغم وجود بعض الاختلافات في العمليات الحسابية لكل نوع من أنواع التحليل السابقة إلا أنها تسير في نفس الاتجاه تقريباً، وهو تحديد معادلة خط الانحدار للعلاقة بين متغيرين أو عدة متغيرات. وسنقتصر في دراستنا في هذا الفصل على تحليل النوع الأول من الانحدار (تحليل الانحدار البسيط) كأحد التحليلات الشائعة الاستخدام، حيث أن النوعين الآخرين (الانحدار الجزئي والانحدر المتعدد) يحتاجان إلى جهد كبير ووقت طويل في عملياتهما الحسابية كلما زاد عدد الحالات Cases والمتغيرات Variables. وقد ظهرت أهمية الحاسب الآلي Computer كعامل مساعد هام للقيام بمثل هذه العمليات الحسابي الطويلة، وكان لتقدم الدراسات الخاصة بنظم معالجة البيانات أن تعددت البرامج الجاهزة التي تستخدم في مثل هذا النوع من التحليل الإحصائي. ومن أمثلة هذه البرامج برنامج معروف في مراكز الحاسبات الآلية الكبيرة في جامعات المملكة المتحدة ضمن مجموعة من البرامج يطلق عليها (S.P.S.S). ويقوم هذا البرنامج بحساب العلاقات بين عدد كبير من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع.

### تحليل الانحدار البسيط

تجدر الإشارة قبل الخوض في تحليل الانحدار البسيط (بين متغيرين فقط) أن نذكر أن هناك شرطاً أساسياً في بيانات المتغيرات المستخدمة للتحليل وهو أن تكون هذه البيانات من نوع بيانات الفترة Intervally-Scaled Data في حالة المتغير التابع، ويستحسن أن تكون كذلك للمتغير المستقل. ولكن أحياناً يمكن أن تكون بيانات المتغير المستقل من نوع البيانات النوعية Nominally-Scaled Data. كما لا بد أن نوضح أن هناك بون شاسع بين تحليل الارتباط وتحليل الانحدار. فعلى الرغم من تشابه العلاقات الرياضية بين الارتباط والانحدار إلا أنهما يختلفان عن

بعضهما في النواحي التالية:

١ ـ تحليل الارتباط عبارة عن مقياس وصفي بينما تحليل الانحدار فهو مقياس كمي.

٢ ـ يشترط في تحليل الارتباط أن يكون توزيع بيانات كل المتغيرات توزيعاً معتدلاً، بينما يشترط في تحليل الانحدار أن تكون بيانات المتغير التابع (ص) فقط ذات توزيعاً معتدلاً، أما المتغير المستقل (س) فيجب أن تكون قيم مفرداته ثابتة Fixed (أي أن قيم (س) تقاس بدون أخطاء)، ولو أن الانحدار يتأثر بوحدات القياس ـ إلا أنه في بعض الحالات التي يحسب فيها الارتباط والانحدار فإننا نتغاضى عن الشرط الخاص بأن القيم المتغير المستقل (س) تكون قيماً ثابتة.

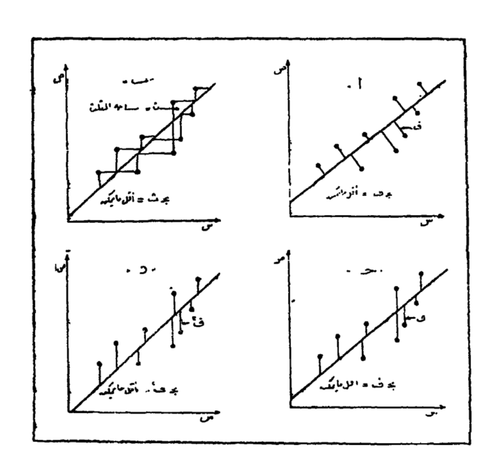
٣ ـ يشترط في تحليل الانحدار أن تكون هناك علاقة دالية بين المتغيرات، بينما لا يشترط ذلك في تحليل الارتباط.

وبصفة عامة فإن استخدام أسلوب الارتباط لا يحقق سوى قياس درجة العلاقة الارتباطية بين المتغيرين، بينما الهدف من أسلوب الانحدار هو دراسة التوقع أو التنبؤ بتغير المتغير التابع في ضوء معرفة التغيرات في المتغير المستقل وهو ما يطلق عليه بالعلاقة الدالية.

ويعتمد تحليل الانحدار لدراسة العلاقة بين ظاهرتين على تكوين فكرة مبدئية عن نوع هذه العلاقة وقوتها وذلك باستخدام ما يعرف بشكل الانتشار Scatter Diagram. فإذا مثلنا أزواج المشاهدات (القيم) الخاصة بالظاهرتين بيانياً نحصل على عدد من النقط التي قد تقع تماماً على خط مستقيم فيكون الارتباط تاماً ـ أو قد تنحرف عنه أو تأخذ شكلاً آخر غير الخط المستقيم. وعلى العموم إذا كانت هناك علاقة تربط الظاهرتين فإن النقط تنتشر بكل منتظم حسب نوع العلاقة الموجودة (علاقة عكسية أو علاقة طردية). أما إذا كانت النقط مبعثرة دون نظام ملحوظ فإن العلاقة تكون ضعيفة جداً أو منعدمة (انظر الفصل السابق عن تحليل الارتباط). والخط الذي تنتشر حوله النقط بانتضام يسمى خط الانتشار أو خط الانحدار

(ويكون هذا الخط مستقيماً أو منحنياً).

ومن المعلوم أن الخط الذي نوقعه لا يمر بجميع النقط (إلا في حالات خاصة) في شكل الانتشار وعلى ذلك تكون هناك بعض النقط التي تنحرف عن هذا الخط، وبالتالي إذا اخترنا أي قيمة للمتغير المستقل بمعلومية إحداثيها الأفقي وقدرنا قيمة الإحداثي الرأسي للمتغير التابع المناظرة لها فإن القيمة الأخيرة (المقدرة) سوف تختلف عن قيمة الإحداثي الرأسي المشاهدة والفرق بين القيمتين المقدرة والمشاهدة يسمى انحراف النقطة (البعد الرأسي لها) عن خط الانحدار (شكل رقم ١٢ ـ ١).



**شكل رقم (١٢ ـ ١): انحراف نقط تمثيل المتغيرين س، ص عن خط الانحدار**

ويمكن حساب معادلة خط الانحدار بطريقة المربعات الصغرى التي من خصائصها أن يكون مجموع مربعات انحرافات النقط عن خط الانحدار أصغر ما يمكن. ويكون خط الانحدار خطاً مستقيماً إذا كانت العلاقة بين المتغيرين علاقة دالية. والمعروف أن معادلة الخط المستقيم هي معادلة من الدرجة الأولى على صورة:

$$ص = م\,س \pm جـ$$

حيث ص في هذه الحالة هي قيمة المتغير التابع، س هي قيمة المتغير المستقل، وحيث م مقدار ثابت يمثل ميل خط الانحدار على المحور الأفقي، ويسمى معامل الانحدار Regression Coefficeent، وجـ مقدار ثابت أيضاً هو طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي بواسطة خط الانحدار. وبتعيين م، جـ يتعين خط الانحدار كما يمكن تقدير قيمة(ص) وهي القيمة التي تمثل التوقع أو التنبؤ المطلوب حيث أن قيمة (س) معروفة.

ولإيجاد معادلة خط الانحدار على الصورة السابقة تحسب قيم م، جـ التي تحقق الشرط العام لهذا الخط وهو أن مجموع مربعات انحرافات الأبعاد الرأسية للنقط عنه تكون أصغر ما يمكن. ويمكن الحصول عليها بواسطة عدة طرق أكثرها شيوعاً الطرق التالية:

$$(1)\quad م = \frac{مجـ\,س\,ص - \dfrac{(مجـ\,س \times مجـ\,ص)}{ن}}{مجـ\,س^{2} - \dfrac{(مجـ\,س)^{2}}{ن}}$$

$$(2)\quad م = \frac{\dfrac{مجـ\,س\,ص}{ن} - \bar{س}\,\bar{ص}}{ع^{2}_{س}}$$

حيث $\overline{س}$ المتوسط الحسابي للمتغير المستقل، $\overline{ص}$ هي المتوسط الحسابي للمتغير التابع، $ع^2_{س}$ هي تباين المتغير المستقل.

$$(٣)\ م = \frac{مجـ س ص - ن \overline{س}\ \overline{ص}}{مجـ س^2 - ن \overline{س}^2}$$

حيث ن هي عدد أزواج القيم للمتغيرين.

$$(٤)\ م = \frac{مجـ (س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{مجـ (س - \overline{س})^2}$$

إلا أنه لتسهيل العمليات الحسابية فإنه يفضل استخدام الصيغة رقم (٣). أما قيمة (جـ) فتحسب بالطريقة التالية بعد معرفة قيمة (م).

$$جـ = \overline{ص} - م \overline{س}$$

وعن طريق معرفة قيمة كل من م، جـ يمكن تحديد قيم المتغير التابع (ص) في ضوء أي تغير في قيم المتغير المستقل (س). ويرمز القيم (ص) المتوقعة بالرمز $\hat{ص}$. وتكون المعادلة المستخدمة في التوقع أو التنبؤ الصحيح في حالة متغيرين فقط كالآتي:

$$ص_1 = م س + جـ$$

مثال

لدراسة العلاقة بين عدد ساعات العمل وكمية الإنتاج (بالطن) لأحد مصانع الأسمدة، أخذت البيانات الآتية (جدول رقم ١٢ ـ ١) والمطلوب إيجاد المعادلة للعلاقة بين هذين المتغيرين.

جدول رقم (١٢ ـ ١) عدد ساعات العمل وكمية الإنتاج

| عدد ساعات العمل (س) | كمية الإنتاج (ألف طن) (ص) | $\text{س}^2$ | س ص | $(\text{س} - \bar{\text{س}})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| ١ر٠ | ١ر٠ | ١ر٠ | ١ر٠ | ٦٦ر١٠ |
| ٣ر٠ | ١ر٥ | ٩ر٠ | ٤ر٥ | ٣٧ر٥٨ |
| ٥ر٠ | ٢ر٠ | ٢٥ر٠ | ١٠ر٠ | ١٧ر٠٦ |
| ٧ر٠ | ٢ر٥ | ٤٩ر٠ | ١٧ر٥ | ٤ر٥٤ |
| ١٠ر٠ | ٣ر٠ | ١٠٠ر٠ | ٣٠ر٠ | ٠ر٧٦ |
| ١٢ر٠ | ٣ر٠ | ١٤٤ر٠ | ٣٦ر٠ | ٨ر٢٤ |
| ١٥ر٠ | ٤ر٠ | ٢٢٥ر٠ | ٦٠ر٠ | ٣٤ر٤٦ |
| ٢٠ر٠ | ٥ر٠ | ٤٠٠ر٠ | ١٠٠ر٠ | ١١٨ر١٦ |
| المجموع ٧٣<br>$\bar{\text{س}}$ = ٩ر١٢ | المجموع ٢٢<br>$\bar{\text{ص}}$ = ٢ر٧٥ | ٩٥٣ر٠ | ٢٥٩ر٠ | ٢٨٦ر٩ |

وبتطبيق صيغة م

$$= \frac{\text{مجـ س ص} - \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}}}{\text{مجـ س}^2 - \text{ن}\ (\bar{\text{س}})^2}$$

$$= \frac{\text{٢٥٩ر٠} - \text{٨} \times \text{٩ر١٢} \times \text{٢ر٧٥}}{\text{٩٥٣ر٠} - \text{٨}\ (\text{٩ر١٢})^2}$$

$$= \frac{\text{٢٥٩ر٠} - \text{٢٠٠ر٦٤}}{\text{٩٥٣ر٠} - \text{٦٦٥ر٣٩}}$$

$$= \frac{\text{٥٨ر٣٦}}{\text{٢٨٧ر٦١}}$$

م = ٠ر٢٠٣ (لاحظ أن قيمة م موجبة لأن العلاقة طردية).

ويطبق صيغة جـ = ($\overline{\text{ص}}$ − م $\overline{\text{س}}$)

= ٢ر٧٥ − ٠ر٢٠٣ × ٩ر١٢

= ٢ر٧٥٠ − ١ر٨٥١

ا = +٠ر٨٩٩

ويمكن حساب قيمة م على أساس الصيغة رقم (١) كما يلي:

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ})^{2}}{\text{ن}}}$$

$$= \frac{\text{٢٥٩ر٠} - \frac{\text{٧٣} \times \text{٢٢}}{\text{٨}}}{\text{٩٥٣ر٠} - \frac{(\text{٧٣})^{2}}{\text{٨}}}$$

$$= \frac{\text{٢٥٩ر٠} - \text{٢٠٠ر٧٥}}{\text{٩٥٣ر٠} - \text{٦٦٦ر١٣}}$$

$$\text{م} = \frac{\text{٥٨ر٢٥}}{\text{٢٨٦ر٨٧}}$$

+ ٢٠٣ر (وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها سابقاً) وتكون إذن معادلة خط الانحدار للبيانات السابقة هي:

ص = ٢٠٣ر س + ٨٩٩ر٠

يوضح الشكل (١٢ ـ ١) كيفية رسم خط الانحدار الذي يمثل العلاقة المتوقعة بين الظاهرتين عدد ساعات العمل وكمية الإنتاج فبعد أن يتم رسم محوري الصادرات والسينات، توقع النقط التي تمثل قيم الظاهرتين (المتغير س، ص). فمثلاً النقطة (١) في الشكل تبين نقطة التقاء قيمة (ص) المشاهدة عندما تكون (٠ر١) وقيمة (س) المشاهدة عندما تكون (٠ر١). وتمثل النقطة (٥) في الرسم نقطة التقاء (ص) عندما تكون (٠ر٣). (س) عندما تكون ٠ر١٠ كذلك تمثل النقطة (٧) التقاء قيمة (ص) عندما تكون (٠ر٤) بقيمة (س) عندما تكون ٠ر١٥ وهكذا. وبعد أن يتم تمثيل جميع النقط يرسم خط الانحدار وذلك بأن توصل نقطتين الأولى تمثل قيمة (جـ) على محور الصادرات وهي في حالة المثال السابق (+ ٨٩٩ر٠) والنقطة الثانية تمثل التقاء قيمتي متوسط س، ص (س، ص) وهي في هذه الحالة ١٢ر٩، ٧٥ر٢ (وتمثل النقطة أ في الشكل النقطة الثانية. وبعد أن توصل هاتين النقطتين بخط هو الذي يمثل خط الانحدار الذي يكتب على امتداده المعادلة التي يستدل بها عليه وهي عبارة عن:

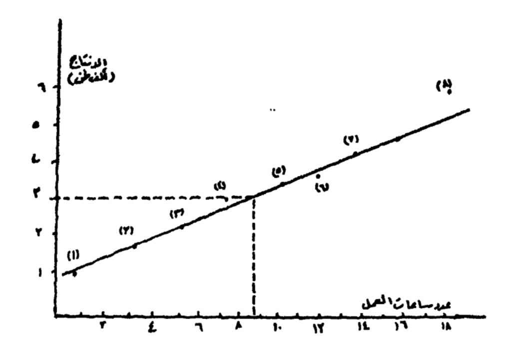
ص = ٢٠٣ر٠س + ٨٨٩ر٠

وهناك طريقة أخرى لرسم خط الانحدار بين النقط الموزعة على شكل الانتشار وهي أن نطبق معادلة خط الانحدار التي حصلنا عليها وذلك لأية قيمتين من قيم (س) وعن طريقها نحدد قيمتي (ص) المناظرتين وبعد توقيعهما على الرسم نوصل بينهما بخط ونمده حتى يلتقي بمحور الصادات ونوضح ذلك عن طريق حسبا قيمة (ص) عندما تكون (س) قيمتها ٠ر٤، ٠ر١٦ فيما يلي:

(١) ص = ٢٠٣ر × ٤ + ٨٩٩ر٠ = ١ر٧١١

(٢) ص = ٢٠٣ر × ١٦ + ٨٩٩ر٠ = ٤ر١٤٧

وتمثل النقطتين ب، ع في الشكل قيمتي ص (٧ر١، ١٥ر٤) المحسوبتين لقيمتي س ٠ر٤ و٠ر١٦ على الترتيب (نلاحظ أن القيمتين يقعان على نفس خط الانحدار المرسوم بالطريقة الأولى).




شكل رقم (١٢ ـ ٢) خط الانحدار لمتغيري عدد ساعات العمل
وكمية الإنتاج في أحد المصانع

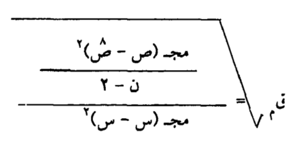
ومن الأهمية في تحليل الانحدار أن نوضح ما إذا كان معامل الانحدار (م) له دلالة إحصائية تمكن الباحث من معرفة مدى ترابط العلاقة بين المتغيرين (س، ص) أو بمعنى آخر توضيح ما إذا كان الارتباط بين المتغيرين بتأثير الصدفة أو العوامل أخرى. واختبار مستوى دلالة معامل الانحدار يعتمد على حساب قيمة (س) حيث يكون الغرض المختبر هو أن معامل الانحدار (م) تساوي صفراً.

ومن المعروف في تحليل الانحدار أنه يوجد نوعان من الانحرافات النوع الأول يسمى الانحرافات عن الانحدار وهي عبارة عن الفرق بين متوسط قيم

المتغير التابع أو (ص) والقيم المتوقعة (ص١) لهذا المتغير فيطلق عليه الانحرافات العشوائية والتي يرجع إلى الأخطاء العشوائية ويمكن إجراء اختبار مستوى دلالة معامل الانحدار (م) على النحو التالي:

ت = م / ق م   حيث ق هي الخطأ المعياري لمعامل الانحدار (م).

ق م = √ [ (مربع مجموع انحرافات الانحدار ÷ عدد القيم − ٢) ÷ مجموع مربعات انحرافات المتغيرات المستقل عن متوسط الحسابي ]



ق م = √ [ (مجـ (ص − صً)٢ ÷ ن − ٢) ÷ مجـ (س − س)٢ ]

وتسمى القيمة [مجـ (ص − صً)]٢ ÷ (ن − ٢) تباين الانحدار الذي يحسب من قيم (صً) المتوقعة وذلك بتطليق معادلة خط الانحدار التي حصلناعليها، ويتم ذلك على النحو التالي:

صً = ٠ر٢٠٣ س + ٠ر٨٩٩

صً١ = ٠ر٢٠٣ × ١ + ٠ر٨٩٩ = ١ر٥٠٨

صً٢ = ٠ر٢٠٣ × ٣ + ٠ر٨٩٩ = ١ر٥٠٨

صً٣ = ٠ر٢٠٣ × ٥ + ٠ر٨٩٩ = ١ر٩١٤

صً٤ = ٠ر٢٠٣ × ٧ + ٠ر٨٩٩ = ٢ر٣٢٠

$\hat{ص}_٥$ = ٠٫٢٠٣ × ١٠ + ٠٫٨٩٩ = ٠٫٩٢٩

$\hat{ص}_٦$ = ٠٫٢٠٣ × ١٢ + ٠٫٨٩٩ = ٣٫٣٣٥

$\hat{ص}_٧$ = ٠٫٢٠٣ × ١٥ + ٠٫٨٩٩ = ٣٫٩٤٤

$\hat{ص}_٨$ = ٠٫٢٠٣ × ٢٠ + ٠٫٨٨٩ = ٤٫٩٥٩

وتحسب الانحرافات كما في الجدول التالي:

| ص (المشاهدة) | $\hat{ص}$ (المتوقعة) | ص - $\hat{ص}$ |
|---|---|---|
| ١٫٠ | ١٫١٠٢ | - ٠٫١٠٢ |
| ١٫٥ | ١٫٥٠٨ | - ٠٫٠٠٨ |
| ٢٫٠ | ١٫٩١٤ | + ٠٫٠٨٦ |
| ٢٫٥ | ٢٫٣٢٠ | + ٠٫١٨٠ |
| ٣٫٠ | ٢٫٩٢٩ | + ٠٫٠٧١ |
| ٣٫٠ | ٣٫٣٣٥ | - ٠٫٣٣٥ |
| ٤٫٠ | ٣٫٩٤٤ | + ٠٫٠٥٦ |
| ٥٫٠ | ٤٫٩٥٩ | + ٠٫٠٤١ |
| | | مجـ - ٠٫٠٠٩ |

$$ق_م = \sqrt{\frac{\frac{(١ - ٠٫٠٩)^٢}{٦}}{٢٨٦٫٩}} = \sqrt{\frac{٠٫٠٠١٣٥}{٢٨٦٫٩}}$$

$$= \sqrt{٠٫٠٠٠٠٠٠٤٧} = ٠٫٠٠٠٢$$

∴ ت = ٠ر٢٠٣ / ٠ر٠٠٠٢ = ١٠١٥

وحيث أن قيمة (ت) النظرية في جداول توزيع ت بمستوى دلالة ٠ر٠١ ودرجات حرية (ن ـ ٢) = (٨ ـ ٢) = ٦ هي ٢ر٤٥، وحيث أن قيمة ت المحسوبة ١٠١٥ أكبر بكثير من قيمة (ت) النظرية لذلك نرفض الغرض القائل بأنه لا يوجد أية علاقة بين المتغيرين (س، ص) أو بعبارة أخرى ونقبل الغرض البديل وهو أن هناك علاقة بين المتغيرين (س، ص) في مستوى دلالة أو معنوية ٠ر٠١ أي أن هناك احتمال قدرة ٩٩٪ أن لا تكون العلاقة بين المتغيرين (س، ص) وقد حدثت بفعل الصدفة أو العشوائية.

وبعد أن أوضحنا كيفية حساب معادلة خط الانحدار وتمثيلها بيانياً وذلك لتحديد نوع العلاقة بين المتغيرين (س، ص)، يبقى تحديد قوة هذه العلاقة وتقاس قوة العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة بواسطة ما يسمى معامل التحديد ويرمز له بالرمز (ر٢) وهو عبارة عن مربع معامل الارتباط فإذا كان معامل الارتباط بين (س، ص) هو ٠ر٧٨ فإن معامل التحديد يساوي (٠ر٧٥)٢ = ٠ر٥٦. والفكرة وراء حساب معامل التحديد هي قياس مدى الاختلاف في قيم ص التي ترجع إلى اختلاف في قيم (س) وعلى ذلك إذا كانت العلاقة بين س، ص قوية فإن ذلك يعني ارتفاع قيمة معامل التحديد وتحسب معامل التحديد (ر٢) بالمعادلة الآتية: ـ

(ر٢) = م [(مجـ (س − س̄) (ص − ص̄)] / مجـ (ص − ص̄)٢

وبالرجوع إلى المثال السابق الخاص بالعلاقة بين ساعات العمل وكمية الإنتاج وحسبنا معامل التحديد لهذين المتغيرين لكان هو:

(ر٢) = ٠ر٢٠٣ (٥٨ر٠٠٨) / ١١ر٩٨ = ١١ر٧٧٥ / ١١ر٩٨٠ = ٠ر٩٨

أي أن (٩٨٪) من الاختلاف في قيم ص (كمية الإنتاج) يمكن تفسيرها باختلاف قيم س (عدد ساعات العمل وحدها) وأن (٢٪) من هذه الاختلافات ترجع إلى أخطاء عشوائية وإلى عامل الصدفة بالإضافة إلى عوامل أخرى تؤثر على كمية الإنتاج لهذا المصنع.

* * *

# الفصل الثالث عشر
# الإحصاءات السكانية
## Population Statistics

تتضمن الإحصاءات السكانية العد المنظم أو التعدادات السكانية والإحصاءات الحيوية التي تشمل حالات المواليد والوفيات والزواج والطلاق والأمراض في المجتمع قيد البحث. وهذه الإحصاءات من الأهمية بمكان عند دراسة النمو السكاني (أو الزيادة الطبيعية والهجرة) والمستوى الاجتماعي والصحي ونواحي التخطيط وتطوره من الناحية التعليمية أو الاقتصادية وتعتبر الإحصاءات الحيوية حجر الزاوية في علم السكان (أو الديموجرافيا) وفي التخطيط الاقتصادي للمجتمع موضع الدراسة ولعل أهم ركن من أركانه هو التعداد السكاني.

### تعداد السكان Population Census

يعرف التعداد بأنه عبارة عن عملية العد المنظم أو الحصر الواقعي لسكان أقليم ما خلال فترة زمنية محددة، وعملية التعداد عرفتها كل دول العالم تقريباً منذ أقدم العصور. فمثلاً قام قدماء المصريين بعمل التعدادات السكانية لمعرفة الأيدي العاملة اللازمة في بناء المعابد والسدود والإنشاءات العمرانية. وفي العصر الحديث أصبح التعداد السكاني من الأمور الهامة واللازمة في أي دولة وذلك لأغراض التخطيط الاقتصادي والعمراني لهذه الدولة.

وقد جرى العرف في أغلب دول العالم على إجراء التعدادات السكانية بصفة

دورية (كل عشر سنوات) لأن التغيرات الجوهرية في (العمر ـ النوع ـ المهنة . . . إلخ) لا تحدث على المدى القصير كما أن عملية التعداد نفسها تستلزم جهداً فائقاً وإمكانيات عالية كبيرة. وفي الوقت الحاضر استخدام الحاسب الآلي في عمل التعداد السكاني في معظم الدول المتقدمة.

وتتميز الإحصاءات السكانية الحديثة بأنها لا تعطي عدد السكان فحسب داخل الأقليم قيد البحث بل أنها تتضمن أيضاً جميع الإحصاءات الحيوية والمعلومات الخاصة بالأحوال المعيشية والصحية والزواجية والتعليمية والديانة والجنسية واللغة . . . إلخ.

### عملية التعداد

يجري التعداد السكاني في يوم معين كل عشر سنوات لحصر جميع الأفراد في مكان وجودهم أثناء التعداد. ويختار وقت مناسب لإجراء عملية التعداد بحيث لا يكون فيه للعوامل الخارجية التي قد تعطي صورة غير صحيحة أو سليمة عن التعداد مثل المواسم التي يكثر فيها دخول الأشخاص (المواسم السياحية) أو خروجهم (مواسم الحج) أو الحروب في الدولة التي يجري فيها التعداد.

وتقوم عملية التعداد السكاني على أساسين هما: التعداد الفعلي De Facto والتعداد النظري De Jure. ويعرف التعداد الفعلي للسكان بأنه عبارة عن الحصر (المسح) الشامل لجميع الأفراد الموجودين في وقت ومكان التعداد حتى لو كان هذا المكان بعيداً عن موطنهم. ويتميز هذا النوع من التعدادات السكانية بسهولة الحصر والبساطة أثناء عملية جمع البيانات عن خصائص السكان. ويستخدم التعداد الفعلي للسكان في الدول ذات المساحات المحدودة مثل مصر وإنجلترا. بينما يقصد بالتعداد النظري للسكان الحصر الشامل للأفراد حسب إماكن إقامتهم المعتادة سواء كانوا موجودين في أماكن الإقامة وقت التعداد أو غير موجودين. ومن أهم مميزات هذا النوع أنه يعطي صورة صادقة عن توزيع السكان في الدولة

التي يجري فيها التعداد بهذا الأسلوب. وتعتبر الولايات المتحدة الأمريكية وكندا وألمانيا من الدول التي تستخدم التعداد النظري عند إجراء التعدادات السكانية بها. وقد أجرى وفي جمهورية مصر أول تعداد عام ١٨٨٢ وقد بلغ عدد السكان آنذاك ٦ر٧١٢٬٠٢١ نسمة. وبعد خمسة عشر عاماً (أي عام ١٨٩٧) أجرى تعداد سكاني آخر تلاه تعدادات سكانية منتظمة كل عشرة سنوات حتى عام ١٩٤٧ وتأجل تعداد ١٩٥٧ حتى عام ١٩٦٠ بسبب العدوان الثلاثي عام ١٩٥٦، وفيما يلي جدول يوضح تعداد سكان مصر حسب النوع بالألف.

(جدول رقم ١٣ ـ ١): تعداد السكان بجمهورية مصر ١٨٨٢ ـ ١٩٨٠ حسب النوع (بالألف)

| سنة التعداد | ذكور | إناث | المجموع | نوع التعداد |
|---|---|---|---|---|
| ١٨٨٢ | ٣٣٤٥ | ٣٣٦٧ | ٦٧١٢ | تقديري |
| ١٨٩٧ | ٤٩١٤ | ٤٧٥٥ | ٩٦٦٩ | فعلي |
| ١٩٠٧ | ٥٦١٧ | ٥٥٧٣ | ١١١٩٠ | فعلي |
| ١٩١٧ | ٦٣٦٩ | ٦٣٤٩ | ١٢٧٧٨ | فعلي |
| ١٩٢٧ | ٧٠٥٨ | ٧٢١٠ | ١٤٧١٨ | فعلي |
| ١٩٣٧ | ٧٩٦٧ | ٧٦٥٤ | ١٥٩٢١ | فعلي |
| ١٩٤٧ | ٩٣٩٢ | ٩٥٧٥ | ١٨٩٦٧ | فعلي |
| ١٩٤٧ | ٩٣٩٢ | ٩٥٧٥ | ١٨٩٦٧ | فعلي |
| ١٩٦٠ | ١٣١١٨ | ١٢٩٦٧ | ٢٦٠٨٥ | فعلي |
| ١٩٦٦ | ١٥١٧٦ | ١٤٩٠٠ | ٣٠٠٧٦ | فعلي |
| ١٩٧٦ | ١٨٦٤٧ | ١٧٩٧٩ | ٣٦٦٢٦ | فعلي |
| ١٩٨٠ | ٢١٥٢٩ | ٢٠٧٦٠ | ٤٢٢٨٩ | تقديري |

المصدر: الكتاب الإحصائي السنوي لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ ـ ١٩٨٠، الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء (يوليو ١٩٨١).

**تقدير عدد السكان**

يعتمد تقدير عدد السكان على النحو السكان الذي يعرف بأنه عبارة عن مجموع الزيادة الطبيعية Natural Increase (الفرق بين المواليد والوفيات) وغير الطبيعة (الفرق بين الهجرة من والهجرة إلى الدولة) في الفترة الفاصلة بين التعدادين. كما يتوقف تقدير السكان على سهولة أو صعوبة الحصول على معلومات دقيقة عن كل من الزيادة الطبيعية وغير الطبيعية في الدولة التي يراد تقدير السكان لها، لأن النمو السكاني يخضع لعوامل كثيرة منها الحالة الاقتصادية أو الدينية أو الحروب. وفي أغلب الأحيان يصعب الحصول على بيانات دقيقة وكافية عن الهجرة السكانية من والي الدولة، ولذا تتخذ بعض الطرق الحسابية كأساس لحساب لنمو السكاني. ومن بين هذه الطرق: المتوالية العددية (الحسابية) والمتوالية الهندسية والمعادلة الأسية.

**(١) المتوالية العددية:** تتخذ المتوالية العددية أساساً لتقدير السكان في سنوات ما بين التعدادات. وتعد طريقة المتوالية العددية أبسط العوامل في حساب التغير السكاني، ويتم ذلك بقياس الزيادة العددية لسكان بين تعدادين متتالين.

فإذا افترضنا أن عدد السكان في محافظة ما في سنة الأساس ١٩٧٠ كان ١٦٥٠٠٠ نسمة وإذا فرضنا أن تعداد هذه المحافظة في سنة الأساس ١٩٨٠ كان ٢٧٠ر٠٠٠ نسمة فإن معدل الزيادة في عشر سنوات هو:

$$\frac{٢٧٠ر٠٠ - ١٦٥ر٠٠٠}{١٠} = \frac{١٠٥٠٠٠}{١٠} = ١٠ر٥٠٠ \text{ نسمة كل سنة}$$

وبناء على استخدام المتوالية العددية أي أن الزيادة السكانية تخضع لتوالي العدد الذي يتخذ الصورة الآتية:

س، س + ص، س + ٢ ص، س + ٣ ص، ٠٠٠٠٠٠٠

حيث أن س هي عدد السكان في سنة الأساس الأولى (١٦٥ر٠٠٠) ص هي

الزيادة السنوية (١٠ر٥٠٠) فإننا نتمكن من حساب عدد السكان لهذه المحافظة في أي سنة من السنين في الفترة بين ١٩٧٠، و ١٩٨٠، فمثلاً يمكن إيجاد عدد السكان على هذا الأساس عام ١٩٧٧ وهو:

عدد السكان عام ١٩٧٧ = ١٦٥ر٠٠٠ + (١٠ر٥٠٠ × ٧)
= ١٦٥ر٠٠٠ + ٧٣ر٥٠٠٠
= ٢٣٨ر٥٠٠ نسمة

ويعاب على طريقة المتوالية العددية أنها تخالف ديناميكية النمو السكاني الذي يأخذ شكل متوالية هندسية، أي وفق قانون الفائدة المركبة، أي أن الزيادات المطلقة المتتالية في عدد السكان نتيجة قيمة النمو المتساوية لا تكون متساوية، كما أن معدل النمو الثابت الذي يتكرر سنوياً تنتج عنه زيادة مطلقة كبيرة لأن عدد السكان في سنة الأساس يتزايد بإطراد.

**(٢) المتوالية الهندسية:** تتخذ المتوالية الهندسية أساساً لحساب معدل الزيادة السكانية إذا كان معدل زيادة السكان يتبع، حسب نظرية مالتوس، متوالية هندسية وذلك على النحو التالي:

إذا كان تعداد السكان في أي سنة بين تعدادين متتالين هو (ع)، وأن تعداد السكان في السنة المتخذة أساساً للتعداد هو (أ)، وأن تعداد السكان في السنة النونية بعد سنة الأساس هو (ب)، فإن المعدل السنوي للزيادة السكانية (د) يساوي: لوغاريتم (١+ د) = $\frac{١}{ن}$ (لو $ب_ن$ ـ لو أ) حيث ن هي طول الفترة بين تاريخي التعدادين بالسنوات، ويفضل استخدام المتوالية الهندسية كأساس لحساب معدل الزيادة السكانية عندما تكون الفترة الزمنية بين كل تعدادين متتالين طويلة. كما ينبغي استخدام اللوغاريتمات في إيجاد معدل الزيادة السنوية.

**مثال:**

إذا كان تعداد سكان إحدى الدول في سنة ١٩٧٠ هو ٦ر٥٠٠٠ر٠٠٠

نسمة، وكان سنة ١٩٨٠ ٠٠٠ر٠٠٠ر٧ نسمة، والمطلوب حساب عدد السكان سنة ١٩٧٥ على أساس أن الزيادة السكانية تتم على شكل متوالية هندسية. فبناء على المعطيات السابقة يمكن إيجاد عدد السكان المطلوبة كما يلي: ـ

$$\text{لو } (١ + \text{ن}) = \frac{١}{١٠}(\text{لو } ٠٠٠ر٠٠٠ر٧ + \text{لو } ٠٠٠ر٥٠٠ر٦)$$

$$= \frac{١}{١٠}(٦ر٨٤٥١ - ٦ر٨١٢٩) = ٠ر٠٠٣٢٢$$

وبإيجاد العدد المقابل من جداول الأعداد المقابلة للوغاريتمات فإن:

١ + د = ٠ر٠٠٧

∴ د = ٠ر٩٩٣

ويكون عدد سكان هذه الدولة سنة ١٩٧٥ = ٠٠٠ر٥٠٠ر٦ (د)$^{٥}$

∴ $\text{لو}_{ع}$ = لـو ٠٠٠ر٥٠٠ر٦ + ٥ لـو ٠ر٩٩٣

= ٦ر٨١٢٩ + ٥ × ٠ر٠٠٣٢ =

= ٠٠٠ر٧٢٠ر٦

∴ التعداد السكاني لهذه الدولة سنة ١٩٧٥ = ٠٠٠ر٧٢٠ر٦ نسمة تقريباً.

(٢) **المعادلة الآسية**: وهي من الطرق الدقيقة في استخراج معدل الزيادة السكانية وبالتالي التقدير الدقيق لعدد السكان في الفترة بين سنوات التعدادات. وتعتمد هذه الطريقة على حساب نمو السكان بالصيغة الآتية:

$$\text{ل}_{٢} = \text{ل}_{١} \text{ هـ}^{\text{دن}}$$

حيث $\text{ل}_{١}$ هي عدد السكان في التعداد الأول، $\text{ل}_{٢}$ هي عدد السكان في التعداد الثاني، هـ هي القوى الأسية التي يرفع إليها معدل الزيادة السنوية والزمن ومقدارها

ثابت وهو يساوي ٢٫٧١٨٢٨، ن هي الفترة الزمنية الفاصلة بين التعدادين، د هي معدل النمو السكاني. وباستخدام اللوغاريتمات لإيجاد معدل الزيادة وتبعاً لقوانينها يتحول لوغاريتم الصيغة السابقة $ل_٢ = ل_١ هـ^{دن}$ إلى:

$$لو ل_٢ = لو ل_١ = د ن لو هـ$$

$$لو ل_٢ - لو ل_١ = د ن لو هـ$$

وبما أن لو هـ أو لو ٢٫٧١٨٢٨ = ٠٫٤٣٤٣ تقريباً فإن:

$$لو ل_٢ - لو ل_١ = د ن \times ٠٫٤٣٤٣$$

$$\therefore د = \frac{لو ل_٢ - لو ل_١}{ن \times ٠٫٤٣٤٣}$$

**مثال**

إذا كان عدد سكان مصر سنة ١٩٦٠ (سبتمبر) هو ٢٥٫٩٧٤٫١٠١ نسمة والمطلوب تقدير عدد السكان سنة ١٩٦٥ باستخدام المعادلة الآسية. تبعاً لهذه المعطيات وبتطبيق طريقة المعادلة الآسية السابقة ينتج أن:

$$معدل النمو السنوي د = \frac{ل_٢}{ل_١} \div (ن \times ٠٫٤٣٤٣)$$

وحيث:

$$\frac{ل_٢}{ل_١} = \frac{٢٩٩٤٣٨١٠}{٢٥٩٨٤١٠١} = ١٫١٥٢٢٤$$

ولو ١٫١٥٢٢٤ = ٠٫٠٦١٥

وبما أن ن = ٧٦ر٥ سنة

$$\therefore \text{د} = \frac{٠٦١٥\text{ر}٠}{٦٧\text{ر}٥ \times ٤٣٤٣\text{ر}٠} = \frac{٠٦١٥\text{ر}٠}{٤٦٢٤٨\text{ر}٢}$$

وبما أن الفترة الفاصلة بين تعداد ١٩٦٠ (سبتمبر) ومنتصف سنة ١٩٦٥ المراد تقدير السكان بها هي ٧٥ر٤ سنة (من ٢٠ سبتمبر ١٩٦٠ حتى ١ يوليو ١٩٦٥) فإن:

سكان ١٩٦٥ = سكان ١٩٦٠ × هـ ٠٢٤٩ر٠ × ٧٥ر٤

أو لو سكان ١٩٦٥ (ل) = (لو ١٩٦٠ (ل)) + د ن لو هـ)

= لو ٢٥٩٨٤١٠١ + (٠٢٤٩ر٠ × ٧٥ر٤) × (٤٣٤٣ر٠)

= ٤١٤٧ر٧ + (١١٨٧٥ر٠ × ٤٣٤٣ر٠)

= ٤٦٦٢٩ر٧

وبإيجاد العدد المقابل من جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات فإن الرقم المقابل للعدد ٤٦٦٢٩ر٧ هو ٠٠٠ر٢٦٠ر٢٩

∴ تقدير سكان مصر في منتصف عام ١٩٦٥ هو ٠٠٠ر٢٦٠ر٢٩ نسمة تقريباً.

**الإحصـاءات الحيويـة**

تمثل الإحصاءات الحيوية المصدر الثاني الأساسي للإحصاءات السكانية على اعتبار أن تعدادات السكان هي المصدر الأول الذي يعطي صورة محددة عن عدد السكان بالإضافة إلى العديد من الخصائص السكانية لدولة معينة في فترة زمنية محددة، على نحو ما ذكرنا. كما تبدو أهمية الإحصاءات الحيوية في إعطائها صورة ديناميكية للأحداث الحيوية المحيطة بالإنسان وفي الاعتماد عليها في حساب المقاييس الديموجرافية التي تلقي الضوء على المتغيرات التي تطرأ على

حياة السكان، وتزيد القدرة على معرفة وتتبع خصائص المجتمعات السكانية بصفة مستمرة.

وتشمل الإحصاءات الحيوية، في هذا الإطار، كل ما يتم تسجيله من أحداث حيوية تتعلق بالإنسان، كفرد من المجتمع الذي يعيش فيه، مثل تسجيل المواليد (أحياء وأمواتاً) والوفيات والهجرة والزواج والطلاق.

وتأخذ معظم الدول في الوقت الحاضر بنظام التسجيل الإجباري لما قد يقع من أحداث حيوية، فمثلاً يجب تسجيل المولود عند ولادته، والمتوفى عند وفاته، وتاريخ الزواج عند عقد الزواج، وكذلك الطلاق. ويتم تسجيل هذه الحادثات في مكاتب خاصة لذلك تحت الإشراف الحكومي القانوني والإداري، حيث تمنح شهادات رسمية لنوع التسجيل مثل شهادة الميلاد والزواج والطلاق والوفاة.. الخ. وتعتبر السجلات التي يتم فيها تسجيل الحادثات الحيوية للأشخاص في سجلات خاصة تعد المصدر الرئيسي الذي تستقي منه الإحصاءات الحيوية، والتي يمكن الاعتماد عليها في الحصول على بيانات ديموجرافية تلقي الضوء على التغيرات الحيوية المستمرة التي تطرأ على حياة السكان وبالتالي تمكننا من حساب ومعرفة بعض المقاييس والمؤشرات الديموجرافية التي ترسم صورة كاملة لخصائص المجتمع السكاني.

### المقاييس المؤشرات الديموجرافية

بعد استخلاص المقاييس والمؤشرات الديموجرافية، سواء كان من تعداد السكان أو من الإحصاءات الحيوية، من الجوانب الهامة في الدراسات السكانية - فهي تعطي وصفاً إحصائياً للمجتمع السكاني وتحدد ملامحه وأهم خصائصه الديموجرافية، بالإضافة إلى أنها تعطي فرصة للمقارنة بين المجتمعات السكانية بعضها بالبعض الآخر مما يساعد على التعرف على الأسباب للمشكلات السكانية في هذه المجتمعات ومحاولة وضع الحلول لها. هذا إلى جانب أن هذه المقاييس

التنبؤ بالعديد من الظواهر السكانية ومحاولة تحديد نمط سكاني معين في المستقبل. وتتوقف دقة وصحة المقاييس الديموجرافية على درجة تكامل أسلوب تسجيل الإحصاءات السكانية، ومدى تجاوب الأفراد عند تسجيل الحادثات الحيوية لهم إلى جانب القدرة على حفظ هذه السجلات لمدة طويلة وجعلها تحت طلب الباحثين والمسؤولين وبطريقة كاملة.

والمقاييس والمؤشرات الديموجرافية متنوعة ومتعددة فمنها ما يستمد من بيانات التعدادات السكانية مثل مقاييس التوزيع السكاني والتركيب السكاني، ومنها ما يستمد من بيانات الإحصاءات الحيوية مثل مؤشرات التغير السكاني (الخصوبة والوفيات).

## أولاً: المقاييس الديموجرافية للتوزيع السكاني

لا شك أن معرفة البيانات الديموجرافية الخاصة بالتوزيع السكاني لها فائدة كبيرة عند وضع خطط التنمية الاقتصادية والاجتماعية للدولة. فإلى جانب معرفة عدد السكان (حسب النوع والسن) في المناطق المختلفة لأي دولة، تفيد دراسة التوزيع الجغرافي للسكان في مجالات مختلفة حيث أنها تتيح معرفة مدى انتشار السكان في مساحات معينة، ومعرفة درجة التركز السكاني في المدن والقرى، مما يسمح بعمل المقارنات بين المناطق بعضها بالبعض الآخر ووضع المقاييس الضرورية لإتمام المقارنة. ومن أهم مقاييس التوزيع السكاني ما يلي: ـ

### (١) كثافة السكان Population Density

عند تحليل صورة التوزيع السكاني في أقليم ما أو دولة ما أو حتى في رقعة محددة من البسيطة فإن الباحث يهتم بمعرفة عدد (حجم السكان) في ذلك الأقليم أو تلك الدولة، لأن توزيع السكان لا يكون منتظماً في المناطق المختلفة، ويرتبط ذلك بمجموعة من العوامل الطبيعية والاقتصادية والاجتماعية التي تختلف أهميتها

النسبية من مكان لآخر، والتي تتداخل مع بعضها البعض في شكل مترابط ومعقد عند تحديد تركز السكان في مكان ما وتبعثرهم أو تشتتهم في مكان آخر.

ولتحديد رقم معين يوضح العلاقة بين عدد السكان ومساحة الأرض التي يعيشون عليها، يلجأ الباحث إلى استخدام بعض المقاييس والمؤشرات التي توضحها فيما يلي:

(أ) الكثافة الخام (الحسابية) **Crude Density**

يعبر عن الكثافة السكانية الخام بنسبة عدد السكان في منطقة ما أو دولة ما إلى المساحة الكلية لتلك المنطقة أو الدولة وتأخذ هذه النسبة الصيغة الآتية:

$$\text{كثافة السكان} = \frac{\text{عدد السكان في الدولة}}{\text{المساحة الكلية لهذه الدولة}}$$

ويصور هذا المقياس متوسط عدد السكان لكل كيلو متر مربع أو ميل مربع. فمثلاً إذا كان عدد السكان في مصر سنة ١٩٧٦ هو ٣٨١٩٨٢٠٤ وأن المساحة الكلية هي ١٠٠٢٠٠٠ كيلو متراً مربعاً فإن:

$$\text{كثافة السكان في مصر ١٩٧٦} = \frac{\text{٣٨١٩٨٢٠٤}}{\text{١٠٠٢٠٠٠}} = \text{٣٨ نسمة في الكيلو متر المربع تقريباً}$$

ويعتبر قياس الكثافة الخام من أبسط أنواع المقاييس المستخدمة في دراسات السكان لأنه لا يعطي إلا فكرة بسيطة عن مدى تركز السكان في الدولة أو المنطقة، أو بعبارة أخرى يكون مدلول هذا المقياس سطحياً كما تتناسب فائدته تناسب عكسياً مع كبر المساحة للمنطقة مما تؤدي إلى تقليل قيمته عند مقارنته بالمناطق الصغيرة المساحة كما أنه لا يعبر عن العلاقة بين السكان والمساحة التي يعيشون عليها.

(ب) الكثافة الفيزيولوجية Physiological Density

يأخذ هذا المقياس في اعتباره المساحة الآهلة بالسكان فقط دون اعتبار للأراضي الخالية من السكان، مثل الصحارى والبحيرات والأنهار والأراضي الجبلية... الخ. وبذلك يمكن استخدام هذا المقياس في حساب كثافة السكان في الأراضي الزراعية فقط بالصيغة الآتية:

الكثافة الفيزيولوجية =

$$\frac{\text{عدد السكان في دولة ما}}{\text{المساحة المؤهولة (الأراضي الزراعية) في هذه الدولة}}$$

ويمكن على أساس الصيغة السابقة حساب الكثافة الفيزيولوجية لمصر في سنة ١٩٧٦ كما يلي:

الكثافة الفيزيولوجية لمصر = $\frac{٣٨١٩٨٢٠٤}{٣٥٥٨٠}$ = ١٠٧٣ نسمة (تقريباً) في الكيلو متر المربع.

وتجدر الإشارة هنا إلى أنه يجب أخذ الحيطة والحذر عند التعامل مع هذا المقياس، برغم أهميته في الدراسات السكانية وذلك لأن المساحة غير الآهلة بالسكان قد تكون مستغلة في مجالات اقتصادية أخرى مثل المراعي أو الغابات أو التعدين... الخ، هذا إلى جانب أن الأراضي الآهلة بالسكان أو الأراضي الزراعية قد تتباين في قدراتها الإنتاجية، بسبب اختلاف خصوبتها، مما يؤدي إلى الحصول على صورة غير دقيقة عن العلاقة بين توزيع السكان والأراضي الزراعية.

(٢) نسبة التركز السكاني Concentration Ratio

تهدف دراسة توزيع السكان كما أسفلنا إلى محاولة التعرف على نمط التركز

السكاني في الدولة أو المنطقة، أو بمعنى آخر التعرف على مدى نزعة السكان إلى التركز في منطقة دون الآخر داخل حدود الدولة، أو التشتت داخل هذه الحدود. وتقوم مثل هذه الدراسة على أساس توزيع كثافة السكان داخل المناطق المختلفة (الأقسام) للدولة أو الأقليم والتي سبق أن ذكرنا أن تبين العلاقة بين توزيع السكان والمساحة المأهولة، وليس على أساس التوزيع العددي للسكان بها.

تعرف نسبة التركز السكاني بأنها عبارة عن نصف مجموع الفرق الموجب بين النسبة المئوية للمساحة المأهولة من المساحة الكلية والنسبة المئوية لعدد السكان في كل منطقة من المناطق من جملة السكان في كل منطقة من المناطق من جملة السكان في الدولة أو الأقليم وتأخذ هذه النسبة الصيغة الآتية:

$$\text{نسبة التركز} = \frac{١}{٢} \text{مجـ} (\text{س} - \text{ص})$$

حيث س = النسبة المئوية لمساحة المنطقة إلى جملة المساحة الكلية للدولة.

ص = النسبة المئوية لعدد سكان المنطقة إلى جملة سكان الدولة.

ويكون توزيع السكان مثالياً إذا كانت هذه النسبة مساوية للصفر، وكلما زادت قيمتها عن الصفر كلما كان ذلك دليلاً على عدم تساوي توزيع السكان أي نزعتهم إلى التركز، وكلما قلت (أي اقتربت من الصفر) كلما اتجه التوزيع السكاني نحو التشتت الذي يبدو مميزاً له. فمثلاً يزيد عدد السكان في قسم محرم بك عن أي قسم إداري آخر بمحافظة الإسكندرية بحيث تصل النسبة المئوية لعدد سكان هذا القسم من جملة السكان الكلية في المحافظة إلى ١٧ر٣٪ (حسب تعداد ١٩٦٠)، بينما تصل النسبة المئوية لمساحة هذا القسم من المساحة الكلية للمحافظة إلى ١ر٣ ٪ وعلى ذلك فإن نسبة التركز السكاني لقسم محرم بك تصل إلى $\frac{١}{٢}$ × ١٦ = ٨ ٪. وفي قسم إداري آخر من أقسام المحافظة وهو قسم

المنتزه الذي تصل النسبة المئوية لمساحته من المساحة الكلية للمحافظة إلى ٦٠٪، بينما تبلغ النسبة المئوية لعدد سكان الدخيلة من جملة سكان المحافظة ٨ر١١٪، وبذلك تكون نسبة التركز السكاني في هذا القسم هي $\frac{١}{٢}$ × ٢ر٤٨ = ١ر٢٤٪.

ونستنتج من ذلك أن توزيع السكان في قسم المنتزه يكون غير متساوي أو يزداد تركز السكان لويس تشتيتهم، تبعاً لزيادة نسبة هذا التركز (١ر٢٤٪) عن قسم محرم بك.

(٣) درجة التزاحم السكاني Crowding

تعد درجة التزاحم السكاني أو ما يعرف بدرجة الإزدحام من أنسب مقاييس تركز السكان في المدن بأقسامها الإدارية المختلفة أو الدولة كليها. ويعبر عن مقياس درجة التزاحم بنسبة عدد السكان في المدينة أو الدولة إلى عدد الحجرات في المدينة أو الدولة كلها في فترة زمنية محددة، ويمكن حسابه كما يلي:

$$\text{درجة التزاحم} = \frac{\text{عدد السكان في المنطقة}}{\text{مجموع عدد الغرف التي يقطنها هؤلاء السكان}}$$

فمثلاً إذا كان سكان مدينة ما عام ١٩٧٦ هو ٥ مليون نسمة وعدد الحجرات في هذه المدينة يقدر بحوالى مليون حجرة فإن:

$$\text{درجة التزاحم المقدرة في تلك المدينة} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠٠} = \text{٥ أفراد لكل حجرة في المتوسط}$$

وبصورة عامة فإن مقياس درجة التزاحم السكاني يعتبر من المقاييس الهامة

التي تتخذ كمؤشر لبيان المستوى الاجتماعي والاقتصادي للسكان، كما أنه مفيد جداً في الدراسات الديموجرافية.

وبصفة عامة فإن مقياس درجة التزاحم السكاني يعتبر من المقاييس المفيدة التي تتخذ كمؤشر لكثير من المتغيرات الديموجرافية كالمواليد والوفيات بعامة ووفيات الأطفال الرضع بصفة خاصة، كما أنه يعد من المقاييس الهامة في الدراسات الصحية وعند وضع الخطط الإسكانية والمواصفات السكنية.

## ثانياً: المقاييس الديموجرافية للتركيب السكاني:

تفيد دراسة التركيب السكاني في معرفة الخصائص الديموجرافية لمجتمع سكاني معين من ناحية التركيب النوعي والعمري والحالة المدنية (الزواج والطلاق) والحالة التعليمية والاقتصادية واللغوية والدينية وحجم وتكوين الأسر في هذا المجتمع وترجع أهمية دراسة التركيب السكاني للمجتمع إلى أنها توضح الملامح الرئيسية للمجتمع من حيث التباين الأقليمي والعوامل المؤثرة فيه كما أنها تتيح الفرصة لمعرفة حقيقة الوضع السكاني في المجتمع وإمكانياته وما يملكه من موارد بشرية حسب مجالات النشاط الاقتصادي المختلفة التي على أساسها يمكن وضع الحلول الضرورية للمشاكل السكانية. ويعد كل من التركيب النوعي والعمري للسكان من أهم الخصائص التي لها تأثيراً هاماً على صفات المجتمعات السكانية كما أنها تعد عاملاً محدداً للكثير من المتغيرات الديموجرافية التي تعد أساساً لتحليل العمليات الحيوية مثل النمو السكاني والمواليد والوفيات والهجرة. وفيما يلي عرض لأهم المقاييس الديموجرافية الخاصة بالتركيب العمري والنوعي Age-Sex Composition المستخدمة في الدراسات الديموجرافية.

### (١) نسبة النوع

تعرف نسبة النوع كقياس للتركيب النوعي للسكان بأنها عبارة عن النسبة

المئوية لعدد الذكور أو الإناث بالنسبة لبعضها البعض أو بالنسبة لمجموع كل منهما. فإذا فرضنا مثلاً أن عدد الذكور في أحد المجتمعات السكانية هي (س) وعدد الإناث لنفس المجتمع السكاني هي (ص)، وأن عدد الذكور ف بالفئة العمرية ف هو ($س_ف$) وعدد الإناث في نفس الفئة العمرية في نفس المجتمع هو ($ص_ف$) فتكون لدينا نسبة النوع التالية:

أ - $\frac{س}{ص} \times ١٠٠$ أو $\frac{ص}{س} \times ١٠٠$

ب - $\frac{س}{س + ص} \times ١٠٠$ أو $\frac{ص}{ص + س} \times ١٠٠$

جـ - $\frac{س ف}{ص ف} \times ١٠٠$ أو $\frac{ص ف}{س ف} \times ١٠٠$

**مثال**

في تعداد ١٩٧٦ لجمهورية مصر كان عدد السكان الذكور ١٨٦٤٧٠٠٠ وعدد السكان الإناث ١٧٩٧٩٠٠٠ فإن:

أ - نسبة الذكور إلى الإناث $= \frac{س}{ص} \times ١٠٠$

$= \frac{١٨٦٤٧٠٠٠}{١٧٩٧٩٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٠٣٫٧\%$

ب - نسبة الإناث إلى الذكور $= \frac{ص}{س} \times ١٠٠$

$$= \frac{١٧٩٧٩٠٠٠}{١٨٦٤٧٠٠٠} \times ١٠٠ = ٩٢٪$$

ج ـ نسبة الذكور إلى المجموع الكلي لعدد السكان = $\frac{س}{س + ص} \times ١٠٠$

$$= \frac{١٨٦٤٧٠٠٠}{٣٦٦٢٦٠٠٠} \times ١٠٠$$

$$= ٩ر٥٠٪$$

د ـ نسبة الإناث إلى المجموع الكلي لعدد السكان = $\frac{ص}{ص + س} \times ١٠٠$

$$= \frac{١٧٩٧٩٠٠٠}{٣٦٦٢٦٠٠٠} \times ١٠٠$$

$$= ١ر٤٩٪$$

وتجدر الإشارة إلى هنا إلى أن نسبة الذكور إلى الإناث تختلف باختلاف الفئة العمرية وبالتالي فإنه من الأفضل إدخال الفئة العمرية في الاعتبار عند حساب نسبة النوع. كما تختلف نسبة النوع باختلاف المستوى المعيشي والحضاري فهي في المدن أقل منها في الريف، بالإضافة إلى تأثرها بالحروب والخصوبة والهجرة (الحركة السكانية) من وإلى الدولة.

ويستخدم مقياس نسبة النوع في تشخيص المجتمعات السكانية وضع خصائص عامة عنها مما يسهل إجراء المقارنات بينها أو بين بيانات التعدادات المختلفة لنفس المجتمع السكاني عن طريق رسم هرم سكاني للتركيب النوعي والعمري من تعداد السكان، حيث يجمع الهرم السكاني نسب الذكور والإناث إلى العدد الكلي للسكان لفئات العمر المختلفة. راجع شرح طريقة رسم الهرم السكاني وأشكال الإهرامات السكانية المختلفة في الفصل الخاص بطرق العرض البياني للبيانات الإحصائية في هذا الكتاب).

**(٢) نسبة الإعالة Dependency Ratio**

تعد نسبة الإعالة نتاجاً للتركيب العمري والنوعي، كما تتخذ نسبة الإعالة كمؤشر إحصائي لمعرفة العبء الاقتصادي الذي تتحمله الفئات المنتجة (النشيطة اقتصادياً) في المجتمع لوجود فئات أخرى غير منتجة (أي فئات استهلاك) به. ومن الثابت أن أقليم يزيد فيه نسبة السكان المنتجين يكون أفضل اقتصادياً من أقليم تقل فيه هذه النسبة مع افتراض تساوي الظروف الاجتماعية والديموجرافية الأخرى في الأقليمين.

ويتفق معظم الدراسين في علم السكان على اعتبار أن الفئات المنتجة في المجتمع هي الفئات العمرية التي تنحصر بين سن ١٥ سنة و ٦٠ سنة، وأن الفئات غير المنتجة اقتصادياً أو المعولين هي فئة تقل سنهم عن ١٥ سنة وتعرف «بالمعولين» الصغار وفئة من تزيد أعمارهم على الستين» وتعرف «بالمعولين الكبار أو المسنين» وتحسب نسبة إعالة الصغار كما يلي:

$$\text{نسبة إعالة الصغار} = \frac{\text{عدد السكان أقل من ١٥ سنة}}{\text{عدد السكان في المدى العمري (١٥ ـ ٦٠)}} \times ١٠٠$$

فمثلاً إذا تبين في تعداد أحد السنوات أن عدد السكان أقل من ١٥ سنة هو

١٤ مليون طفلاً وأن عدد السكان المنتجين في المدى العمري (١٥ ـ ٦٠) هو ١٨ مليون نسمة فإن:

$$\text{نسبة إعالة الصغار} = \frac{١٤}{١٨} \times ١٠٠ = ٧٧٫٧\%$$

وتكون النتيجة أن كل ١٠٠ فرد من الأفراد المنتجين اقتصادياً في المدى العمري (١٥ ـ ٦٠) في المجتمع يعولون حوالى ٧٨ من الأطفال في الفئة العمرية أقل من ١٥ سنة في هذا المجتمع. وبنفس الطريقة تحسب نسبة إعالة المسنين على النحو التالي:

$$\text{نسبة إعالة المسنين} = \frac{\text{عدد السكان أكثر من ٦٠ سنة}}{\text{عدد السكان في المدى العمري (١٥ ـ ٦٠)}} \times ١٠٠$$

$$\text{نسبة إعالة المسنين} = \frac{٢}{١٨} \times ١٠٠ = ١١٫١\%$$

وهذا يعني أن كل ١٠٠ فرد في سن الإنتاج (١٥ ـ ٦٠)، يقومون بإعالة حوالى ١١ فرداً في سن ٦٠ فأكثر.

وبديهي أن نسبة الإعالة الكلية Tata (Dependency Ratio) هي مجموع نسبة إعالة الصغار وإعالة المسنين. فالدولة أو الأقليم الذي يضم كلتا النسبتين السابقتين تكون نسبة الإعالة الكلية به ٨٨٫٨٪ أي أن كل ١٠٠ فرداً من المنتجين اقتصادياً يعولون حوالى ٨٩ فرداً دون سن ١٥ سنة وأكثر من ٦٠ سنة.

ومما يؤخذ على مقياس نسبة الإعالة السابق أنه يأخذ في اعتباره أن كل السكان في المدى العمري (١٥ ـ ٦٠) منتجين والفئات الأخرى مستهلكين، مما تترتب عليه وصف النسب المستخلصة السابقة بالنسب الخام Crude للإعالة. ولكن من المعروف بأن الأفراد المنتجين هم الأفراد الذي يسهمون مباشرة في الإنتاج في

الفئات العمرية المختلفة من الذكور والإناث ومن عداهم يعتبر من المعولين بصرف النظر عن الفئة التي ينتمون إليها ولذا فإن نسبة الإعالة الحقيقية True Dependeacy Ratio هي نسبة عدد الأفراد غير المنتجين (غير العاملين) لكل مائة من الأفراد المنتجين وتحسب بالصيغة الآتية:

$$\text{نسبة الإعالة الحقيقية} = \frac{\text{عدد السكان المعولين (كل السكان غير العاملين)}}{\text{جملة عدد السكان العاملين}} \times ١٠٠$$

فمثلاً من بيانات تعداد أحد السنوات تبين أن عدد السكان غير العاملين في جميع فئات السن المختلفة في أحد الأقاليم هو ١٢ مليون فرد وأن جملة عدد السكان العاملين في نفس الأقليم هو ١٨ مليون من بين جميع السكان في هذا الأقليم فإن:

$$\text{نسبة الإعالة الحقيقية} = \frac{١٢}{١٨} \times ١٠٠ = ٦٦٫٦\%$$

وهذا معناه أن كل ١٠٠ فرد من القوة العاملة بالأقليم يقومون بإعالة ٦٧ من الأفراد غير العاملين في هذا الأقليم.

### ثالثاً: مؤشرات التغير السكاني

من المعروف في الدراسات الديموجرافية أن أي تغير سكاني في إقليم معين وفي فترة زمنية معينة يتوقف على مجموعة هامة من المتغيرات الديموجرافية تتمثل في معدلات الخصوبة (المواليد) والوفيات والهجرة. وبصفة عامة فإن مؤشرات التغير السكاني يمكن الحصول عليها من بيانات التعداد العام للسكان أو من الإحصاءات الحيوية. وأهم المؤشرات التي ترتبط بالتغير السكاني هي:

### (١) مقاييس الخصوبة Fertility measures

تستخدم عدة مقاييس لقياس خصوبة السكان لكل منها مزاياه وعيوبه، كما أنها تختلف باختلاف العمليات الإحصائية المتبعة في الحصول عليها.

#### أ ـ معدل المواليد الخام Crude Birth Rate (G.B.R)

أو كما تسمى المعدل الإجمالي للمواليد وهو عبارة عن نسبة عدد المواليد أحياناً أثناء السنة إلى إجمالي عدد السكان في منتصف هذه السنة مع ضرب هذه النسبة في ١٠٠٠. ويطلق على هذا اسم «المعدل الخام» نظراً لأنه يبين الظاهرة الحيوية منسوبة إلى المجتمع برمته دون أخذ التركيب السكاني المتباين (من حيث العمر والنوع والخصائص السكانية الأخرى) في الاعتبار ويمكن حسابه كما يلي:

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times ١٠٠$$

فمثلاً إذا كان عدد المواليد أحياء في مصر حسب تعداد ١٩٧٦ هو ١٤٨٠٠٠٠ مولود، وكان التعداد الإجمالي للسكان في نفس السنة هو ٣٦٦٢٦٠٠٠ نسمة فإن معدل المواليد الخام في عام ١٩٧٦ يساوي:

$$\frac{١٤٨٠٠٠٠}{٣٦٦٢٦٠٠٠} \times ١٠٠٠ = ٤٠٫٠٠٠ \text{ في الألف}$$

ويتميز هذا المقياس بأنه يبين مستوى الخصوبة للمجتمع ككل على مستوى الدولة، كما أنه سهل الحصول عليه إذ أنه لا يتطلب معلومات سكانية معقدة، إلا أن من أهم عيوبه أنه يمزج فئات سكانية كثيرة تتباين الخصوبة فيما بينها تبايناً واضحاً: ولذا فإنه لا يصلح للمقارنة بين دولتين أو منطقتين تبعاً لاختلاف التركيب العمري للسكان ونسب الذكور والإناث في فئات الأعمار المختلفة لكل من

الـدولتيـن أو المنطقتيـن. ويـؤثر على هـذا المعـدل مجموعـة مـن المتغيـرات الديموجرافية من أهمها درجة التقدم الاقتصادي والاجتماعي والثقافي. بمعنى أنه كلي ارتفع مستوى المعيشة والوعي الثقافي للسكان كلما أدى ذلك إلى انخفاض في معدل المواليد الخام، والعكس يحدث إذا تفشى الجهل واستشرى الفقر والمرض، أي يصحب ذلك ارتفاع معدل المواليد الخام.

**(ب) معدل الخصوبة العام General Fertility Rate**

يستخدم معدل الخصوبة العام (G.F.P) كمقياس إحصائي لتصوير درجة التكاثر السكاني للتخلص من بعض عيوب معدل المواليد الخام السابق ذكرها. وهو عبارة عن النسبة بين عدد المواليد أثناء السنة إلى عدد الإناث اللاتي من سن الحمل (في الفئة العمرية ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) خلال فترة زمنية معينة. حيث أن الفئة العمرية ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة للإناث هي الفئة التي يحتمل أن يكون أمهات في المستقبل دون الفئات العمرية الأخرى من الإناث أو النوع الآخر من السكتن وهو الذكور ومجموعات أخرى من الإناث خارج فترة الحمل الطبيعية وعلى ذلك:

معدل الخصوبة العام =

$$\frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد الإناث اللاتي في سن الحمل (١٥ ـ ٥٠) في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

فإذا فرضنا أن عدد المواليد أحياء في أحد الأقسام الإدارية بمحافظة ما أثناء السنة ١٩٧٠ هو ١١٠ ألف مولود وأن عدد الإناث اللاتي في سن الحمل وتتراوح أعمارهن من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة في منتصف هذه السنة هو ٤٤٠ ألف أنثى فإن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{١١٠٠٠٠}{٤٤٠٠٠٠} \times ١٠٠٠ = ٢٥٠ \text{ في الألف}$$

ومعدل الخصوبة العام، مثل معدل المواليد الخام، يعتمد أيضاً على إحصاءات تسجيل المواليد وإحصاءات التعدادات، كما أنه لا يميز بين الفئات العمرية للإناث في المدى ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة هذا إلى جانب صعوبة استخدامه للمقارنة بين مجتمعين.

وللوصـول إلى معدل واقعي لدرجة تكاثر السكان فإن نحسب خصوبة السكان بعد استبعـاد الإناث اللاتي في سن الحمل في الفئة العمرية (١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) اللواتي غير متزوجات والتركيز على الإناث المتزوجات فعلاً وعليه فإن:

معدل الخصوبة العام =

$$\frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد الإناث المتزوجات اللاتي في سن الحمل (١٥ ـ ٥٠) في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

وبذلك نتمكن من إجراء المقارنات بين المجتمعات السكانية أو بين الدول والأقاليم المختلفة على أساس صيغة المقياس الأخيرة.

**جـ ـ معدل الخصوبة حسب الفئات العمرية الخاصة: Age-Specific Fertility Rate**

يحسب هذا المعدل بقسمة جملة عدد المواليد لأمهات في فئات معينة من فئات الأعمار على عدد الإناث في نفس الفئة كما في الصيغة التالية:

معدل الخصوبة العمرية الخاصة =

$$\frac{\text{عدد المواليد خلال السنة للإناث (الوالدات) في فئة عمرية}}{\text{عدد الإناث في نفس الفئة العمرية في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

ويعتبر هذا المعدل أدق من مقاييس الخصوبة السابقة لأنه يأخذ في اعتباره أن عدد المواليد يختلف باختلاف أعمار الأمهات أو بعبارة أخرى أن الخصوبة تختلف من فئة عمرية إلى الفئة الأخرى كما أنه يهدف من تحديد عدد المواليد في فئة من فئات الأعمار إلى الإناث في نفس الفئة أن يحدد اختلاف إسهام الإناث في لا خصوبة حسب الأعمار. وذلك لأن فترة الحمل (١٥ ـ ٤٩ سنة) لا تتساوى فيها قدرة الأنثى على الإنجاب طوال سنوات هذه الفترة.

**د ـ معدل الخصوبة الكلية Total Fertility Rate**

يمثل معدل الخصوبة الكلية مجموع معدلات الخصوبة العمرية الخاصة لكل ألف امرأة مضروباً في طول الفئة العمرية والتي عادة ما تكون خمسية (أي كل خمس سنوات). فإذا افترضنا أن هذا المعدل يستمر لفترة خمس سنوات (طول الفئة العمرية) فإن هؤلاء الإناث يلدن عدداً يساوي معدل الخصوبة العمرية مضروباً في ٥، وإذا جمعنا معدلات الخصوبة العمرية الخاصة وضربناها في ٥ فإننا نحصل على معدل الخصوبة الكلية وعادة ما ننسب هذا العدد لامرأة واحدة وبذلك نقسم الرقم الناتج على ١٠٠٠ فنحصل على معدل الخصوبة الكلية. ومثال ذلك أن معدل الخصوبة الكلية في مصر سنة ١٩٦٠ يساوي:

١ ـ مجموع معدل الخصوبة العمرية الخاصة للفئات السبع: من ١٥ ـ ١٩، ٢٠ ـ ٢٤، ٢٥ ـ ٢٩، . . . . . . .، ٤٥ ـ ٤٩ هو ١٢٤٣ر٤١.

٢ ـ معدل الخصوبة الكلية = $\frac{١٢٤٣ر٤١ \times ٥}{١٠٠٠}$ = ٦ر٢ مولوداً لكل امرأة

وبصفة عامة فإن معدل الخصوبة الكلية يعطي صورة حقيقية عن درجة تكاثر السكان، كما أنه يصلح للمقارنة بين الدول المختلفة.

### هـ ـ معدل التكاثر (التوالد) الإجمالي Gross Reproduction Rate

يعرف هذا المعدل أحياناً بمعدل «الإحلال» الإجمالي وهو نسبة المواليد البنات في مجتمع سكاني معين خلال سنة معينة إلى أمهاتهم قبل نهاية فترة الحمل، فإذا كان هذا المعدل أقل من الواحد الصحيح فإنه بافتراض حد أدنى للوفيات بين الأمهات فإن المواليد البنات لا يمكن عددياً أن يحلوا محل أمهاتهم ويتبع ذلك تناقص في إعداد الأجيال المقبلة من السكان، ولذلك فإن السكان يزداد عددهم فقط إذا كان المعدل الإجمالي للتكاثر أكبر من الواحد الصحيح. ويتركز هذا المعدل حول المواليد البنات بدلاً من جملة المواليد باعتبارهن الموطن الحقيقي للخصوبة.

ويمكن حساب هذا المعدل بسهولة للإناث حسب فئات أعمارهن وبنفس طريقة معدل الخصوبة الكلي، ويعبر عنه بالصيغة الآتية:

معدل التكاثر الإجمالي =

$$\frac{\text{عدد المواليد الإناث في فئة عمرية في مجتمع معين خلال سنة معينة}}{\text{عدد النساء في سن الحمل (١٥ ـ ٤٩) في نفس الفئة في هذا المجتمع في منتصف السنة}}$$

× طول الفئة العمرية × ١٠٠

فإذا كانت البيانات تعطي جملة المواليد (أي دون فصل الإناث عن الذكور) حسب عمر الأم، فإننا نقوم بحساب معدل الخصوبة الكلية باستخدام عدد المواليد من النوعين ثم نضرب الناتج في نسبة النوع عند المولد (وهي نسبة الذكور إلى

الإناث والتي تساوي غالباً ١٠٥ ـ أي أن كل ١٠٥ من المواليد الذكور يقابلهم ١٠٠ من المواليد الإناث).

وعلى أساس حساب معدل الخصوبة الكلية سابقاً فإن معدل التكاثر الإجمالي في مصر سنة ١٩٦٠ =

∴ معدل الخصوبة الكلية = ٦ر٢، ونسبة النوع في مصر سنة ١٩٦٠ = ١١٣ أي أن ١١٣ مولود من الذكور مقابل كل ١٠٠ مولولد من الإناث.

∴ معدل التكاثر الإجمالي = $\frac{٦ر٢}{١٣ر١ + ٠ر١}$ = $\frac{٦ر٢}{١٣ر٢}$ = ٩ر٢

وهذا يعني أن كل أنثى تجتاز فترة الحمل في مصر تنجب حوالى ثلاث بنات يمكن أن يواصلن الإنجاب في المجتمع من بعدها وعلى الرغم من أن هذا المعدل يصف درجة تكاثر السكان بدرجة كبيرة إلا أن افتراض بقاء المواليد البنات على قيد الحياة حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة يعتبر افتراضاً غير سليم، كما أن المواليد البنات اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل لا يؤثرون على درجة تكاثر السكان. ولذا يجب استبعاد عدد المواليد البنات اللاتي يتوفين قبل بلوغهم سن الحمل واستخدام مقياس آخر لقياس درجة تكاثر السكان أو قياس مدى إحلال الجيل القادم من السكان محل الجيل الحاضر وهو مقياس معدل التكاثر الصافي Net Reproduction Rate ويحسب هذا المقياس بطريقة خاصة تعتمد على استخدام ما يعرف بجدول الحياة Life Table الذي يوضح عدد المواليد الإناث اللاتي يعيشن حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة أو بعبارة أخرى كم من جيل الإناث البالغ عدده مثلاً ١٠٠٠ أنثى عند المولد سيتبقى عند كل فئة عمرية من فئات الحمل بتأثير عامل الوقاة ويقوم معدل التكاثر الصافي على أساس معرفة نسبة من يبقين على قيد الحياة من المواليد الإناث فقط ويبلغن من أمهاتهن في سنة معينة إلى عدد أمهاتهن في منتصف السنة، فإذا زادت هذه النسبة عن واحد صحيح دل هذا على أن عدد السكان سوف ينقص في الجبل القادم، وأما إذا زادت النسبة عن واحد صحيح كان

معنى هذا أن النمو السكاني سيزيد عن الجيل الحاضر. وعلى ذلك فإن هذا المعدل يأخذ الصيغة التالية: ـ

معدل التكاثر الصافي =

$$\frac{\text{عدد المواليد الإناث اللاتي يبلغن فترة الحمل في فئة عمرية معينة أثناء السنة}}{\text{عدد الإناث في نفس الفئة العمرية في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

فإذا كانت النسبة ٩ر كان معنى هذا أن النمو السكاني سيتعرض بمقدار ١٠٪ في الفصل القادم، وإذا كانت النسبة مثلاً ٣ر١ توقعنا زيادة في السكان مقدارها ٣٠٪ عن هذا الجيل وهكذا. وقد بلغ معدل التكاثر الصافي في مصر ٣ر٢ مقابل ٥ر١ في الولايات المتحدة الأمريكية.

مثـال

من البيانات الآتية احسب معدل الخصوبة الكلية، معدل التكاثر الإجمالي، ومعدل التكاثر الصافي:

| فئات الأعمار | عدد الإناث بالألف | عدد المواليد الإناث | عدد المواليد الكلي | عدد الباقين على قيد الحياة من كل ألف من المواليد الإناث |
|---|---|---|---|---|
| ١٥ ـ | ٩٠ | ٢٥٠٠ | ٤٥٠٠ | ٥١٠ |
| ٢٠ ـ | ٨٠ | ٤٥٠٠ | ٨٥٠٠ | ٥٠٠ |
| ٢٥ ـ | ٨٥ | ٦٠٠٠ | ١٢٥٠٠ | ٤٩٠ |
| ٣٠ ـ | ٩٥ | ٥٠٠٠ | ١١٠٠٠ | ٤٨٠ |
| ٣٥ ـ | ٧٥ | ٢٥٠٠ | ٥٠٠٠ | ٤٥٠ |
| ٤٠ ـ | ٧٠ | ٩٥٠ | ٢٠٠٠ | ٤٣٠ |
| ٤٥ وأقل ٥٠ من | ٦٥ | ١٥٠ | ٦٥٠ | ٤١٠ |

الحــــل:

| الفئـات | معدلات الخصوبة | معدل التكاثر الإجمالي | معدل التكاثر الصافي |
|---|---|---|---|
| ١٥ـ | ٤٥٠٠ / ٩٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٢٥٠ر٠٠ | ٢٥٠٠ / ٩٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ١٣٨ر٨٨ | ١٣٥ر٨٨ × ٥١٠ / ١٠٠٠ = ٧٠ر٨٣ |
| ٢٠ـ | ٨٥٠٠ / ٨٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٥٣١ر٢٥ | ٤٥٠٠ / ٨٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٢٨١ر٢٥ | ٢٨١ر٢٥ × ٥٠٠ / ١٠٠٠ = ٢٤٠ر٦٢ |
| ٢٥ـ | ١٢٥٠٠ / ٨٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٧٣٥ر٣٠ | ٦٠٠٠ / ٨٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٣٥٣ر٥٤ | ٣٥٣ر٥٤ × ٤٩٠ / ١٠٠٠ = ١٦٣ر١٣ |
| ٣٠ـ | ١١٠٠٠ / ٩٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٥٧٨ر٩٤ | ٥٠٠٠ / ٩٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٢٦٣ر١٥ | ٢٦٣ر١٥ × ٤٨٠ / ١٠٠٠ = ١٢٦ر٣١ |
| ٣٥ـ | ٥٠٠٠ / ٧٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٣٣٣ر٣٣ | ٢٥٠٠ / ٧٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ١٦٦ر٦٦ | ١٦٦ر٦٦ × ٤٥٠ / ١٠٠٠ = ٧٤ر٩٩ |

| الفئــــات | معدلات الخصوبة | معدل التكاثر الإجمالي | معدل التكاثر الصافي |
|---|---|---|---|
| ٤٠ ـ | $\frac{٢٠٠٠}{٧٠٠٠٠} \times ١٠٠٠ \times ٥ =$ ١٤٢ر٨٥ | $\frac{٩٥٠}{٧٠٠٠٠} \times ١٠٠٠ \times ٥ =$ ٦٧ر٨٦ | ٦٧ر٨٦ $\times \frac{٤٣٠}{١٠٠٠} =$ ٢٩ر١٨ |
| ٤٥ وأقل من ٥٠ | $\frac{٦٥٠}{٦٥٠٠٠} \times ١٠٠٠ \times ٥ =$ ٥٠ر٠ | $\frac{١٥٠}{٦٥٠٠٠} \times ١٠٠٠ \times ٥ =$ ١١ر٥٤ | ١١ر٥٤ $\times \frac{٤١٠}{١٠٠٠} =$ ٤ر٧٣ |

معدل الخصوبة الكلية = ٦٧ر٢٦٢١ معدل التكاثر الإجمالي = ٨٨ر١٢٨٢ معدل التكاثر الصافي = ٧٩ر٧٠٩

∴ معدل التكاثر الإجمالي هو ١٢٨٢٫٨٨ فإن هذا يعني أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٢٨٣ مولوداً حياً من الإناث.

∴ معدل التكاثر الصافي هو ٧٠٩٫٧٩ فإن هذا يعني أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ٧١٠ أنثى حتى تمر بفترات الحمل.

و ـ نسبة الأطفال إلى الإناث في سن الحمل Child-Woman Ratio

وهي نسبة الأطفال الذين تقل أعمارهم عن ٥ سنوات إلى مجموع الإناث في سن الحمل. وهذا المقاس شائع الاستخدام في حالة عدم وجود إحصاءات حيوية كاملة يمكن الاعتماد عليها في استخراج المعدلات السابقة. ونظراً لأن هذا المقياس يعتمد على بيانات التعداد السكاني فإن الدقة في بيانات التعدادات تؤثر تأثيراً كبيراً على دقته، وإن كان أبرز ما يمتاز به أنه يصور أثر وفيات الأطفال على الخصوبة، حيث أنه يأخذ في حسابه عدد الأطفال دون الخامسة والباقين أحياء من المواليد في الخمس سنوات الأولى من حياتهم إلى الأمهات. ويستخدم هذا المقياس عند مقارنة خصوبة قطاعات مختلفة من السكان أو في مقارنة الخصوبة على مستوى الأقليم أو القطر.

٢ ـ مقاييس الوفيات:

تمثل مقاييس الوفيات العامل الثاني من عوامل التغير السكاني التي تصور الوضع الصحي للدولة في فترة زمنية معينة مما يساعد على وضع البرامج الصحية التي تتفق والوضع الصحي والاقتصادي لهذه الدولة كما أن هذه المقاييس تتيح للباحث دراسة التجانس والاختلاف في معدلات الوفيات في الدول المختلفة أو في الدولة الواحدة بين القطاعات السكانية المختلفة أو لفترات زمنية متتابعة أو الفئات عمرية مختلفة وذلك بهدف الوقوف على معرفة العوامل المسببة لهذا الاختلاف.

ويعتمد حساب مقاييس الوفيات على ما يعرف بجدول الحياة وهو جدول

إحصائي يبين مستوى الظروف السائدة للوفاة عند أي فئة عمرية خلال فترة أساس معينة وتوقع الحياة عند هذه الفئة (أمد الحياة) وذلك لحساب عدد الوفيات لكل فئة عمرية وعدد الباقين على قيد الحياة ومتوسط عدد السنوات التي يحتمل أن يعيشها كل منهم. وهناك عدة مقاييس للوفيات تتمثل في معدل الوفيات الخام ومعدل الوفيات حسب العمر والنوع ومعدل وفيات الأطفال الرضع.

**(أ) ـ معدل الوفيات الخام Age and sex-Specific Death Rate**

وهو أكثر مقاييس الوفاة استخداماً ويحسب لكل ١٠٠٠ من السكان ويكتب الصيغة الآتية:

$$\text{معدل الوفيات العام} = \frac{\text{عدد الوفيات خلال السنة}}{\text{عدد السكان الكلي في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

ويتميز هذا المعدل بأنه بسيط في المفهوم، سهل في الحساب، ويستخدم للوقوف على الحالة الصحية في الدولة أو الأقليم حيث أنه يبين مستوى الوفيات بوجه عام، إلا أن من أبرز عيوبه أنه يصرف النظر عن أعمار المتوفين، كما أنه يتحيز للمجموعات الكبيرة ولمستويات الوفيات الشاذة (العالية أو المنخفضة) ولهذا فإنه لا يتأثر ليس فقط بتوزيع القطاعات السكانية ذات مستويات الوفاة المتباينة، وإنما يتأثر أيضاً بمستوى الوفيات والذي من المفروض أن يقيسه.

مثال: معدل الوفيات في مصر في سنة ١٩٧٦ =

$$\frac{٤٩١٨٨١}{٣٧٨٣٧٠٠٠} \times ١٠٠٠ = ١٣ \text{ في الألف}$$

(ب) ـ معدل الوفيات العمري النوعي

يستخدم هذا المعدل عند دراسة التغيرات التفصيلية للوفيات في مراحل العمر المختلفة كل من الذكور والإناث على حدة. ويمثل هذا المعدل نسبة عدد الوفيات التي حدثت في كل فئة من فئات الأعمار إلى جملة السكان في نفس الفئة مضروباً في ١٠٠٠ ويكتب على الصورة الآتية:

$$\frac{\text{عدد الوفيات في فئة العمر خلال السنة}}{\text{عدد السكان في نفس فئة العمر في منتصف تلك السنة}} \times ١٠٠٠$$

وإذا ما خصصنا من عدد الوفيات، الذكور فقط فإن معدل الوفيات النوعي لدى فئة من فئات العمر للذكور منسوباً إلى عدد الذكور في نفس فئة العمر هو:

معدل الوفيات لعمري النوعي =

$$\frac{\text{عدد وفيات الذكور في فئة العمر خلال السنة}}{\text{عدد الذكور في نفس فئة العمر في منتصف تلك السنة}} \times ١٠٠٠$$

ويعد المعدل الأخير الأساس عند إجراء المقارنة بين المجتمعات بعضها وبعض أو بين قطاعات السكان داخل المجتمع الواحد، كما أنه يوضح الأنماط الرئيسية لتغير مستوى الوفاة حسب العمر وما يرتبط به من ظروف اجتماعية واقتصادية مثل الزواج والعمالة وقد بلغ معدل الوفيات العمري لكل السكان في مصر ٩ر١٦ (سنة ١٩٦٠) مقابل ٣ر٩ في الولايات المتحدة الأمريكية.

جـ ـ معدل وفيات الرضع Infant Mortality Rate

تحظى دراسة الوفيات للأطفال أقل من سنة (أي الأطفال الرضع) بأهمية بالغة نظراً لأن وفيات هذه الفئة تمثل نسبة مرتفعة من المجموع الكلي للوفيات في كل من الدول النامية والمتقدمة كما أنها تعتبر مقياساً حساساً للأحوال الاجتماعية

والصحية ويحسب معدل الوفيات الرضع بقسمه عدد وفيات الأطفال الذين تقل أعمارهم عن سنة واحدة في سنة معينة على مجموع المواليد أحياء في نفس السنة مضروباً في ۱۰۰۰ ويكتب بالصورة الآتية:

معدل وفيات الرضع =

$$\frac{\text{عدد وفيات الرضع (أقل من سنة) أثناء السنة}}{\text{عدد المواليد أحياء في نفس السنة}} \times ١٠٠٠$$

وتتفاوت معدلات وفيات الرضع من دولة وأخرى ولكنها في الغالب أعلى في الذكور منها في الإناث، وإن كانت دقة هذه المعدلات ترتبط بدقة الإحصاءات الحيوية. ونظراً لوجود كثير من المشاكل التي تواجه .حساب معدلات وفيات الأطفال أقل من سنة من العمر والتي من أهمها: أنه كثيراً ما لا يسجل الأطفال الذين يموتون مباشرة بعد الولادة إلى جانب أنه قد يوجد خطأ نتيجة عدم التمييز بين الأطفال المتوفون والمولودين أمواتاً، كما أن وفيات الرضع في سنة معينة ليست كلها من مواليد السنة موضع الدراسة لأن جزءاً منهم ينتمي بلا ريب إلى مواليد العام السابق ونتيجة لذلك فإن بيانات وفيات الأطفال الرضع تعد أقل البيانات ثقة في الاعتماد عليها في حساب معدلات الوفيات.

وفي مصر تشكل وفيات الأطفال أقل من سنة من العمر ما يربو على ربع عدد الوفيات بها (٢٣٫٥ في الألف) في عام ١٩٦٥، بينما وصلت هذه النسبة إلى ما يزيد على ثلث عدد الوفيات (٣٧٫٥ في الألف) في عام ١٩٥٥. ويعكس ذلك مدى ما تقدمه الدولة من خدمات صحية للمواطنين.

### ٣- معدلات الهجرة Rates of Migration

تعتبر الهجرة المصدر الأساسي الثاني لتغير السكان بعد الزيادة الطبيعية للسكان، كما أنها تعد عاملاً مؤثراً في نمو السكان وخصائصهم الديموجرافية

والاقتصادية وإن كانت بياناتها ليست ميسرة مثل بيانات المواليد والوفيات التي سبق أن شرحنا المقاييس المتعددة القائمة عليها. ويخدم تحليل الهجرة غرض الحكم على حجم الهجرة في الأقليم المهاجر فيه (مكان الأصل Place of Origin) أو الأقليم المهاجر إليه (مكان الوصول Place of Destination) وتحسب معدلات الهجرة حسب مكان الأصل أو مكان الوصول عن طريق نسبة عدد المهاجرين الوافدين أو المهاجرين المغادرين إلى جملة عدد السكان في الأقليم مضروباً في ١٠٠. وعلى ذلك تكون جميع هذه المعدلات على النحو التالي:

(أ) معدل الهجرة الوافدة إلى الأقليم =

$$\frac{\text{عدد المهاجرين إلى الأقليم}}{\text{جملة عدد سكان الأقليم}} \times ١٠٠$$

(ب) معدل الهجرة المغادرين من الأقليم =

$$\frac{\text{عدد المهاجرين إلى الأقليم}}{\text{جملة عدد سكان الأقليم}} \times ١٠٠$$

**(جـ) معدل الهجرة الصافية**

ويعرف الفرق بين المعدلين السابقين «بمعدل الهجرة الصافية» أي جملة ما كسبه الأقليم من المهاجرين إذا كان الفرق موجباً أو جملة ما خسره الأقليم إذا كان سالباً أما إذا كانت قيمة الفرق بين المعدلين صفراً فإن معدل الهجرة الوافدة يساوي معدل الهجرة المغادرة ويكتب معدل الهجرة الصافية على الصورة التالية:

معدل الهجرة الصافية =

$$\frac{\text{عدد المهاجرين الوافدين - عدد المهاجرين المغادرين من الأقليم}}{\text{جملة عدد سكان الأقليم}} \times ١٠٠$$

ومن أبرز مميزات معدل الهجرة الصافية أن يوضح الاختلافات المكانية بين مناطق الطرد ومناطق الجذب ومناطق الاستقرار السكاني داخل الدولة حيث يكون معدل الهجرة الصافية للمناطق الأولى موجباً، بينما تكون في الثانية سالباً، على حين يكون في الثالثة صفراً (أي تتعادل فيها الهجرة الوافدة مع الهجرة المغادرة).

**د ـ معدل الهجرة الكلية**

يرتبط معدلات الهجرة العامة معدل آخر هو معدل الهجرة الكلية عبارة عن النسبة بين مجموع عدد المهاجرين إلى والمهاجرين من الأقليم إلى جملة عدد السكان الأقليم. وعلى ذلك فإن هذا المعدل يأخذ الصيغة الآتية:

معدل الهجرة الكلية =

$$\frac{\text{عدد المهاجرين إلى الأقليم+عدد المهاجرين من الأقليم}}{\text{جملة عدد سكان الأقليم}} \times ١٠٠$$

# أهم المــراجــع

## (١) مراجـع عربيـة


- أحمد عبادة سرحان (١٩٦٣): مقدمة في الإحصاء الاجتماعي الجزء الأول، الطبعة الأولى ـ إسكندرية.
- أحمد عبادة سرحان وآخرون (   ١٩): الإحصاء مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية.
- السيد محمد خيري (١٩٧٠): الإحصاء في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية، دار النهضة العربية، القاهرة.
- بدر الدين المصري (١٩٧٠): مذكرات في الإحصاء، دار الجامعات المصرية، الإسكندرية.
- جمال زكي والسيد يس (١٩٦٢): أسس البحث الاجتماعي، دار الفكر العربي، القاهرة.
- جورج باركلي (١٩٦٨): أساليب تحليل البيانات السكانية مترجم ـ القاهرة.
- حسن محمد حسن (١٩٦٤): البحث الإحصائي، أسلوبه وتحليل نتائجه، الطبعة التاسعة، دار النهضة العربية القاهرة.
- غريب سيد أحمد (١٩٨٢): تصميم وتنفيذ البحث الاجتماعي دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية.
- فاروق عبد العظيم أحمد وعبد المرضى عزام (١٩٨١): الإحصاء دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية.

- فتحى محمد أبو عيانة (١٩٨١): مدخل إلى التحليل الإحصائي في الجغرافيا، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية.
- محمد خميس الزوكة (١٩٨٢): بعض أساليب القياس الكمية المستخدمة في الجغرافيا الاقتصادية، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية.
- محمد مظلوم حمدي (١٩٦١): طرق الإحصاء، المطبعة الرابعة الإسكندرية.
- محمد علي محمد (١٩٨١): علم الاجتماع والمنهج العلمي دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية.
- مختار محمود الهانسي (١٩٧٩): طرق الإحصاء الاجتماعي مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية.

## المراجع الأجنبية:


- Ackett, Russel L., (1953): The Design of Social Research, Chicago.
- Cochran, W.G., (1953): Sampling Techniques, New York.
- Goode, William & Paul K. Hatt (1952): Methods in Social Research, New York.
- Gregory, S., (1971): Statistical Methods and the Geogtapher, 2 nd Ed.m Longman, London.
- Hagood, M.J. & Price, D.O., (1960): Statistics for sociologists, New York.
- Harper, W.M. (1971): Statistics, 2 nd Ed. London.
- Hays, samuel (1970): An outline of statistics, 8 th Ed. Longman, London.
- Kendall, M.G. (1970) Rank correlation Methods, Griffin, London.
- King, L., (1969): statistical Analysis in Geography, prentice - Hall, New York.
- Mode, Elmer B., (1961): Elements of statistics, New Jersy.
- Moroney, M.J. (1975): Facts from Figures, penguin Books Ltd., London.
- Moser, C.A., (1969): survey Methods in social Investigation, London.
- Spiegel, M., (1961): Theory and problems of statistics, Mc Grraw-Hill, New York.
- Stoodley, K.D.C. (1974): Basic statistical Techniques, London.
- Weiss, Roberts S. (1968): statistics in social Research, London.
- Yeomans, K.A. (1971): Statistics for the social scientist: I Introducting statistics, penguin Books, Lid., Marmond work, London.
- Yule, G.U. & Kendall, M.G. (1953): An Introduction to the theory of statistics, griffin, London.



# الملاحق

# ملحق (١)

## جدول رقم (م-١)

## فى الخواص الأساسية للوغاريتمات

١ لوغاريتم أى عدد لأساس معلوم هو الأس الذى يرفع إليه هذا الأساس لينتج العدد المفروض.

فإذا قلنا إن $٤^{٣} = ٦٤$ يكون الأس ٣ هو لوغاريتم ٦٤ للأساس ٤ ويكتب الوضع اللوغاريتمى هكذا.

$$\text{لو}_{٤}\ ٦٤ = ٣$$

٢ لوغاريتم حاصل ضرب عددين أو جملة أعداد يساوى مجموع لوغاريتمى هذين العددين أو مجموع لوغاريتمات هذه الأعداد فمثلا

$$\text{لو}_{\text{س}} (\text{حـ د}) = \text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ} + \text{لو}_{\text{س}}\ \text{د}$$

$$\text{ولو}_{\text{س}} (\text{حـ د هـ}) = \text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ} + \text{لو}_{\text{س}}\ \text{د} + \text{لو}_{\text{س}}\ \text{هـ}$$

٣ لوغاريتم خارج قسمة عددين يساوى لوغاريتم المقسوم ناقصاً لوغاريتم المقسوم عليه فمثلا

$$\text{لو}_{\text{س}} \left( \frac{\text{حـ}}{\text{د}} \right) = \text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ} - \text{لو}_{\text{س}}\ \text{د}$$

٤ لوغاريتم قوة أى عدد يساوى حاصل ضرب درجة القوة فى لوغاريتم العدد فمثلا

$$\text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ}^{\text{ن}} = \text{ن}\ \text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ}$$

٥ لوغاريتم جذر أى عدد يساوى خارج قسمة لوغاريتم العدد على دليل الجذر فمثلا

$$\text{لو}_{\text{س}} \sqrt[\text{ن}]{\text{حـ}} = \frac{\text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ}}{\text{ن}}$$

٦ إذا كانت جداول لوغاريتمات الأعداد محسوبة لأساس معلوم مثل س وأريد إيجاد لوغاريتم أى عدد بواسطة هذه الجداول لأساس آخر مثل ص نقسم لوغاريتم العدد للأساس س على لوغاريتم الأساس ص (بصفته عدداً) للأساس س أيضاً فينتج اللوغاريتم المطلوب.

فإذا فرضنا أن $\text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ} = \text{ل}$ وأن $\text{لو}_{\text{س}}\ \text{ص} = \text{م}$ وأريد إيجاد لوغاريتم العدد حـ للأساس ص

$$\text{يكون لو}_{\text{ص}}\ \text{حـ} = \frac{\text{ل}}{\text{م}} = \frac{\text{لو}_{\text{س}}\ \text{حـ}}{\text{لو}_{\text{س}}\ \text{ص}}$$

## جدول رقم (م-٢)

## فى شرح جداول اللوغاريتمات وكيفية استعمالها

٧ جداول اللوغاريتمات العادية محسوبة على مقتضى الأساس ١٠ وأول من حسب هذه اللوغاريتمات هنرى بريجز (Henry Briggs) سنة ١٦١٥ ميلادية بناء على توصية نبير (Napier) له ويقال اللوغاريتمات المحسوبة على هذا الأساس اللوغاريتمات العادية أو اللوغاريتمات البريجزية (نسبة إلى الرجل بريجز الذى أدخلها).

٨ فى هذه الجداول تكون لوغاريتمات الأعداد التى هى قوى للعدد ١٠ أعداداً صحيحة فمثلا

لو$_{١٠}$ ١٠٠٠ = ٣ لأن $١٠^{٣}$ = ١٠٠٠

لو$_{١٠}$ ١٠٠ = ٢ « $١٠^{٢}$ = ١٠٠

لو$_{١٠}$ ١٠ = ١ « $١٠^{١}$ = ١٠

لو$_{١٠}$ ١ = ٠ « $١٠^{٠}$ = ١

لو$_{١٠}$ ٠,١ = −١ لأن $١٠^{-١}$ = $\frac{١}{١٠}$

لو$_{١٠}$ ٠,٠١ = −٢ « $١٠^{-٢}$ = $\frac{١}{١٠٠}$

لو$_{١٠}$ ٠,٠٠١ = −٣ « $١٠^{-٣}$ = $\frac{١}{١٠٠٠}$

لو$_{١٠}$ ٠,٠٠٠١ = −٤ « $١٠^{-٤}$ = $\frac{١}{١٠٠٠٠}$

٩ لوغاريتمات الأعداد التى ليست قوى للعدد ١٠ تتركب من عدد صحيح ومن كسر عشرىّ ويقال للعدد الصحيح العدد البيانى وللكسر الجزء العشرى.

١٠ العدد البيانى من لوغاريتم أى عدد أكبر من الواحد يكون موجباً ويساوى عدد أرقامه الصحيحة ناقصاً واحداً.

فالجزء البيانى من لوغاريتم ٦٣٤٥٠ هو ٤
« « « ٦٣٤,٥ هو ٢
« « « ٦,٣٤٥ هو

١١ العدد البيانى من لوغاريتم أى عدد أصغر من الواحد يكون سالباً ويساوى عدد الأصفار التى تلى الشرطة العشرية مباشرة مضافاً إليه واحد.

فالجزء البيانى من لوغاريتم ٠,٦٣٤٥ هو $\bar{١}$
« « « ٠,٠٠٦٣٤٥ هو $\bar{٣}$
« « « ٠,٠٠٠٠٦٣٤٥ هو $\bar{٥}$

(تنبيه) عند ما يكون العدد البيانى سالباً تكتب العلامة (−) فوق العدد البيانى مثل $\bar{٢}$

١٢ الأعداد المركبة من أرقام متحدة ذات ترتيب واحد ولا تختلف إلا بوضع العلامة العشرية تكون لوغاريتماتها متحدة في الجزء العشري ومختلفة في العدد البياني

فالأجزاء العشرية من لوغاريتمات الأعداد ٩٣٤٥٠ ، ٦٣,٤٥ ، ٠,٠٦٣٤٥ كلها متساوية

١٣ لإيجاد الجزء العشري من لوغاريتم عدد لا تزيد أرقامه المعنوية على رقم واحد مثل ٨ أو ٨٠٠ أو ٠,٨

| | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٨٠ | ٩٠٣١ | ٩٠٣٦ | ٩٠٤٢ | ٩٠٤٧ | ٩٠٥٣ | ٩٠٥٨ | ٩٠٦٣ | ٩٠٦٩ | ٩٠٧٤ | ٩٠٧٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |

نبحث عن العدد ٨٠ في صفحات جدول لوغاريتمات الأعداد في الصف الرأسي الأول ونبحث عن (٠) في الصف الأفقي الأول من هذه الصفحة ثم نتبع الصف الأفقي المبدوء بالعدد ٨٠ والصف الرأسي المبدوء بصفر فنجد في متقاطع هذين الصفين العدد ٩٠٣١ فيكون هو الجزء العشري من لوغاريتم ٨ أو ٨٠٠ أو ٠,٨

١٤ لإيجاد الجزء العشري من لوغاريتم عدد مركب من رقمين معنويين مثل ٨٥ أو ٨٥٠ أو ٨,٥

| | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٨٥ | ٩٢٩٤ | ٩٢٩٩ | ٩٣٠٤ | ٩٣٠٩ | ٩٣١٥ | ٩٣٢٠ | ٩٣٢٥ | ٩٣٣٠ | ٩٣٣٥ | ٩٣٤٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |

نبحث عن العدد ٨٥ في صفحات جدول اللوغاريتمات في الصف الرأسي الأول ونبحث عن ( ٠ ) في الصف الأفقي الأول من هذه الصفحة ثم نتبع الصف الأفقي المبدوء بالعدد ٨٥ والصف الرأسي المبدوء بصفر فنجد في متقاطع هذين الصفين ٩٢٩٤ فيكون هو الجزء العشري من لوغاريتم ٨٥ أو ٨٥٠ أو ٨,٥ .

١٥ لإيجاد الجزء العشري من لوغاريتم عدد مركب من ثلاثة أرقام معنوية مثل ٨٥٦ أو ٨,٥٦ أو ٨٥٦٠٠

نبحث عن العدد المركب من الرقمين الأولين من يسار العدد ( وهو ٨٥ ) في صفحات الجدول في الصف الرأسي الأول ونبحث عن الرقم الثالث ٦ في الصف الأفقي الأول من هذه الصفحة ثم نتبع الصف الأفقي المبدوء بالعدد ٨٥ والصف الرأسي المبدوء برقم ٦ فنجد في متقاطع هذين الصفين ٩٣٢٥ فيكون هو الجزء العشري من لوغاريتم ٨٥٦ أو ٨,٥٦ أو ٨٥٦٠٠

١٦ لإيجاد الجزء العشري من لوغاريتم عدد مركب من أربعة أرقام معنوية مثل ٨٥٦٢ أو ٨٥,٦٢ أو ٨٥٦٢٠

نبحث عن الجزء العشرى للعدد ٨٥٦ بالطريقة السابقة فنجد أنه ٩٣٢٥ ثم نبحث عن ٢ فى الصف الأفقى الأول من أعمدة الفروق ونتتبع الصف الأفقى المبدوء بالعدد ٨٥ والصف الرأسى المبدوء بالفرق ٢ فنجد فى مقاطع هذين الصفين ١ فيكون هو العدد الذى يلزم إضافته إلى ٩٣٢٥ لينتج الجزء العشرى من لوغاريتم العدد ٨٥٦٢ .

وعلى ذلك يكون ٩٣٢٥ + ١ (٠,٩٣٢٦) هو الجزء العشرى من لوغاريتم العدد ٨٥٦٢ أو ٨٥,٦٢ أو ٨٥٦٢٠ .

١٧ مما تقدم نعلم طريقة إيجاد لوغاريتم أى عدد لا يزيد على أربعة أرقام وذلك بأن نأتى أولا بجزئه العشرى ثم نضيف إليه عدده البيانى .

فمثلا لو ٦٣٤٥٠ = ٤,٨٠٢٤

لو ٦,٣٤٥ = ٠,٨٠٢٤

لو ٠,٦٣٤٥ = ١,٨٠٤٢

لو ٠,٠٠٦٣٤٥ = ٣٠٨٠٤٢

١٨ لإيجاد العدد المقابل للوغاريتم معلوم :

نبحث بطريقة مماثلة للطريقة المبينة ببند ١٦ عن العدد المقابل للجزء العشرى من هذا اللوغاريتم فى جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات ثم نعدل هذا العدد كما يقتضيه العدد البيانى للوغاريتم بأن نضع على يمينه أصفاراً أو نفصل منه أرقاماً عشرية .

فإذا أردنا إيجاد العدد الذى لوغاريتمه هو ٢,٠٦٧٤ نجرى العمل هكذا .

| | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | ٣٢١ | ٦٥٤ | ٩٨٧ |
| ٠,٠٦ | ١١٤٨ | ١١٥١ | ١١٥٣ | ١١٥٦ | ١١٥٩ | ١١٦١ | ١١٦٤ | ١١٦٧ | ١١٦٩ | ١١٧٢ | ١١٠ | ٢١١ | ٢٢٢ |

نبحث عن ٠,٠٦ فى صفحات جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات فى الصف الرأسى الأول ونبحث عن الرقم العشرى الثالث ٧ فى الصف الأفقى الأول من هذه الصفحة ثم نتتبع الصف الأفقى المبدوء بالعدد ٠,٠٦ والصف الرأسى المبدوء بالعدد ٧ فنجد فى مقاطع هذين الصفين ١١٦٧ ثم نبحث عن الرقم العشرى الرابع ٤ فى الصف الأفقى الأول من أعمدة الفروق ونتتبع الصف الأفقى المبدوء بالعدد ٠,٦٠ والصف الرأسى المبدوء بالفرق ٤ فنجد فى مقاطع هذين الصفين ١ فيكون هو العدد الذى يلزم إضافته إلى ١١٦٧ لتنتج الأرقام المكونة للعدد المطلوب .

وعلى ذلك تكون أرقام العدد الجارى البحث عنه تساوى ١١٦٧+١ (أى ١١٦٨) .

وبما أن العدد البيانى للوغاريتم هو ٢ يكون عدد أرقامه الصحيحة ٣ ويكون العدد الذى لوغاريتمه ٢,٠٦٧٤ هو ١١٦,٨٠ .

## جدول رقم (م - ٣)

## جدول لوغاريتمات الأعداد

| العدد | | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | | ٠٠٤٣ | ٠٠٨٦ | ٠١٢٨ | ٠١٧٠ | ٠٢١٢ | ٠٢٥٣ | ٠٢٩٤ | ٠٣٣٤ | ٠٣٧٤ | ٤ | ٨ | ١٢ | ١٧ | ٢١ | ٢٥ | ٢٩ | ٣٣ | ٣٧ |
| ١١ | ٠٤١٤ | ٠٤٥٣ | ٠٤٩٢ | ٠٥٣١ | ٠٥٦٩ | ٠٦٠٧ | ٠٦٤٥ | ٠٦٨٢ | ٠٧١٩ | ٠٧٥٥ | ٤ | ٨ | ١١ | ١٥ | ١٩ | ٢٣ | ٢٦ | ٣٠ | ٣٤ |
| ١٢ | ٠٧٩٢ | ٠٨٢٨ | ٠٨٦٤ | ٠٨٩٩ | ٠٩٣٤ | ٠٩٦٩ | ١٠٠٤ | ١٠٣٨ | ١٠٧٢ | ١١٠٦ | ٣ | ٧ | ١٠ | ١٤ | ١٧ | ٢١ | ٢٤ | ٢٨ | ٣١ |
| ١٣ | ١١٣٩ | ١١٧٣ | ١٢٠٦ | ١٢٣٩ | ١٢٧١ | ١٣٠٣ | ١٣٣٥ | ١٣٦٧ | ١٣٩٩ | ١٤٣٠ | ٣ | ٦ | ١٠ | ١٣ | ١٦ | ١٩ | ٢٣ | ٢٦ | ٢٩ |
| ١٤ | ١٤٦١ | ١٤٩٢ | ١٥٢٣ | ١٥٥٣ | ١٥٨٤ | ١٦١٤ | ١٦٤٤ | ١٦٧٣ | ١٧٠٣ | ١٧٣٢ | ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ | ١٨ | ٢١ | ٢٤ | ٢٧ |
| ١٥ | ١٧٦١ | ١٧٩٠ | ١٨١٨ | ١٨٤٧ | ١٨٧٥ | ١٩٠٣ | ١٩٣١ | ١٩٥٩ | ١٩٨٧ | ٢٠١٤ | ٣ | ٦ | ٨ | ١١ | ١٤ | ١٧ | ٢٠ | ٢٢ | ٢٥ |
| ١٦ | ٢٠٤١ | ٢٠٦٨ | ٢٠٩٥ | ٢١٢٢ | ٢١٤٨ | ٢١٧٥ | ٢٢٠١ | ٢٢٢٧ | ٢٢٥٣ | ٢٢٧٩ | ٣ | ٥ | ٨ | ١١ | ١٣ | ١٦ | ١٨ | ٢١ | ٢٤ |
| ١٧ | ٢٣٠٤ | ٢٣٣٠ | ٢٣٥٥ | ٢٣٨٠ | ٢٤٠٥ | ٢٤٣٠ | ٢٤٥٥ | ٢٤٨٠ | ٢٥٠٤ | ٢٥٢٩ | ٢ | ٥ | ٧ | ١٠ | ١٢ | ١٥ | ١٧ | ٢٠ | ٢٢ |
| ١٨ | ٢٥٥٣ | ٢٥٧٧ | ٢٦٠١ | ٢٦٢٥ | ٢٦٤٨ | ٢٦٧٢ | ٢٦٩٥ | ٢٧١٨ | ٢٧٤٢ | ٢٧٦٥ | ٢ | ٥ | ٧ | ٩ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٩ | ٢١ |
| ١٩ | ٢٧٨٨ | ٢٨١٠ | ٢٨٣٣ | ٢٨٥٦ | ٢٨٧٨ | ٢٩٠٠ | ٢٩٢٣ | ٢٩٤٥ | ٢٩٦٧ | ٢٩٨٩ | ٢ | ٤ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٦ | ١٨ | ٢٠ |
| ٢٠ | ٣٠١٠ | ٣٠٣٢ | ٣٠٥٤ | ٣٠٧٥ | ٣٠٩٦ | ٣١١٨ | ٣١٣٩ | ٣١٦٠ | ٣١٨١ | ٣٢٠١ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ | ١٩ |
| ٢١ | ٣٢٢٢ | ٣٢٤٣ | ٣٢٦٣ | ٣٢٨٤ | ٣٣٠٤ | ٣٣٢٤ | ٣٣٤٥ | ٣٣٦٥ | ٣٣٨٥ | ٣٤٠٤ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٨ |
| ٢٢ | ٣٤٢٤ | ٣٤٤٤ | ٣٤٦٤ | ٣٤٨٣ | ٣٥٠٢ | ٣٥٢٢ | ٣٥٤١ | ٣٥٦٠ | ٣٥٧٩ | ٣٥٩٨ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٥ | ١٧ |
| ٢٣ | ٣٦١٧ | ٣٦٣٦ | ٣٦٥٥ | ٣٦٧٤ | ٣٦٩٢ | ٣٧١١ | ٣٧٢٩ | ٣٧٤٧ | ٣٧٦٦ | ٣٧٨٤ | ٢ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ |
| ٢٤ | ٣٨٠٢ | ٣٨٢٠ | ٣٨٣٨ | ٣٨٥٦ | ٣٨٧٤ | ٣٨٩٢ | ٣٩٠٩ | ٣٩٢٧ | ٣٩٤٥ | ٣٩٦٢ | ٢ | ٤ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ | ١٦ |
| ٢٥ | ٣٩٧٩ | ٣٩٩٧ | ٤٠١٤ | ٤٠٣١ | ٤٠٤٨ | ٤٠٦٥ | ٤٠٨٢ | ٤٠٩٩ | ٤١١٦ | ٤١٣٣ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٥ |
| ٢٦ | ٤١٥٠ | ٤١٦٦ | ٤١٨٣ | ٤٢٠٠ | ٤٢١٦ | ٤٢٣٢ | ٤٢٤٩ | ٤٢٦٥ | ٤٢٨١ | ٤٢٩٨ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٣ | ١٥ |
| ٢٧ | ٤٣١٤ | ٤٣٣٠ | ٤٣٤٦ | ٤٣٦٢ | ٤٣٧٨ | ٤٣٩٣ | ٤٤٠٩ | ٤٤٢٥ | ٤٤٤٠ | ٤٤٥٦ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٤ |
| ٢٨ | ٤٤٧٢ | ٤٤٨٧ | ٤٥٠٢ | ٤٥١٨ | ٤٥٣٣ | ٤٥٤٨ | ٤٥٦٤ | ٤٥٧٩ | ٤٥٩٤ | ٤٦٠٩ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ |
| ٢٩ | ٤٦٢٤ | ٤٦٣٩ | ٤٦٥٤ | ٤٦٦٩ | ٤٦٨٣ | ٤٦٩٨ | ٤٧١٣ | ٤٧٢٨ | ٤٧٤٢ | ٤٧٥٧ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١٢ | ١٣ |
| ٣٠ | ٤٧٧١ | ٤٧٨٦ | ٤٨٠٠ | ٤٨١٤ | ٤٨٢٩ | ٤٨٤٣ | ٤٨٥٧ | ٤٨٧١ | ٤٨٨٦ | ٤٩٠٠ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٣ |
| ٣١ | ٤٩١٤ | ٤٩٢٨ | ٤٩٤٢ | ٤٩٥٥ | ٤٩٦٩ | ٤٩٨٣ | ٤٩٩٧ | ٥٠١١ | ٥٠٢٤ | ٥٠٣٨ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٢ |
| ٣٢ | ٥٠٥١ | ٥٠٦٥ | ٥٠٧٩ | ٥٠٩٢ | ٥١٠٥ | ٥١١٩ | ٥١٣٢ | ٥١٤٥ | ٥١٥٩ | ٥١٧٢ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ |
| ٣٣ | ٥١٨٥ | ٥١٩٨ | ٥٢١١ | ٥٢٢٤ | ٥٢٣٧ | ٥٢٥٠ | ٥٢٦٣ | ٥٢٧٦ | ٥٢٨٩ | ٥٣٠٢ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١٢ |
| ٣٤ | ٥٣١٥ | ٥٣٢٨ | ٥٣٤٠ | ٥٣٥٣ | ٥٣٦٦ | ٥٣٧٨ | ٥٣٩١ | ٥٤٠٣ | ٥٤١٦ | ٥٤٢٨ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| ٣٥ | ٥٤٤١ | ٥٤٥٣ | ٥٤٦٥ | ٥٤٧٨ | ٥٤٩٠ | ٥٥٠٢ | ٥٥١٤ | ٥٥٢٧ | ٥٥٣٩ | ٥٥٥١ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| ٣٦ | ٥٥٦٣ | ٥٥٧٥ | ٥٥٨٧ | ٥٥٩٩ | ٥٦١١ | ٥٦٢٣ | ٥٦٣٥ | ٥٦٤٧ | ٥٦٥٨ | ٥٦٧٠ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ |
| ٣٧ | ٥٦٨٢ | ٥٦٩٤ | ٥٧٠٥ | ٥٧١٧ | ٥٧٢٩ | ٥٧٤٠ | ٥٧٥٢ | ٥٧٦٣ | ٥٧٧٥ | ٥٧٨٦ | ١ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٣٨ | ٥٧٩٨ | ٥٨٠٩ | ٥٨٢١ | ٥٨٣٢ | ٥٨٤٣ | ٥٨٥٥ | ٥٨٦٦ | ٥٨٧٧ | ٥٨٨٨ | ٥٨٩٩ | ١ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٣٩ | ٥٩١١ | ٥٩٢٢ | ٥٩٣٣ | ٥٩٤٤ | ٥٩٥٥ | ٥٩٦٦ | ٥٩٧٧ | ٥٩٨٨ | ٥٩٩٩ | ٦٠١٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٤٠ | ٦٠٢١ | ٦٠٣١ | ٦٠٤٢ | ٦٠٥٣ | ٦٠٦٤ | ٦٠٧٥ | ٦٠٨٥ | ٦٠٩٦ | ٦١٠٧ | ٦١١٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٤١ | ٦١٢٨ | ٦١٣٨ | ٦١٤٩ | ٦١٦٠ | ٦١٧٠ | ٦١٨٠ | ٦١٩١ | ٦٢٠١ | ٦٢١٢ | ٦٢٢٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٤٢ | ٦٢٣٢ | ٦٢٤٣ | ٦٢٥٣ | ٦٢٦٣ | ٦٢٧٤ | ٦٢٨٤ | ٦٢٩٤ | ٦٣٠٤ | ٦٣١٤ | ٦٣٢٥ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٤٣ | ٦٣٣٥ | ٦٣٤٥ | ٦٣٥٥ | ٦٣٦٥ | ٦٣٧٥ | ٦٣٨٥ | ٦٣٩٥ | ٦٤٠٥ | ٦٤١٥ | ٦٤٢٥ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٤٤ | ٦٤٣٥ | ٦٤٤٤ | ٦٤٥٤ | ٦٤٦٤ | ٦٤٧٤ | ٦٤٨٤ | ٦٤٩٣ | ٦٥٠٣ | ٦٥١٣ | ٦٥٢٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٤٥ | ٦٥٣٢ | ٦٥٤٢ | ٦٥٥١ | ٦٥٦١ | ٦٥٧١ | ٦٥٨٠ | ٦٥٩٠ | ٦٥٩٩ | ٦٦٠٩ | ٦٦١٨ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٤٦ | ٦٦٢٨ | ٦٦٣٧ | ٦٦٤٦ | ٦٦٥٦ | ٦٦٦٥ | ٦٦٧٥ | ٦٦٨٤ | ٦٦٩٣ | ٦٧٠٢ | ٦٧١٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ | ٨ |
| ٤٧ | ٦٧٢١ | ٦٧٣٠ | ٦٧٣٩ | ٦٧٤٩ | ٦٧٥٨ | ٦٧٦٧ | ٦٧٧٦ | ٦٧٨٥ | ٦٧٩٤ | ٦٨٠٣ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٤٨ | ٦٨١٢ | ٦٨٢١ | ٦٨٣٠ | ٦٨٣٩ | ٦٨٤٨ | ٦٨٥٧ | ٦٨٦٦ | ٦٨٧٥ | ٦٨٨٤ | ٦٨٩٣ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٤٩ | ٦٩٠٢ | ٦٩١١ | ٦٩٢٠ | ٦٩٢٨ | ٦٩٣٧ | ٦٩٤٦ | ٦٩٥٥ | ٦٩٦٤ | ٦٩٧٢ | ٦٩٨١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٥٠ | ٦٩٩٠ | ٦٩٩٨ | ٧٠٠٧ | ٧٠١٦ | ٧٠٢٤ | ٧٠٣٣ | ٧٠٤٢ | ٧٠٥٠ | ٧٠٥٩ | ٧٠٦٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٥١ | ٧٠٧٦ | ٧٠٨٤ | ٧٠٩٣ | ٧١٠١ | ٧١١٠ | ٧١١٨ | ٧١٢٦ | ٧١٣٥ | ٧١٤٣ | ٧١٥٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٥٢ | ٧١٦٠ | ٧١٦٨ | ٧١٧٧ | ٧١٨٥ | ٧١٩٣ | ٧٢٠٢ | ٧٢١٠ | ٧٢١٨ | ٧٢٢٦ | ٧٢٣٥ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ |
| ٥٣ | ٧٢٤٣ | ٧٢٥١ | ٧٢٥٩ | ٧٢٦٧ | ٧٢٧٥ | ٧٢٨٤ | ٧٢٩٢ | ٧٣٠٠ | ٧٣٠٨ | ٧٣١٦ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ |
| ٥٤ | ٧٣٢٤ | ٧٣٣٢ | ٧٣٤٠ | ٧٣٤٨ | ٧٣٥٦ | ٧٣٦٤ | ٧٣٧٢ | ٧٣٨٠ | ٧٣٨٨ | ٧٣٩٦ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ |

## (تابع) جدول لوغاريتمات الأعداد

| العدد | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٥٥ | ٧٤٠٤ | ٧٤١٢ | ٧٤١٩ | ٧٤٢٧ | ٧٤٣٥ | ٧٤٤٣ | ٧٤٥١ | ٧٤٥٩ | ٧٤٦٦ | ٧٤٧٤ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٥٦ | ٧٤٨٢ | ٧٤٩٠ | ٧٤٩٧ | ٧٥٠٥ | ٧٥١٣ | ٧٥٢٠ | ٧٥٢٨ | ٧٥٣٦ | ٧٥٤٣ | ٧٥٥١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٥٧ | ٧٥٥٩ | ٧٥٦٦ | ٧٥٧٤ | ٧٥٨٢ | ٧٥٨٩ | ٧٥٩٧ | ٧٦٠٤ | ٧٦١٢ | ٧٦١٩ | ٧٦٢٧ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٥٨ | ٧٦٣٤ | ٧٦٤٢ | ٧٦٤٩ | ٧٦٥٧ | ٧٦٦٤ | ٧٦٧٢ | ٧٦٧٩ | ٧٦٨٦ | ٧٦٩٤ | ٧٧٠١ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٥٩ | ٧٧٠٩ | ٧٧١٦ | ٧٧٢٣ | ٧٧٣١ | ٧٧٣٨ | ٧٧٤٥ | ٧٧٥٢ | ٧٧٦٠ | ٧٧٦٧ | ٧٧٧٤ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٦٠ | ٧٧٨٢ | ٧٧٨٩ | ٧٧٩٦ | ٧٨٠٣ | ٧٨١٠ | ٧٨١٨ | ٧٨٢٥ | ٧٨٣٢ | ٧٨٣٩ | ٧٨٤٦ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ |
| ٦١ | ٧٨٥٣ | ٧٨٦٠ | ٧٨٦٨ | ٧٨٧٥ | ٧٨٨٢ | ٧٨٨٩ | ٧٨٩٦ | ٧٩٠٣ | ٧٩١٠ | ٧٩١٧ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ |
| ٦٢ | ٧٩٢٤ | ٧٩٣١ | ٧٩٣٨ | ٧٩٤٥ | ٧٩٥٢ | ٧٩٥٩ | ٧٩٦٦ | ٧٩٧٣ | ٧٩٨٠ | ٧٩٨٧ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ |
| ٦٣ | ٧٩٩٣ | ٨٠٠٠ | ٨٠٠٧ | ٨٠١٤ | ٨٠٢١ | ٨٠٢٨ | ٨٠٣٥ | ٨٠٤١ | ٨٠٤٨ | ٨٠٥٥ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٦٤ | ٨٠٦٢ | ٨٠٦٩ | ٨٠٧٥ | ٨٠٨٢ | ٨٠٨٩ | ٨٠٩٦ | ٨١٠٢ | ٨١٠٩ | ٨١١٦ | ٨١٢٢ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٦٥ | ٨١٢٩ | ٨١٣٦ | ٨١٤٢ | ٨١٤٩ | ٨١٥٦ | ٨١٦٢ | ٨١٦٩ | ٨١٧٦ | ٨١٨٢ | ٨١٨٩ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٦٦ | ٨١٩٥ | ٨٢٠٢ | ٨٢٠٩ | ٨٢١٥ | ٨٢٢٢ | ٨٢٢٨ | ٨٢٣٥ | ٨٢٤١ | ٨٢٤٨ | ٨٢٥٤ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٦٧ | ٨٢٦١ | ٨٢٦٧ | ٨٢٧٤ | ٨٢٨٠ | ٨٢٨٧ | ٨٢٩٣ | ٨٢٩٩ | ٨٣٠٦ | ٨٣١٢ | ٨٣١٩ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٦٨ | ٨٣٢٥ | ٨٣٣١ | ٨٣٣٨ | ٨٣٤٤ | ٨٣٥١ | ٨٣٥٧ | ٨٣٦٣ | ٨٣٧٠ | ٨٣٧٦ | ٨٣٨٢ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٦٩ | ٨٣٨٨ | ٨٣٩٥ | ٨٤٠١ | ٨٤٠٧ | ٨٤١٤ | ٨٤٢٠ | ٨٤٢٦ | ٨٤٣٢ | ٨٤٣٩ | ٨٤٤٥ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٧٠ | ٨٤٥١ | ٨٤٥٧ | ٨٤٦٣ | ٨٤٧٠ | ٨٤٧٦ | ٨٤٨٢ | ٨٤٨٨ | ٨٤٩٤ | ٨٥٠٠ | ٨٥٠٦ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٧١ | ٨٥١٣ | ٨٥١٩ | ٨٥٢٥ | ٨٥٣١ | ٨٥٣٧ | ٨٥٤٣ | ٨٥٤٩ | ٨٥٥٥ | ٨٥٦١ | ٨٥٦٧ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٢ | ٨٥٧٣ | ٨٥٧٩ | ٨٥٨٥ | ٨٥٩١ | ٨٥٩٧ | ٨٦٠٣ | ٨٦٠٩ | ٨٦١٥ | ٨٦٢١ | ٨٦٢٧ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٣ | ٨٦٣٣ | ٨٦٣٩ | ٨٦٤٥ | ٨٦٥١ | ٨٦٥٧ | ٨٦٦٣ | ٨٦٦٩ | ٨٦٧٥ | ٨٦٨١ | ٨٦٨٦ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٤ | ٨٦٩٢ | ٨٦٩٨ | ٨٧٠٤ | ٨٧١٠ | ٨٧١٦ | ٨٧٢٢ | ٨٧٢٧ | ٨٧٣٣ | ٨٧٣٩ | ٨٧٤٥ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٥ | ٨٧٥١ | ٨٧٥٦ | ٨٧٦٢ | ٨٧٦٨ | ٨٧٧٤ | ٨٧٧٩ | ٨٧٨٥ | ٨٧٩١ | ٨٧٩٧ | ٨٨٠٢ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٦ | ٨٨٠٨ | ٨٨١٤ | ٨٨٢٠ | ٨٨٢٥ | ٨٨٣١ | ٨٨٣٧ | ٨٨٤٢ | ٨٨٤٨ | ٨٨٥٤ | ٨٨٥٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٧٧ | ٨٨٦٥ | ٨٨٧١ | ٨٨٧٦ | ٨٨٨٢ | ٨٨٨٧ | ٨٨٩٣ | ٨٨٩٩ | ٨٩٠٤ | ٨٩١٠ | ٨٩١٥ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٧٨ | ٨٩٢١ | ٨٩٢٧ | ٨٩٣٢ | ٨٩٣٨ | ٨٩٤٣ | ٨٩٤٩ | ٨٩٥٤ | ٨٩٦٠ | ٨٩٦٥ | ٨٩٧١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٧٩ | ٨٩٧٦ | ٨٩٨٢ | ٨٩٨٧ | ٨٩٩٣ | ٨٩٩٨ | ٩٠٠٤ | ٩٠٠٩ | ٩٠١٥ | ٩٠٢٠ | ٩٠٢٥ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٠ | ٩٠٣١ | ٩٠٣٦ | ٩٠٤٢ | ٩٠٤٧ | ٩٠٥٣ | ٩٠٥٨ | ٩٠٦٣ | ٩٠٦٩ | ٩٠٧٤ | ٩٠٧٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨١ | ٩٠٨٥ | ٩٠٩٠ | ٩٠٩٦ | ٩١٠١ | ٩١٠٦ | ٩١١٢ | ٩١١٧ | ٩١٢٢ | ٩١٢٨ | ٩١٣٣ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٢ | ٩١٣٨ | ٩١٤٣ | ٩١٤٩ | ٩١٥٤ | ٩١٥٩ | ٩١٦٥ | ٩١٧٠ | ٩١٧٥ | ٩١٨٠ | ٩١٨٦ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٣ | ٩١٩١ | ٩١٩٦ | ٩٢٠١ | ٩٢٠٦ | ٩٢١٢ | ٩٢١٧ | ٩٢٢٢ | ٩٢٢٧ | ٩٢٣٢ | ٩٢٣٨ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٤ | ٩٢٤٣ | ٩٢٤٨ | ٩٢٥٣ | ٩٢٥٨ | ٩٢٦٣ | ٩٢٦٩ | ٩٢٧٤ | ٩٢٧٩ | ٩٢٨٤ | ٩٢٨٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٥ | ٩٢٩٤ | ٩٢٩٩ | ٩٣٠٤ | ٩٣٠٩ | ٩٣١٥ | ٩٣٢٠ | ٩٣٢٥ | ٩٣٣٠ | ٩٣٣٥ | ٩٣٤٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٦ | ٩٣٤٥ | ٩٣٥٠ | ٩٣٥٥ | ٩٣٦٠ | ٩٣٦٥ | ٩٣٧٠ | ٩٣٧٥ | ٩٣٨٠ | ٩٣٨٥ | ٩٣٩٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٨٧ | ٩٣٩٥ | ٩٤٠٠ | ٩٤٠٥ | ٩٤١٠ | ٩٤١٥ | ٩٤٢٠ | ٩٤٢٥ | ٩٤٣٠ | ٩٤٣٥ | ٩٤٤٠ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٨٨ | ٩٤٤٥ | ٩٤٥٠ | ٩٤٥٥ | ٩٤٦٠ | ٩٤٦٥ | ٩٤٦٩ | ٩٤٧٤ | ٩٤٧٩ | ٩٤٨٤ | ٩٤٨٩ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٨٩ | ٩٤٩٤ | ٩٤٩٩ | ٩٥٠٤ | ٩٥٠٩ | ٩٥١٣ | ٩٥١٨ | ٩٥٢٣ | ٩٥٢٨ | ٩٥٣٣ | ٩٥٣٨ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٠ | ٩٥٤٢ | ٩٥٤٧ | ٩٥٥٢ | ٩٥٥٧ | ٩٥٦٢ | ٩٥٦٦ | ٩٥٧١ | ٩٥٧٦ | ٩٥٨١ | ٩٥٨٦ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩١ | ٩٥٩٠ | ٩٥٩٥ | ٩٦٠٠ | ٩٦٠٥ | ٩٦٠٩ | ٩٦١٤ | ٩٦١٩ | ٩٦٢٤ | ٩٦٢٨ | ٩٦٣٣ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٢ | ٩٦٣٨ | ٩٦٤٣ | ٩٦٤٧ | ٩٦٥٢ | ٩٦٥٧ | ٩٦٦١ | ٩٦٦٦ | ٩٦٧١ | ٩٦٧٥ | ٩٦٨٠ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٣ | ٩٦٨٥ | ٩٦٨٩ | ٩٦٩٤ | ٩٦٩٩ | ٩٧٠٣ | ٩٧٠٨ | ٩٧١٣ | ٩٧١٧ | ٩٧٢٢ | ٩٧٢٧ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٤ | ٩٧٣١ | ٩٧٣٦ | ٩٧٤١ | ٩٧٤٥ | ٩٧٥٠ | ٩٧٥٤ | ٩٧٥٩ | ٩٧٦٣ | ٩٧٦٨ | ٩٧٧٣ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٥ | ٩٧٧٧ | ٩٧٨٢ | ٩٧٨٦ | ٩٧٩١ | ٩٧٩٥ | ٩٨٠٠ | ٩٨٠٥ | ٩٨٠٩ | ٩٨١٤ | ٩٨١٨ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٦ | ٩٨٢٣ | ٩٨٢٧ | ٩٨٣٢ | ٩٨٣٦ | ٩٨٤١ | ٩٨٤٥ | ٩٨٥٠ | ٩٨٥٤ | ٩٨٥٩ | ٩٨٦٣ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٧ | ٩٨٦٨ | ٩٨٧٢ | ٩٨٧٧ | ٩٨٨١ | ٩٨٨٦ | ٩٨٩٠ | ٩٨٩٤ | ٩٨٩٩ | ٩٩٠٣ | ٩٩٠٨ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٨ | ٩٩١٢ | ٩٩١٧ | ٩٩٢١ | ٩٩٢٦ | ٩٩٣٠ | ٩٩٣٤ | ٩٩٣٩ | ٩٩٤٣ | ٩٩٤٨ | ٩٩٥٢ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٩٩ | ٩٩٥٦ | ٩٩٦١ | ٩٩٦٥ | ٩٩٦٩ | ٩٩٧٤ | ٩٩٧٨ | ٩٩٨٣ | ٩٩٨٧ | ٩٩٩١ | ٩٩٩٦ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ | ٤ |

## جدول رقم (م - ٤)

### جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات

| ٠ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠٫٠٠ | ١٠٠٠ | ١٠٠٢ | ١٠٠٥ | ١٠٠٧ | ١٠٠٩ | ١٠١٢ | ١٠١٤ | ١٠١٦ | ١٠١٩ | ١٠٢١ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠١ | ١٠٢٣ | ١٠٢٦ | ١٠٢٨ | ١٠٣٠ | ١٠٣٣ | ١٠٣٥ | ١٠٣٨ | ١٠٤٠ | ١٠٤٢ | ١٠٤٥ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٢ | ١٠٤٧ | ١٠٥٠ | ١٠٥٢ | ١٠٥٤ | ١٠٥٧ | ١٠٥٩ | ١٠٦٢ | ١٠٦٤ | ١٠٦٧ | ١٠٦٩ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٣ | ١٠٧٢ | ١٠٧٤ | ١٠٧٦ | ١٠٧٩ | ١٠٨١ | ١٠٨٤ | ١٠٨٦ | ١٠٨٩ | ١٠٩١ | ١٠٩٤ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٤ | ١٠٩٦ | ١٠٩٩ | ١١٠٢ | ١١٠٤ | ١١٠٧ | ١١٠٩ | ١١١٢ | ١١١٤ | ١١١٧ | ١١١٩ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٥ | ١١٢٢ | ١١٢٥ | ١١٢٧ | ١١٣٠ | ١١٣٢ | ١١٣٥ | ١١٣٨ | ١١٤٠ | ١١٤٣ | ١١٤٦ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٦ | ١١٤٨ | ١١٥١ | ١١٥٣ | ١١٥٦ | ١١٥٩ | ١١٦١ | ١١٦٤ | ١١٦٧ | ١١٦٩ | ١١٧٢ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٧ | ١١٧٥ | ١١٧٨ | ١١٨٠ | ١١٨٣ | ١١٨٦ | ١١٨٩ | ١١٩١ | ١١٩٤ | ١١٩٧ | ١١٩٩ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٠٫٠٨ | ١٢٠٢ | ١٢٠٥ | ١٢٠٨ | ١٢١١ | ١٢١٣ | ١٢١٦ | ١٢١٩ | ١٢٢٢ | ١٢٢٥ | ١٢٢٧ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ |
| ٠٫٠٩ | ١٢٣٠ | ١٢٣٣ | ١٢٣٦ | ١٢٣٩ | ١٢٤٢ | ١٢٤٥ | ١٢٤٧ | ١٢٥٠ | ١٢٥٣ | ١٢٥٦ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ |
| ٠٫١٠ | ١٢٥٩ | ١٢٦٢ | ١٢٦٥ | ١٢٦٨ | ١٢٧١ | ١٢٧٤ | ١٢٧٦ | ١٢٧٩ | ١٢٨٢ | ١٢٨٥ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ |
| ٠٫١١ | ١٢٨٨ | ١٢٩١ | ١٢٩٤ | ١٢٩٧ | ١٣٠٠ | ١٣٠٣ | ١٣٠٦ | ١٣٠٩ | ١٣١٢ | ١٣١٥ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ |
| ٠٫١٢ | ١٣١٨ | ١٣٢١ | ١٣٢٤ | ١٣٢٧ | ١٣٣٠ | ١٣٣٤ | ١٣٣٧ | ١٣٤٠ | ١٣٤٣ | ١٣٤٦ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ |
| ٠٫١٣ | ١٣٤٩ | ١٣٥٢ | ١٣٥٥ | ١٣٥٨ | ١٣٦١ | ١٣٦٥ | ١٣٦٨ | ١٣٧١ | ١٣٧٤ | ١٣٧٧ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٤ | ١٣٨٠ | ١٣٨٤ | ١٣٨٧ | ١٣٩٠ | ١٣٩٣ | ١٣٩٦ | ١٤٠٠ | ١٤٠٣ | ١٤٠٦ | ١٤٠٩ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٥ | ١٤١٣ | ١٤١٦ | ١٤١٩ | ١٤٢٢ | ١٤٢٦ | ١٤٢٩ | ١٤٣٢ | ١٤٣٥ | ١٤٣٩ | ١٤٤٢ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٦ | ١٤٤٥ | ١٤٤٩ | ١٤٥٢ | ١٤٥٥ | ١٤٥٩ | ١٤٦٢ | ١٤٦٦ | ١٤٦٩ | ١٤٧٢ | ١٤٧٦ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٧ | ١٤٧٩ | ١٤٨٣ | ١٤٨٦ | ١٤٨٩ | ١٤٩٣ | ١٤٩٦ | ١٥٠٠ | ١٥٠٣ | ١٥٠٧ | ١٥١٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٨ | ١٥١٤ | ١٥١٧ | ١٥٢١ | ١٥٢٤ | ١٥٢٨ | ١٥٣١ | ١٥٣٥ | ١٥٣٨ | ١٥٤٢ | ١٥٤٥ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ |
| ٠٫١٩ | ١٥٤٩ | ١٥٥٢ | ١٥٥٦ | ١٥٦٠ | ١٥٦٣ | ١٥٦٧ | ١٥٧٠ | ١٥٧٤ | ١٥٧٨ | ١٥٨١ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ |
| ٠٫٢٠ | ١٥٨٥ | ١٥٨٩ | ١٥٩٢ | ١٥٩٦ | ١٦٠٠ | ١٦٠٣ | ١٦٠٧ | ١٦١١ | ١٦١٤ | ١٦١٨ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ |
| ٠٫٢١ | ١٦٢٢ | ١٦٢٦ | ١٦٢٩ | ١٦٣٣ | ١٦٣٧ | ١٦٤١ | ١٦٤٤ | ١٦٤٨ | ١٦٥٢ | ١٦٥٦ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ |
| ٠٫٢٢ | ١٦٦٠ | ١٦٦٣ | ١٦٦٧ | ١٦٧١ | ١٦٧٥ | ١٦٧٩ | ١٦٨٣ | ١٦٨٧ | ١٦٩٠ | ١٦٩٤ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ |
| ٠٫٢٣ | ١٦٩٨ | ١٧٠٢ | ١٧٠٦ | ١٧١٠ | ١٧١٤ | ١٧١٨ | ١٧٢٢ | ١٧٢٦ | ١٧٣٠ | ١٧٣٤ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ |
| ٠٫٢٤ | ١٧٣٨ | ١٧٤٢ | ١٧٤٦ | ١٧٥٠ | ١٧٥٤ | ١٧٥٨ | ١٧٦٢ | ١٧٦٦ | ١٧٧٠ | ١٧٧٤ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ |
| ٠٫٢٥ | ١٧٧٨ | ١٧٨٢ | ١٧٨٦ | ١٧٩١ | ١٧٩٥ | ١٧٩٩ | ١٨٠٣ | ١٨٠٧ | ١٨١١ | ١٨١٦ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ |
| ٠٫٢٦ | ١٨٢٠ | ١٨٢٤ | ١٨٢٨ | ١٨٣٢ | ١٨٣٧ | ١٨٤١ | ١٨٤٥ | ١٨٤٩ | ١٨٥٤ | ١٨٥٨ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ | ٤ |
| ٠٫٢٧ | ١٨٦٢ | ١٨٦٦ | ١٨٧١ | ١٨٧٥ | ١٨٧٩ | ١٨٨٤ | ١٨٨٨ | ١٨٩٢ | ١٨٩٧ | ١٩٠١ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ | ٤ |
| ٠٫٢٨ | ١٩٠٥ | ١٩١٠ | ١٩١٤ | ١٩١٩ | ١٩٢٣ | ١٩٢٨ | ١٩٣٢ | ١٩٣٦ | ١٩٤١ | ١٩٤٥ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٢٩ | ١٩٥٠ | ١٩٥٤ | ١٩٥٩ | ١٩٦٣ | ١٩٦٨ | ١٩٧٢ | ١٩٧٧ | ١٩٨٢ | ١٩٨٦ | ١٩٩١ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٣٠ | ١٩٩٥ | ٢٠٠٠ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٩ | ٢٠١٤ | ٢٠١٨ | ٢٠٢٣ | ٢٠٢٨ | ٢٠٣٢ | ٢٠٣٧ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٣١ | ٢٠٤٢ | ٢٠٤٦ | ٢٠٥١ | ٢٠٥٦ | ٢٠٦١ | ٢٠٦٥ | ٢٠٧٠ | ٢٠٧٥ | ٢٠٨٠ | ٢٠٨٤ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٣٢ | ٢٠٨٩ | ٢٠٩٤ | ٢٠٩٩ | ٢١٠٤ | ٢١٠٩ | ٢١١٣ | ٢١١٨ | ٢١٢٣ | ٢١٢٨ | ٢١٣٣ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٣٣ | ٢١٣٨ | ٢١٤٣ | ٢١٤٨ | ٢١٥٣ | ٢١٥٨ | ٢١٦٣ | ٢١٦٨ | ٢١٧٣ | ٢١٧٨ | ٢١٨٣ | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ |
| ٠٫٣٤ | ٢١٨٨ | ٢١٩٣ | ٢١٩٨ | ٢٢٠٣ | ٢٢٠٨ | ٢٢١٣ | ٢٢١٨ | ٢٢٢٣ | ٢٢٢٨ | ٢٢٣٤ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٠٫٣٥ | ٢٢٣٩ | ٢٢٤٤ | ٢٢٤٩ | ٢٢٥٤ | ٢٢٥٩ | ٢٢٦٥ | ٢٢٧٠ | ٢٢٧٥ | ٢٢٨٠ | ٢٢٨٦ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٠٫٣٦ | ٢٢٩١ | ٢٢٩٦ | ٢٣٠١ | ٢٣٠٧ | ٢٣١٢ | ٢٣١٧ | ٢٣٢٣ | ٢٣٢٨ | ٢٣٣٣ | ٢٣٣٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٠٫٣٧ | ٢٣٤٤ | ٢٣٥٠ | ٢٣٥٥ | ٢٣٦٠ | ٢٣٦٦ | ٢٣٧١ | ٢٣٧٧ | ٢٣٨٢ | ٢٣٨٨ | ٢٣٩٣ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٠٫٣٨ | ٢٣٩٩ | ٢٤٠٤ | ٢٤١٠ | ٢٤١٥ | ٢٤٢١ | ٢٤٢٧ | ٢٤٣٢ | ٢٤٣٨ | ٢٤٤٣ | ٢٤٤٩ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٠٫٣٩ | ٢٤٥٥ | ٢٤٦٠ | ٢٤٦٦ | ٢٤٧٢ | ٢٤٧٧ | ٢٤٨٣ | ٢٤٨٩ | ٢٤٩٥ | ٢٥٠٠ | ٢٥٠٦ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٠٫٤٠ | ٢٥١٢ | ٢٥١٨ | ٢٥٢٣ | ٢٥٢٩ | ٢٥٣٥ | ٢٥٤١ | ٢٥٤٧ | ٢٥٥٣ | ٢٥٥٩ | ٢٥٦٤ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٠٫٤١ | ٢٥٧٠ | ٢٥٧٦ | ٢٥٨٢ | ٢٥٨٨ | ٢٥٩٤ | ٢٦٠٠ | ٢٦٠٦ | ٢٦١٢ | ٢٦١٨ | ٢٦٢٤ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ |
| ٠٫٤٢ | ٢٦٣٠ | ٢٦٣٦ | ٢٦٤٢ | ٢٦٤٩ | ٢٦٥٥ | ٢٦٦١ | ٢٦٦٧ | ٢٦٧٣ | ٢٦٧٩ | ٢٦٨٥ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٣ | ٢٦٩٢ | ٢٦٩٨ | ٢٧٠٤ | ٢٧١٠ | ٢٧١٦ | ٢٧٢٣ | ٢٧٢٩ | ٢٧٣٥ | ٢٧٤٢ | ٢٧٤٨ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٤ | ٢٧٥٤ | ٢٧٦١ | ٢٧٦٧ | ٢٧٧٣ | ٢٧٨٠ | ٢٧٨٦ | ٢٧٩٣ | ٢٧٩٩ | ٢٨٠٥ | ٢٨١٢ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٥ | ٢٨١٨ | ٢٨٢٥ | ٢٨٣١ | ٢٨٣٨ | ٢٨٤٤ | ٢٨٥١ | ٢٨٥٨ | ٢٨٦٤ | ٢٨٧١ | ٢٨٧٧ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٦ | ٢٨٨٤ | ٢٨٩١ | ٢٨٩٧ | ٢٩٠٤ | ٢٩١١ | ٢٩١٧ | ٢٩٢٤ | ٢٩٣١ | ٢٩٣٨ | ٢٩٤٤ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٧ | ٢٩٥١ | ٢٩٥٨ | ٢٩٦٥ | ٢٩٧٢ | ٢٩٧٩ | ٢٩٨٥ | ٢٩٩٢ | ٢٩٩٩ | ٣٠٠٦ | ٣٠١٣ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ |
| ٠٫٤٨ | ٣٠٢٠ | ٣٠٢٧ | ٣٠٣٤ | ٣٠٤١ | ٣٠٤٨ | ٣٠٥٥ | ٣٠٦٢ | ٣٠٦٩ | ٣٠٧٦ | ٣٠٨٣ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ |
| ٠٫٤٩ | ٣٠٩٠ | ٣٠٩٧ | ٣١٠٥ | ٣١١٢ | ٣١١٩ | ٣١٢٦ | ٣١٣٣ | ٣١٤١ | ٣١٤٨ | ٣١٥٥ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ |

## ( تابع ) جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات

| | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | الفروق ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠٫٥٠ | ٣١٦٢ | ٣١٧٠ | ٣١٧٧ | ٣١٨٤ | ٣١٩٢ | ٣١٩٩ | ٣٢٠٦ | ٣٢١٤ | ٣٢٢١ | ٣٢٢٨ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٠٫٥١ | ٣٢٣٦ | ٣٢٤٣ | ٣٢٥١ | ٣٢٥٨ | ٣٢٦٦ | ٣٢٧٣ | ٣٢٨١ | ٣٢٨٩ | ٣٢٩٦ | ٣٣٠٤ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٠٫٥٢ | ٣٣١١ | ٣٣١٩ | ٣٣٢٧ | ٣٣٣٤ | ٣٣٤٢ | ٣٣٥٠ | ٣٣٥٧ | ٣٣٦٥ | ٣٣٧٣ | ٣٣٨١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ |
| ٠٫٥٣ | ٣٣٨٨ | ٣٣٩٦ | ٣٤٠٤ | ٣٤١٢ | ٣٤٢٠ | ٣٤٢٨ | ٣٤٣٦ | ٣٤٤٣ | ٣٤٥١ | ٣٤٥٩ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ |
| ٠٫٥٤ | ٣٤٦٧ | ٣٤٧٥ | ٣٤٨٣ | ٣٤٩١ | ٣٤٩٩ | ٣٥٠٨ | ٣٥١٦ | ٣٥٢٤ | ٣٥٣٢ | ٣٥٤٠ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ |
| ٠٫٥٥ | ٣٥٤٨ | ٣٥٥٦ | ٣٥٦٥ | ٣٥٧٣ | ٣٥٨١ | ٣٥٨٩ | ٣٥٩٧ | ٣٦٠٦ | ٣٦١٤ | ٣٦٢٢ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ |
| ٠٫٥٦ | ٣٦٣١ | ٣٦٣٩ | ٣٦٤٨ | ٣٦٥٦ | ٣٦٦٤ | ٣٦٧٣ | ٣٦٨١ | ٣٦٩٠ | ٣٦٩٨ | ٣٧٠٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٠٫٥٧ | ٣٧١٥ | ٣٧٢٤ | ٣٧٣٣ | ٣٧٤١ | ٣٧٥٠ | ٣٧٥٨ | ٣٧٦٧ | ٣٧٧٦ | ٣٧٨٤ | ٣٧٩٣ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٠٫٥٨ | ٣٨٠٢ | ٣٨١١ | ٣٨١٩ | ٣٨٢٨ | ٣٨٣٧ | ٣٨٤٦ | ٣٨٥٥ | ٣٨٦٤ | ٣٨٧٣ | ٣٨٨٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٠٫٥٩ | ٣٨٩٠ | ٣٨٩٩ | ٣٩٠٨ | ٣٩١٧ | ٣٩٢٦ | ٣٩٣٦ | ٣٩٤٥ | ٣٩٥٤ | ٣٩٦٣ | ٣٩٧٢ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٠٫٦٠ | ٣٩٨١ | ٣٩٩٠ | ٣٩٩٩ | ٤٠٠٩ | ٤٠١٨ | ٤٠٢٧ | ٤٠٣٦ | ٤٠٤٦ | ٤٠٥٥ | ٤٠٦٤ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ٠٫٦١ | ٤٠٧٤ | ٤٠٨٣ | ٤٠٩٣ | ٤١٠٢ | ٤١١١ | ٤١٢١ | ٤١٣٠ | ٤١٤٠ | ٤١٥٠ | ٤١٥٩ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٠٫٦٢ | ٤١٦٩ | ٤١٧٨ | ٤١٨٨ | ٤١٩٨ | ٤٢٠٧ | ٤٢١٧ | ٤٢٢٧ | ٤٢٣٦ | ٤٢٤٦ | ٤٢٥٦ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٠٫٦٣ | ٤٢٦٦ | ٤٢٧٦ | ٤٢٨٥ | ٤٢٩٥ | ٤٣٠٥ | ٤٣١٥ | ٤٣٢٥ | ٤٣٣٥ | ٤٣٤٥ | ٤٣٥٥ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٠٫٦٤ | ٤٣٦٥ | ٤٣٧٥ | ٤٣٨٥ | ٤٣٩٥ | ٤٤٠٦ | ٤٤١٦ | ٤٤٢٦ | ٤٤٣٦ | ٤٤٤٦ | ٤٤٥٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٠٫٦٥ | ٤٤٦٧ | ٤٤٧٧ | ٤٤٨٧ | ٤٤٩٨ | ٤٥٠٨ | ٤٥١٩ | ٤٥٢٩ | ٤٥٣٩ | ٤٥٥٠ | ٤٥٦٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| ٠٫٦٦ | ٤٥٧١ | ٤٥٨١ | ٤٥٩٢ | ٤٦٠٣ | ٤٦١٣ | ٤٦٢٤ | ٤٦٣٤ | ٤٦٤٥ | ٤٦٥٦ | ٤٦٦٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ |
| ٠٫٦٧ | ٤٦٧٧ | ٤٦٨٨ | ٤٦٩٩ | ٤٧١٠ | ٤٧٢١ | ٤٧٣٢ | ٤٧٤٢ | ٤٧٥٣ | ٤٧٦٤ | ٤٧٧٥ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٠٫٦٨ | ٤٧٨٦ | ٤٧٩٧ | ٤٨٠٨ | ٤٨١٩ | ٤٨٣١ | ٤٨٤٢ | ٤٨٥٣ | ٤٨٦٤ | ٤٨٧٥ | ٤٨٨٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٠٫٦٩ | ٤٨٩٨ | ٤٩٠٩ | ٤٩٢٠ | ٤٩٣٢ | ٤٩٤٣ | ٤٩٥٥ | ٤٩٦٦ | ٤٩٧٧ | ٤٩٨٩ | ٥٠٠٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
| ٠٫٧٠ | ٥٠١٢ | ٥٠٢٣ | ٥٠٣٥ | ٥٠٤٧ | ٥٠٥٨ | ٥٠٧٠ | ٥٠٨٢ | ٥٠٩٣ | ٥١٠٥ | ٥١١٧ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١١ |
| ٠٫٧١ | ٥١٢٩ | ٥١٤٠ | ٥١٥٢ | ٥١٦٤ | ٥١٧٦ | ٥١٨٨ | ٥٢٠٠ | ٥٢١٢ | ٥٢٢٤ | ٥٢٣٦ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ |
| ٠٫٧٢ | ٥٢٤٨ | ٥٢٦٠ | ٥٢٧٢ | ٥٢٨٤ | ٥٢٩٧ | ٥٣٠٩ | ٥٣٢١ | ٥٣٣٣ | ٥٣٤٦ | ٥٣٥٨ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| ٠٫٧٣ | ٥٣٧٠ | ٥٣٨٣ | ٥٣٩٥ | ٥٤٠٨ | ٥٤٢٠ | ٥٤٣٣ | ٥٤٤٥ | ٥٤٥٨ | ٥٤٧٠ | ٥٤٨٣ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| ٠٫٧٤ | ٥٤٩٥ | ٥٥٠٨ | ٥٥٢١ | ٥٥٣٤ | ٥٥٤٦ | ٥٥٥٩ | ٥٥٧٢ | ٥٥٨٥ | ٥٥٩٨ | ٥٦١٠ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١٢ |
| ٠٫٧٥ | ٥٦٢٣ | ٥٦٣٦ | ٥٦٤٩ | ٥٦٦٢ | ٥٦٧٥ | ٥٦٨٩ | ٥٧٠٢ | ٥٧١٥ | ٥٧٢٨ | ٥٧٤١ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١٢ |
| ٠٫٧٦ | ٥٧٥٤ | ٥٧٦٨ | ٥٧٨١ | ٥٧٩٤ | ٥٨٠٨ | ٥٨٢١ | ٥٨٣٤ | ٥٨٤٨ | ٥٨٦١ | ٥٨٧٥ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ |
| ٠٫٧٧ | ٥٨٨٨ | ٥٩٠٢ | ٥٩١٦ | ٥٩٢٩ | ٥٩٤٣ | ٥٩٥٧ | ٥٩٧٠ | ٥٩٨٤ | ٥٩٩٨ | ٦٠١٢ | ١ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٢ |
| ٠٫٧٨ | ٦٠٢٦ | ٦٠٣٩ | ٦٠٥٣ | ٦٠٦٧ | ٦٠٨١ | ٦٠٩٥ | ٦١٠٩ | ٦١٢٤ | ٦١٣٨ | ٦١٥٢ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٣ |
| ٠٫٧٩ | ٦١٦٦ | ٦١٨٠ | ٦١٩٤ | ٦٢٠٩ | ٦٢٢٣ | ٦٢٣٧ | ٦٢٥٢ | ٦٢٦٦ | ٦٢٨١ | ٦٢٩٥ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٣ |
| ٠٫٨٠ | ٦٣١٠ | ٦٣٢٤ | ٦٣٣٩ | ٦٣٥٣ | ٦٣٦٨ | ٦٣٨٣ | ٦٣٩٧ | ٦٤١٢ | ٦٤٢٧ | ٦٤٤٢ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١٢ | ١٣ |
| ٠٫٨١ | ٦٤٥٧ | ٦٤٧١ | ٦٤٨٦ | ٦٥٠١ | ٦٥١٦ | ٦٥٣١ | ٦٥٤٦ | ٦٥٦١ | ٦٥٧٧ | ٦٥٩٢ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ |
| ٠٫٨٢ | ٦٦٠٧ | ٦٦٢٢ | ٦٦٣٧ | ٦٦٥٣ | ٦٦٦٨ | ٦٦٨٣ | ٦٦٩٩ | ٦٧١٤ | ٦٧٣٠ | ٦٧٤٥ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ |
| ٠٫٨٣ | ٦٧٦١ | ٦٧٧٦ | ٦٧٩٢ | ٦٨٠٨ | ٦٨٢٣ | ٦٨٣٩ | ٦٨٥٥ | ٦٨٧١ | ٦٨٨٧ | ٦٩٠٢ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٤ |
| ٠٫٨٤ | ٦٩١٨ | ٦٩٣٤ | ٦٩٥٠ | ٦٩٦٦ | ٦٩٨٢ | ٦٩٩٨ | ٧٠١٥ | ٧٠٣١ | ٧٠٤٧ | ٧٠٦٣ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٣ | ١٥ |
| ٠٫٨٥ | ٧٠٧٩ | ٧٠٩٦ | ٧١١٢ | ٧١٢٩ | ٧١٤٥ | ٧١٦١ | ٧١٧٨ | ٧١٩٤ | ٧٢١١ | ٧٢٢٨ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٣ | ١٥ |
| ٠٫٨٦ | ٧٢٤٤ | ٧٢٦١ | ٧٢٧٨ | ٧٢٩٥ | ٧٣١١ | ٧٣٢٨ | ٧٣٤٥ | ٧٣٦٢ | ٧٣٧٩ | ٧٣٩٦ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٣ | ١٥ |
| ٠٫٨٧ | ٧٤١٣ | ٧٤٣٠ | ٧٤٤٧ | ٧٤٦٤ | ٧٤٨٢ | ٧٤٩٩ | ٧٥١٦ | ٧٥٣٤ | ٧٥٥١ | ٧٥٦٨ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٩ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ |
| ٠٫٨٨ | ٧٥٨٦ | ٧٦٠٣ | ٧٦٢١ | ٧٦٣٨ | ٧٦٥٦ | ٧٦٧٤ | ٧٦٩١ | ٧٧٠٩ | ٧٧٢٧ | ٧٧٤٥ | ٢ | ٤ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ | ١٦ |
| ٠٫٨٩ | ٧٧٦٢ | ٧٧٨٠ | ٧٧٩٨ | ٧٨١٦ | ٧٨٣٤ | ٧٨٥٢ | ٧٨٧٠ | ٧٨٨٩ | ٧٩٠٧ | ٧٩٢٥ | ٢ | ٤ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٤ | ١٦ |
| ٠٫٩٠ | ٧٩٤٣ | ٧٩٦٢ | ٧٩٨٠ | ٧٩٩٨ | ٨٠١٧ | ٨٠٣٥ | ٨٠٥٤ | ٨٠٧٢ | ٨٠٩١ | ٨١١٠ | ٢ | ٤ | ٦ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ |
| ٠٫٩١ | ٨١٢٨ | ٨١٤٧ | ٨١٦٦ | ٨١٨٥ | ٨٢٠٤ | ٨٢٢٢ | ٨٢٤١ | ٨٢٦٠ | ٨٢٧٩ | ٨٢٩٩ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ |
| ٠٫٩٢ | ٨٣١٨ | ٨٣٣٧ | ٨٣٥٦ | ٨٣٧٥ | ٨٣٩٥ | ٨٤١٤ | ٨٤٣٣ | ٨٤٥٣ | ٨٤٧٢ | ٨٤٩٢ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٥ | ١٧ |
| ٠٫٩٣ | ٨٥١١ | ٨٥٣١ | ٨٥٥١ | ٨٥٧٠ | ٨٥٩٠ | ٨٦١٠ | ٨٦٣٠ | ٨٦٥٠ | ٨٦٧٠ | ٨٦٩٠ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٨ |
| ٠٫٩٤ | ٨٧١٠ | ٨٧٣٠ | ٨٧٥٠ | ٨٧٧٠ | ٨٧٩٠ | ٨٨١٠ | ٨٨٣١ | ٨٨٥١ | ٨٨٧٢ | ٨٨٩٢ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٨ |
| ٠٫٩٥ | ٨٩١٣ | ٨٩٣٣ | ٨٩٥٤ | ٨٩٧٤ | ٨٩٩٥ | ٩٠١٦ | ٩٠٣٦ | ٩٠٥٧ | ٩٠٧٨ | ٩٠٩٩ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٥ | ١٧ | ١٩ |
| ٠٫٩٦ | ٩١٢٠ | ٩١٤١ | ٩١٦٢ | ٩١٨٣ | ٩٢٠٤ | ٩٢٢٦ | ٩٢٤٧ | ٩٢٦٨ | ٩٢٩٠ | ٩٣١١ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ | ١٩ |
| ٠٫٩٧ | ٩٣٣٣ | ٩٣٥٤ | ٩٣٧٦ | ٩٣٩٧ | ٩٤١٩ | ٩٤٤١ | ٩٤٦٢ | ٩٤٨٤ | ٩٥٠٦ | ٩٥٢٨ | ٢ | ٤ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ | ٢٠ |
| ٠٫٩٨ | ٩٥٥٠ | ٩٥٧٢ | ٩٥٩٤ | ٩٦١٦ | ٩٦٣٨ | ٩٦٦١ | ٩٦٨٣ | ٩٧٠٥ | ٩٧٢٧ | ٩٧٥٠ | ٢ | ٤ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٦ | ١٨ | ٢٠ |
| ٠٫٩٩ | ٩٧٧٢ | ٩٧٩٥ | ٩٨١٧ | ٩٨٤٠ | ٩٨٦٣ | ٩٨٨٦ | ٩٩٠٨ | ٩٩٣١ | ٩٩٥٤ | ٩٩٧٧ | ٢ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٤ | ١٦ | ١٨ | ٢٠ |

## ملحق (٢)

### جدول رقم (م-٦) جدول المساحات (الاحتمالات) للتوزيع المعتدل المعياري

| ز | ,٠٠ | ,٠١ | ,٠٢ | ,٠٣ | ,٠٤ | ,٠٥ | ,٠٦ | ,٠٧ | ,٠٨ | ,٠٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ,٠ | ,٠٠٠٠ | ,٠٠٤٠ | ,٠٠٨٠ | ,٠١٢٠ | ,٠١٦٠ | ,٠١٩٩ | ,٠٢٣٩ | ,٠٢٧٩ | ,٠٣١٩ | ,٠٣٥٩ |
| ,١ | ,٠٣٩٨ | ,٠٤٣٨ | ,٠٤٧٨ | ,٠٥١٧ | ,٠٥٥٧ | ,٠٥٩٦ | ,٠٦٣٦ | ,٠٦٧٥ | ,٠٧١٤ | ,٠٧٥٣ |
| ,٢ | ,٠٧٩٣ | ,٠٨٣٢ | ,٠٨٧١ | ,٠٩١٠ | ,٠٩٤٨ | ,٠٩٨٧ | ,١٠٢٦ | ,١٠٦٤ | ,١١٠٣ | ,١١٤١ |
| ,٣ | ,١١٧٩ | ,١٢١٧ | ,١٢٥٥ | ,١٢٩٣ | ,١٣٣١ | ,١٣٦٨ | ,١٤٠٦ | ,١٤٤٣ | ,١٤٨٠ | ,١٥١٧ |
| ,٤ | ,١٥٥٤ | ,١٥٩١ | ,١٦٢٨ | ,١٦٦٤ | ,١٧٠٠ | ,١٧٣٦ | ,١٧٧٢ | ,١٨٠٨ | ,١٨٤٤ | ,١٨٧٩ |
| ,٥ | ,١٩١٥ | ,١٩٥٠ | ,١٩٨٥ | ,٢٠١٩ | ,٢٠٥٤ | ,٢٠٨٨ | ,٢١٢٣ | ,٢١٥٧ | ,٢١٩٠ | ,٢٢٢٤ |
| ,٦ | ,٢٢٥٧ | ,٢٢٩١ | ,٢٣٢٤ | ,٢٣٥٧ | ,٢٣٨٩ | ,٢٤٢٢ | ,٢٤٥٤ | ,٢٤٨٦ | ,٢٥١٧ | ,٢٥٤٩ |
| ,٧ | ,٢٥٨٠ | ,٢٦١١ | ,٢٦٤٢ | ,٢٦٧٣ | ,٢٧٠٤ | ,٢٧٣٤ | ,٢٧٦٤ | ,٢٧٩٤ | ,٢٨٢٣ | ,٢٨٥٢ |
| ,٨ | ,٢٨٨١ | ,٢٩١٠ | ,٢٩٣٩ | ,٢٩٦٧ | ,٢٩٩٥ | ,٣٠٢٣ | ,٣٠٥١ | ,٣٠٧٨ | ,٣١٠٦ | ,٣١٣٣ |
| ,٩ | ,٣١٥٩ | ,٣١٨٦ | ,٣٢١٢ | ,٣٢٣٨ | ,٣٢٦٤ | ,٣٢٨٩ | ,٣٣١٥ | ,٣٣٤٠ | ,٣٣٦٥ | ,٣٣٨٩ |
| ١,٠ | ,٣٤١٣ | ,٣٤٣٨ | ,٣٤٦١ | ,٣٤٨٥ | ,٣٥٠٨ | ,٣٥٣١ | ,٣٥٥٤ | ,٣٥٧٧ | ,٣٥٩٩ | ,٣٦٢١ |
| ١,١ | ,٣٦٤٣ | ,٣٦٦٥ | ,٣٦٨٦ | ,٣٧٠٨ | ,٣٧٢٩ | ,٣٧٤٩ | ,٣٧٧٠ | ,٣٧٩٠ | ,٣٨١٠ | ,٣٨٣٠ |
| ١,٢ | ,٣٨٤٩ | ,٣٨٦٩ | ,٣٨٨٨ | ,٣٩٠٧ | ,٣٩٢٥ | ,٣٩٤٤ | ,٣٩٦٢ | ,٣٩٨٠ | ,٣٩٩٧ | ,٤٠١٥ |
| ١,٣ | ,٤٠٣٢ | ,٤٠٤٩ | ,٤٠٦٦ | ,٤٠٨٢ | ,٤٠٩٩ | ,٤١١٥ | ,٤١٣١ | ,٤١٤٧ | ,٤١٦٢ | ,٤١٧٧ |
| ١,٤ | ,٤١٩٢ | ,٤٢٠٧ | ,٤٢٢٢ | ,٤٢٣٦ | ,٤٢٥١ | ,٤٢٦٥ | ,٤٢٧٩ | ,٤٢٩٢ | ,٤٣٠٦ | ,٤٣١٩ |
| ١,٥ | ,٤٣٣٢ | ,٤٣٤٥ | ,٤٣٥٧ | ,٤٣٧٠ | ,٤٣٨٢ | ,٤٣٩٤ | ,٤٤٠٦ | ,٤٤١٨ | ,٤٤٢٩ | ,٤٤٤١ |
| ١,٦ | ,٤٤٥٢ | ,٤٤٦٣ | ,٤٤٧٤ | ,٤٤٨٤ | ,٤٤٩٥ | ,٤٥٠٥ | ,٤٥١٥ | ,٤٥٢٥ | ,٤٥٣٥ | ,٤٥٤٥ |
| ١,٧ | ,٤٥٥٤ | ,٤٥٦٤ | ,٤٥٧٣ | ,٤٥٨٢ | ,٤٥٩١ | ,٤٥٩٩ | ,٤٦٠٨ | ,٤٦١٦ | ,٤٦٢٥ | ,٤٦٣٣ |
| ١,٨ | ,٤٦٤١ | ,٤٦٤٩ | ,٤٦٥٦ | ,٤٦٦٤ | ,٤٦٧١ | ,٤٦٧٨ | ,٤٦٨٦ | ,٤٦٩٣ | ,٤٦٩٩ | ,٤٧٠٦ |
| ١,٩ | ,٤٧١٣ | ,٤٧١٩ | ,٤٧٢٦ | ,٤٧٣٢ | ,٤٧٣٨ | ,٤٧٤٤ | ,٤٧٥٠ | ,٤٧٥٦ | ,٤٧٦١ | ,٤٧٦٧ |
| ٢,٠ | ,٤٧٧٢ | ,٤٧٧٨ | ,٤٧٨٣ | ,٤٧٨٨ | ,٤٧٩٣ | ,٤٧٩٨ | ,٤٨٠٣ | ,٤٨٠٨ | ,٤٨١٢ | ,٤٨١٧ |
| ٢,١ | ,٤٨٢١ | ,٤٨٢٦ | ,٤٨٣٠ | ,٤٨٣٤ | ,٤٨٣٨ | ,٤٨٤٢ | ,٤٨٤٦ | ,٤٨٥٠ | ,٤٨٥٤ | ,٤٨٥٧ |
| ٢,٢ | ,٤٨٦١ | ,٤٨٦٤ | ,٤٨٦٨ | ,٤٨٧١ | ,٤٨٧٥ | ,٤٨٧٨ | ,٤٨٨١ | ,٤٨٨٤ | ,٤٨٨٧ | ,٤٨٩٠ |
| ٢,٣ | ,٤٨٩٣ | ,٤٨٩٦ | ,٤٨٩٨ | ,٤٩٠١ | ,٤٩٠٤ | ,٤٩٠٦ | ,٤٩٠٩ | ,٤٩١١ | ,٤٩١٣ | ,٤٩١٦ |
| ٢,٤ | ,٤٩١٨ | ,٤٩٢٠ | ,٤٩٢٢ | ,٤٩٢٥ | ,٤٩٢٧ | ,٤٩٢٩ | ,٤٩٣١ | ,٤٩٣٢ | ,٤٩٣٤ | ,٤٩٣٦ |
| ٢,٥ | ,٤٩٣٨ | ,٤٩٤٠ | ,٤٩٤١ | ,٤٩٤٣ | ,٤٩٤٥ | ,٤٩٤٦ | ,٤٩٤٨ | ,٤٩٤٩ | ,٤٩٥١ | ,٤٩٥٢ |
| ٢,٦ | ,٤٩٥٣ | ,٤٩٥٥ | ,٤٩٥٦ | ,٤٩٥٧ | ,٤٩٥٩ | ,٤٩٦٠ | ,٤٩٦١ | ,٤٩٦٢ | ,٤٩٦٣ | ,٤٩٦٤ |
| ٢,٧ | ,٤٩٦٥ | ,٤٩٦٦ | ,٤٩٦٧ | ,٤٩٦٨ | ,٤٩٦٩ | ,٤٩٧٠ | ,٤٩٧١ | ,٤٩٧٢ | ,٤٩٧٣ | ,٤٩٧٤ |
| ٢,٨ | ,٤٩٧٤ | ,٤٩٧٥ | ,٤٩٧٦ | ,٤٩٧٧ | ,٤٩٧٧ | ,٤٩٧٨ | ,٤٩٧٩ | ,٤٩٧٩ | ,٤٩٨٠ | ,٤٩٨١ |
| ٢,٩ | ,٤٩٨١ | ,٤٩٨٢ | ,٤٩٨٢ | ,٤٩٨٣ | ,٤٩٨٤ | ,٤٩٨٤ | ,٤٩٨٥ | ,٤٩٨٥ | ,٤٩٨٦ | ,٤٩٨٦ |
| ٣,٠ | ,٤٩٨٧ | ,٤٩٨٧ | ,٤٩٨٧ | ,٤٩٨٨ | ,٤٩٨٨ | ,٤٩٨٩ | ,٤٩٨٩ | ,٤٩٨٩ | ,٤٩٩٠ | ,٤٩٩٠ |
| ٣,١ | ,٤٩٩٠ | ,٤٩٩١ | ,٤٩٩١ | ,٤٩٩١ | ,٤٩٩٢ | ,٤٩٩٢ | ,٤٩٩٢ | ,٤٩٩٢ | ,٤٩٩٣ | ,٤٩٩٣ |
| ٣,٢ | ,٤٩٩٣ | ,٤٩٩٣ | ,٤٩٩٤ | ,٤٩٩٤ | ,٤٩٩٤ | ,٤٩٩٤ | ,٤٩٩٤ | ,٤٩٩٥ | ,٤٩٩٥ | ,٤٩٩٥ |
| ٣,٣ | ,٤٩٩٥ | ,٤٩٩٥ | ,٤٩٩٥ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٦ | ,٤٩٩٧ |
| ٣,٤ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٧ | ,٤٩٩٨ |
| ٣,٦ | ,٤٩٩٨ | ,٤٩٩٨ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ | ,٤٩٩٩ |
| ٣,٩ | ,٥٠٠٠ | | | | | | | | | |

جدول رقم (٣-٧) الإحداثي الرأسي (الصادي) النسبي للتوزيع المعتدل المعياري

| | ,٠٠ | ,٠١ | ,٠٢ | ,٠٣ | ,٠٤ | ,٠٥ | ,٠٦ | ,٠٧ | ,٠٨ | ,٠٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠ | ,٣٩٨٩ | ,٣٩٨٩ | ,٣٩٨٩ | ,٣٩٨٨ | ,٣٩٨٦ | ,٣٩٨٤ | ,٣٩٨٢ | ,٣٩٨٠ | ,٣٩٧٧ | ,٣٩٧٣ |
| ٠,١ | ,٣٩٧٠ | ,٣٩٦٥ | ,٣٩٦١ | ,٣٩٥٦ | ,٣٩٥١ | ,٣٩٤٥ | ,٣٩٣٩ | ,٣٩٣٢ | ,٣٩٢٥ | ,٣٩١٨ |
| ٠,٢ | ,٣٩١٠ | ,٣٨٠٢ | ,٣٨٩٤ | ,٣٨٨٥ | ,٣٨٧٦ | ,٣٨٦٧ | ,٣٨٥٧ | ,٣٨٥٧ | ,٣٨٣٦ | ,٣٨٢٥ |
| ٠,٣ | ,٣٨١٤ | ,٣٨٠٢ | ,٣٨٩٠ | ,٣٧٧٨ | ,٣٧٦٥ | ,٣٧٥٢ | ,٣٧٣٩ | ,٣٧٢٥ | ,٣٧١٢ | ,٣٦٩٧ |
| ٠,٤ | ,٣٦٨٣ | ,٣٦٦٨ | ,٣٦٥٣ | ,٣٦٣٧ | ,٣٦٢١ | ,٣٦٠٥ | ,٣٥٨٩ | ,٣٥٧٢ | ,٣٥٥٥ | ,٣٥٣٨ |
| ٠,٥ | ,٣٥٢١ | ,٣٥٠٣ | ,٣٤٨٥ | ,٣٤٦٧ | ,٣٤٤٨ | ,٣٤٢٩ | ,٣٤١٠ | ,٣٣٩١ | ,٣٣٧٢ | ,٣٣٥٢ |
| ٠,٦ | ,٣٣٣٢ | ,٣٣١٢ | ,٣٢٩٢ | ,٣٢٧١ | ,٣٢٥١ | ,٣٢٣٠ | ٣٢٠٩ | ,٣١٨٧ | ,٣١٦٦ | ,٣١٤٤ |
| ٠,٧ | ,٣١٢٣ | ,٣١٠١ | ,٣٠٧٩ | ,٣٠٥٦ | ,٣٠٣٤ | ,٣٠١١ | ,٢٩٨٩ | ,٢٩٦٦ | ,٢٩٤٣ | ,٢٩٢٠ |
| ٠,٨ | ,٢٨٩٧ | ,٢٨٧٤ | ,٢٨٥٠ | ,٢٨٢٧ | ,٢٨٠٣ | ,٢٧٨٠ | ,٢٧٥٦ | ,٢٧٣٢ | ,٢٧٠٩ | ,٢٦٨٥ |
| ٠,٩ | ,٢٦٦١ | ,٢٦٣٧ | ,٢٦١٣ | ,٢٥٨٩ | ,٢٥٦٥ | ,٢٥٤١ | ,٢٥١٦ | ,٢٤٩٢ | ,٢٤٦٨ | ,٢٤٤٤ |
| ١,٠ | ,٢٤٢٠ | ,٢٣٩٦ | ,٢٣٧١ | ,٢٣٤٧ | ,٢٣٢٣ | ,٢٢٩٩ | ,٢٢٧٥ | ,٢٢٥١ | ,٢٢٢٧ | ,٢٢٠٣ |
| ١,١ | ,٢١٧٩ | ,٢١٥٥ | ,٢١٣١ | ,٢١٠٧ | ,٢٠٨٣ | ,٢٠٥٩ | ,٢٠٣٦ | ,٢٠١٢ | ,١٩٨٩ | ,١٩٦٥ |
| ١,٢ | ,١٩٤٢ | ,١٩١٩ | ,١٨٩٥ | ,١٨٧٢ | ,١٨٤٩ | ,١٨٢٦ | ,١٨٠٤ | ,١٧٨١ | ,١٧٥٨ | ,١٧٣٦ |
| ١,٣ | ,١٧١٤ | ,١٦٩١ | ,١٦٦٩ | ,١٦٤٧ | ,١٦٢٦ | ,١٦٠٤ | ,١٥٨٢ | ,١٥٦١ | ,١٥٣٩ | ,١٥١٨ |
| ١,٤ | ,١٤٩٧ | ,١٤٧٦ | ,١٤٥٦ | ,١٤٣٥ | ,١٤١٥ | ,١٣٩٤ | ,١٣٧٤ | ,١٣٥٤ | ,١٣٣٤ | ,١٣١٥ |
| ١,٥ | ,١٢٩٥ | ,١٢٧٦ | ,١٢٥٧ | ,١٢٣٨ | ,١٢١٩ | ,١٢٠٠ | ,١١٨٢ | ,١١٦٣ | ,١١٤٥ | ,١١٢٧ |
| ١,٦ | ,١١٠٩ | ,١٠٩٢ | ,١٠٧٤ | ,١٠٥٧ | ,١٠٤٠ | ,١٠٢٣ | ,١٠٠٦ | ,٠٩٨٩ | ,٠٩٧٣ | ,٠٩٥٧ |
| ١,٧ | ,٠٩٤٠ | ,٠٩٢٥ | ,٠٩٠٩ | ,٠٨٩٣ | ,٠٨٧٨ | ,٠٨٦٣ | ,٠٨٤٨ | ,٠٨٣٣ | ,٠٨١٨ | ,٠٨٠٤ |
| ١,٨ | ,٠٧٩٠ | ,٠٧٧٥ | ,٠٧٦١ | ,٠٧٤٨ | ,٠٧٣٤ | ,٠٧٢١ | ,٠٧٠٧ | ,٠٦٩٤ | ,٠٦٨١ | ,٠٦٦٩ |
| ١,٩ | ,٠٦٥٦ | ,٠٦٤٤ | ,٠٦٣٢ | ,٠٦٢٠ | ,٠٦٠٨ | ,٠٥٩٦ | ,٠٥٨٤ | ,٠٥٧٣ | ,٠٥٦٢ | ,٠٥٥١ |
| ٢,٠ | ,٠٥٤٠ | ,٠٥٢٩ | ,٠٥١٩ | ,٠٥٠٨ | ,٠٤٩٨ | ,٠٤٨٨ | ,٠٤٧٨ | ,٠٤٦٨ | ,٠٤٥٩ | ,٠٤٤٩ |
| ٢,١ | ,٠٤٤٠ | ,٠٤٣١ | ,٠٤٢٢ | ,٠٤١٣ | ,٠٤٠٤ | ,٠٣٩٦ | ,٠٣٨٧ | ,٠٣٧٩ | ,٠٣٧١ | ,٠٣٦٣ |
| ٢,٢ | ,٠٣٥٥ | ,٠٣٤٧ | ,٠٣٣٩ | ,٠٣٣٢ | ,٠٣٢٥ | ,٠٣١٧ | ,٠٣١٠ | ,٠٣٠٣ | ,٠٢٩٧ | ,٠٢٩٠ |
| ٢,٣ | ,٠٢٨٣ | ,٠٢٧٧ | ,٠٢٧٠ | ,٠٢٦٤ | ,٠٢٥٨ | ,٠٢٥٢ | ,٠٢٤٦ | ,٠٢٤١ | ,٠٢٣٥ | ,٠٢٢٩ |
| ٢,٤ | ,٠٢٢٤ | ,٠٢١٩ | ,٠٢١٣ | ,٠٢٠٨ | ,٠٢٠٣ | ,٠١٩٨ | ,٠١٩٤ | ,٠١٨٩ | ,٠١٨٤ | ,٠١٨٠ |
| ٢,٥ | ,٠١٧٥ | ,٠١٧١ | ,٠١٦٧ | ,٠١٦٣ | ,٠١٥٨ | ,٠١٥٤ | ,٠١٥١ | ,٠١٤٧ | ,٠١٤٣ | ,٠١٣٩ |
| ٢,٦ | ,٠١٣٦ | ,٠١٣٢ | ,٠١٢٩ | ,٠١٢٦ | ,٠١٢٢ | ,٠١١٩ | ,٠١١٦ | ,٠١١٣ | ,٠١١٠ | ,٠١٠٧ |
| ٢,٧ | ,٠١٠٤ | ,٠١٠١ | ,٠٠٩٩ | ,٠٠٩٦ | ,٠٠٩٣ | ,٠٠٩١ | ,٠٠٨٨ | ,٠٠٨٦ | ,٠٠٨٤ | ,٠٠٨١ |
| ٢,٨ | ,٠٠٧٩ | ,٠٠٧٧ | ,٠٠٧٥ | ,٠٠٧٣ | ,٠٠٧١ | ,٠٠٦٩ | ,٠٠٦٧ | ,٠٠٦٥ | ,٠٠٦٣ | ,٠٠٦١ |
| ٢,٩ | ,٠٠٦٠ | ,٠٠٥٨ | ,٠٠٥٦ | ,٠٠٥٥ | ,٠٠٥٣ | ,٠٠٥١ | ,٠٠٥٠ | ,٠٠٤٨ | ,٠٠٤٧ | ,٠٠٤٦ |

## ملحق (٣)

### جدول (م - ٨) : توزيع ستيودنت - ت

| درجات الحرية | مستويات الثقة | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | أ ٫٥٠ ب ٫٢٥ | ٫٤٠ ٫٢٠ | ٫٢٠ ٫١٠ | ٫١٠ ٫٠٥ | ٫٠٥ ٫٠٢٥ | ٫٠١ ٫٠٠٥ |
| ١ | ١٫٠٠ | ١٫٣٨ | ٣٫٠٨ | ٦٫٣١ | ١٢٫٧١ | ٦٣٫٦٦ |
| ٢ | ٫٨٢ | ١٫٠٦ | ١٫٨٩ | ٢٫٩٢ | ٤٫٣٠ | ٩٫٩٣ |
| ٣ | ٫٧٦ | ٫٩٨ | ١٫٦٤ | ٢٫٣٥ | ٣٫١٨ | ٥٫٨٤ |
| ٤ | ٫٧٤ | ٫٩٤ | ١٫٥٣ | ٢٫١٣ | ٢٫٧٨ | ٤٫٦٠ |
| ٥ | ٫٧٣ | ٫٩٢ | ١٫٤٨ | ٢٫٠٢ | ٢٫٥٧ | ٤٫٠٣ |
| ٦ | ٫٧٢ | ٫٩١ | ١٫٤٤ | ١٫٩٤ | ٢٫٤٥ | ٣٫٧١ |
| ٧ | ٫٧١ | ٫٩٠ | ١٫٤٢ | ١٫٨٩ | ٢٫٣٦ | ٣٫٥٠ |
| ٨ | ٫٧١ | ٫٨٩ | ١٫٤٠ | ١٫٨٦ | ٢٫٣١ | ٣٫٣٦ |
| ٩ | ٫٧٠ | ٫٨٨ | ١٫٣٨ | ١٫٨٣ | ٢٫٢٦ | ٣٫٢٥ |
| ١٠ | ٫٧٠ | ٫٨٨ | ١٫٣٧ | ١٫٨١ | ٢٫٢٣ | ٣٫١٧ |
| ١١ | ٫٧٠ | ٫٨٨ | ١٫٣٦ | ١٫٨٠ | ٢٫٢٠ | ٣٫١١ |
| ١٢ | ٫٦٩ | ٫٨٧ | ١٫٣٦ | ١٫٧٨ | ٢٫١٨ | ٣٫٠٦ |
| ١٣ | ٫٦٩ | ٫٨٧ | ١٫٣٥ | ١٫٧٧ | ٢٫١٦ | ٣٫٠١ |
| ١٤ | ٫٦٩ | ٫٨٧ | ١٫٣٤ | ١٫٧٦ | ٢٫١٤ | ٢٫٩٨ |
| ١٥ | ٫٦٩ | ٫٨٧ | ١٫٣٤ | ١٫٧٥ | ٢٫١٣ | ٢٫٩٥ |
| ١٦ | ٫٦٩ | ٫٨٧ | ١٫٣٤ | ١٫٧٥ | ٢٫١٢ | ٢٫٩٢ |
| ١٧ | ٫٦٩ | ٫٨٦ | ١٫٣٣ | ١٫٧٤ | ٢٫١١ | ٢٫٩٠ |
| ١٨ | ٫٦٩ | ٫٨٦ | ١٫٣٣ | ١٫٧٣ | ٢٫١٠ | ٢٫٨٨ |
| ١٩ | ٫٦٩ | ٫٨٦ | ١٫٣٣ | ١٫٧٣ | ٢٫٠٩ | ٢٫٨٦ |
| ٢٠ | ٫٦٩ | ٫٨٦ | ١٫٣٢ | ١٫٧٢ | ٢٫٠٩ | ٢٫٨٤ |
| ٢٢ | ٫٦٩ | ٫٨٦ | ١٫٣٢ | ١٫٧٢ | ٢٫٠٧ | ٢٫٨٢ |
| ٢٤ | ٫٦٨ | ٫٨٦ | ١٫٣٢ | ١٫٧١ | ٢٫٠٦ | ٢٫٨٠ |
| ٢٦ | ٫٦٨ | ٫٨٦ | ١٫٣١ | ١٫٧١ | ٢٫٠٦ | ٢٫٧٨ |
| ٢٨ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٣١ | ١٫٧٠ | ٢٫٠٥ | ٢٫٧٦ |
| ٣٠ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٣١ | ١٫٧٠ | ٢٫٠٤ | ٢٫٧٥ |
| ٣٥ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٣١ | ١٫٦٩ | ٢٫٠٣ | ٢٫٧٢ |
| ٤٠ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٣٠ | ١٫٦٨ | ٢٫٠٢ | ٢٫٧٠ |
| ٦٠ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٣٠ | ١٫٦٧ | ٢٫٠٠ | ٢٫٦٦ |
| ٨٠ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٢٩ | ١٫٦٧ | ١٫٩٩ | ٢٫٦٤ |
| ١٠٠ | ٫٦٨ | ٫٨٥ | ١٫٢٩ | ١٫٦٦ | ١٫٩٨ | ٢٫٦٣ |
| ∞ | ٫٦٧ | ٫٨٤ | ١٫٢٨ | ١٫٦٤ | ١٫٩٦ | ٢٫٥٧ |

أ - اختبار ثنائي الطرف
ب - اختبار أحادي الطرف

ملحق (٤)

جدول رقم (م ٩) : جدول ف بمستوى دلالة ٠٥و (العلوى) و ٠١و (السفلى)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | درجات الحرية للتباين الأكبر | | | | | | | | | | | | | | | |
| ١ | ١٦١<br>٤,٠٥٢ | ٢٠٠<br>٤,٩٩٩ | ٢١٦<br>٥,٤٠٣ | ٢٢٥<br>٥,٦٢٥ | ٢٣٠<br>٥,٧٦٤ | ٢٣٤<br>٥,٨٥٩ | ٢٣٧<br>٥,٩٢٨ | ٢٣٩<br>٥,٩٨١ | ٢٤١<br>٦,٠٢٢ | ٢٤٢<br>٦,٠٥٦ | ٢٤٨<br>٦,٢٠٨ | ٢٥٠<br>٦,٢٥٨ | ٢٥١<br>٦,٢٨٦ | ٢٥٢<br>٦,٣٠٢ | ٢٥٣<br>٦,٣٣٤ | ٢٥٤<br>٦,٣٦٦ |
| ٢ | ١٨,٥١<br>٩٨,٤٩ | ١٩,٠٠<br>٩٩,٠٠ | ١٩,١٦<br>٩٩,١٧ | ١٩,٢٥<br>٩٩,٢٥ | ١٩,٣٠<br>٩٩,٣٠ | ١٩,٣٣<br>٩٩,٣٣ | ١٩,٣٦<br>٩٩,٣٤ | ١٩,٣٧<br>٩٩,٣٦ | ١٩,٣٨<br>٩٩,٣٨ | ١٩,٣٩<br>٩٩,٤٠ | ١٩,٤٤<br>٩٩,٤٥ | ١٩,٤٦<br>٩٩,٤٧ | ١٩,٤٧<br>٩٩,٤٨ | ١٩,٤٧<br>٩٩,٤٨ | ١٩,٤٩<br>٩٩,٤٩ | ١٩,٥٠<br>٩٩,٥٠ |
| ٣ | ١٠,١٣<br>٣٤,١٢ | ٩,٥٥<br>٣٠,٨٢ | ٩,٢٨<br>٢٩,٤٦ | ٩,١٢<br>٢٨,٧١ | ٩,٠١<br>٢٨,٢٤ | ٨,٩٤<br>٢٧,٩١ | ٨,٨٨<br>٢٧,٦٧ | ٨,٨٤<br>٢٧,٤٩ | ٨,٨١<br>٢٧,٣٤ | ٨,٧٨<br>٢٧,٢٣ | ٨,٦٦<br>٢٦,٦٩ | ٨,٦٢<br>٢٦,٥٠ | ٨,٦٠<br>٢٦,٤١ | ٨,٥٨<br>٢٦,٣٥ | ٨,٥٦<br>٢٦,٢٣ | ٨,٥٣<br>٢٦,١٢ |
| ٤ | ٧,٧١<br>٢١,٢٠ | ٦,٩٤<br>١٨,٠٠ | ٦,٥٩<br>١٦,٦٩ | ٦,٣٩<br>١٥,٩٨ | ٦,٢٦<br>١٥,٥٢ | ٦,١٦<br>١٥,٢١ | ٦,٠٩<br>١٤,٩٨ | ٦,٠٤<br>١٤,٨٠ | ٦,٠٠<br>١٤,٦٦ | ٥,٩٦<br>١٤,٥٤ | ٥,٨٠<br>١٤,٠٢ | ٥,٧٤<br>١٣,٨٣ | ٥,٧١<br>١٣,٧٤ | ٥,٧٠<br>١٣,٦٩ | ٥,٦٦<br>١٣,٥٧ | ٥,٦٣<br>١٣,٤٦ |
| ٥ | ٦,٦١<br>١٦,٢٦ | ٥,٧٩<br>١٣,٢٧ | ٥,٤١<br>١٢,٠٦ | ٥,١٩<br>١١,٣٩ | ٥,٠٥<br>١٠,٩٧ | ٤,٩٥<br>١٠,٦٧ | ٤,٨٨<br>١٠,٤٥ | ٤,٨٢<br>١٠,٢٧ | ٤,٧٨<br>١٠,١٥ | ٤,٧٤<br>١٠,٠٥ | ٤,٥٦<br>٩,٥٥ | ٤,٥٠<br>٩,٣٨ | ٤,٤٦<br>٩,٢٩ | ٤,٤٤<br>٩,٢٤ | ٤,٤٠<br>٩,١٣ | ٤,٣٦<br>٩,٠٢ |
| ٦ | ٥,٩٩<br>١٣,٧٤ | ٥,١٤<br>١٠,٩٢ | ٤,٧٦<br>٩,٧٨ | ٤,٥٣<br>٩,١٥ | ٤,٣٩<br>٨,٧٥ | ٤,٢٨<br>٨,٤٧ | ٤,٢١<br>٨,٢٦ | ٤,١٥<br>٨,١٠ | ٤,١٠<br>٧,٩٨ | ٤,٠٦<br>٧,٨٧ | ٣,٨٧<br>٧,٣٩ | ٣,٨١<br>٧,٢٣ | ٣,٧٧<br>٧,١٤ | ٣,٧٥<br>٧,٠٩ | ٣,٧١<br>٦,٩٩ | ٣,٦٧<br>٦,٨٨ |
| ٧ | ٥,٥٩<br>١٢,٢٥ | ٤,٧٤<br>٩,٥٥ | ٤,٣٥<br>٨,٤٥ | ٤,١٢<br>٧,٨٥ | ٣,٩٧<br>٧,٤٦ | ٣,٨٧<br>٧,١٩ | ٣,٧٩<br>٧,٠٠ | ٣,٧٣<br>٦,٨٤ | ٣,٦٨<br>٦,٧١ | ٣,٦٣<br>٦,٦٢ | ٣,٤٤<br>٦,١٥ | ٣,٣٨<br>٥,٩٨ | ٣,٣٤<br>٥,٩٠ | ٣,٣٢<br>٥,٨٥ | ٣,٢٨<br>٥,٧٥ | ٥,٢٣<br>٣,٦٥ |
| ٨ | ٥,٣٢<br>١١,٢٦ | ٤,٤٦<br>٨,٦٥ | ٤,٠٧<br>٧,٥٩ | ٣,٨٤<br>٧,٠١ | ٣,٦٩<br>٦,٦٣ | ٣,٥٨<br>٦,٣٧ | ٣,٥٠<br>٦,١٩ | ٣,٤٤<br>٦,٠٣ | ٣,٣٩<br>٥,٩١ | ٣,٣٤<br>٥,٨٢ | ٣,١٥<br>٥,٣٦ | ٣,٠٨<br>٥,٢٠ | ٣,٠٥<br>٥,١١ | ٣,٠٣<br>٥,٠٦ | ٢,٩٨<br>٤,٩٦ | ٢,٩٣<br>٤,٨٦ |

٠ ( تابع ) جدول رقم (٣-٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | درجات الحرية للتباين الأكبر | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
| ٩ | ٥,١٢ | ٤,٢٦ | ٣,٨٦ | ٣,٦٣ | ٣,٤٨ | ٣,٣٧ | ٣,٢٩ | ٣,٢٣ | ٣,١٨ | ٣,١٣ | ٢,٩٣ | ٢,٨٦ | ٢,٨٢ | ٢,٨٠ | ٢,٧٦ | ٢,٧١ |
| | ١٠,٥٦ | ٨,٠٢ | ٦,٩٩ | ٦,٤٢ | ٦,٠٦ | ٥,٨٠ | ٥,٦٢ | ٥,٤٧ | ٥,٣٥ | ٥,٢٦ | ٤,٨٠ | ٤,٦٤ | ٤,٥٦ | ٤,٥١ | ٤,٤١ | ٤,٣١ |
| ١٠ | ٤,٩٦ | ٤,١٠ | ٣,٧١ | ٣,٤٨ | ٣,٣٣ | ٣,٢٢ | ٣,١٤ | ٣,٠٧ | ٣,٠٢ | ٢,٩٧ | ٢,٧٧ | ٢,٧٠ | ٢,٦٧ | ٢,٦٤ | ٢,٥٩ | ٢,٥٤ |
| | ١٠,٠٤ | ٧,٥٦ | ٦,٥٥ | ٥,٩٩ | ٥,٦٤ | ٥,٣٩ | ٥,٢١ | ٥,٠٦ | ٤,٩٥ | ٤,٨٥ | ٤,٤١ | ٤,٢٥ | ٤,١٧ | ٤,١٢ | ٤,٠١ | ٣,٩١ |
| ١١ | ٤,٨٤ | ٣,٩٨ | ٣,٥٩ | ٣,٣٦ | ٣,٢٠ | ٣,٠٩ | ٣,٠١ | ٢,٩٥ | ٢,٩٠ | ٢,٨٦ | ٢,٦٥ | ٢,٥٧ | ٢,٥٣ | ٢,٥٠ | ٢,٤٥ | ٢,٤٠ |
| | ٩,٦٥ | ٧,٢٠ | ٦,٢٢ | ٥,٦٧ | ٥,٣٢ | ٥,٠٧ | ٤,٨٨ | ٤,٧٤ | ٤,٦٣ | ٤,٥٤ | ٤,١٠ | ٣,٩٤ | ٣,٨٦ | ٣,٨٠ | ٣,٧٠ | ٣,٦٠ |
| ١٢ | ٤,٧٥ | ٣,٨٨ | ٣,٤٩ | ٣,٢٦ | ٣,١١ | ٣,٠٠ | ٢,٩٢ | ٢,٨٥ | ٢,٨٠ | ٢,٧٦ | ٢,٥٤ | ٢,٤٦ | ٢,٤٢ | ٢,٤٠ | ٢,٣٥ | ٢,٣٠ |
| | ٩,٣٣ | ٦,٩٣ | ٥,٩٥ | ٥,٤١ | ٥,٠٦ | ٤,٨٢ | ٤,٦٥ | ٤,٥٠ | ٤,٣٩ | ٤,٣٠ | ٣,٨٦ | ٣,٧٠ | ٣,٦١ | ٣,٥٦ | ٣,٤٧ | ٣,٣٦ |
| ١٣ | ٤,٦٧ | ٣,٨٠ | ٣,٤١ | ٣,١٨ | ٣,٠٢ | ٢,٩٢ | ٢,٨٤ | ٢,٧٧ | ٢,٧٢ | ٢,٦٧ | ٢,٤٦ | ٢,٣٨ | ٢,٣٤ | ٢,٣٢ | ٢,٢٦ | ٢,٢١ |
| | ٩,٠٧ | ٦,٧٠ | ٥,٧٤ | ٥,٢٠ | ٤,٨٦ | ٤,٦٢ | ٤,٤٤ | ٤,٣٠ | ٤,١٩ | ٤,١٠ | ٣,٦٧ | ٣,٥١ | ٣,٤٢ | ٣,٣٧ | ٣,٢٧ | ٣,١٦ |
| ١٤ | ٤,٦٠ | ٣,٧٤ | ٣,٣٤ | ٣,١١ | ٢,٩٦ | ٢,٨٥ | ٢,٧٧ | ٢,٧٠ | ٢,٦٥ | ٢,٦٠ | ٢,٣٩ | ٢,٣١ | ٢,٢٧ | ٢,٢٤ | ٢,١٩ | ٢,١٣ |
| | ٨,٨٦ | ٦,٥١ | ٥,٥٦ | ٥,٠٣ | ٤,٦٩ | ٤,٤٦ | ٤,٢٨ | ٤,١٤ | ٤,٠٣ | ٣,٩٤ | ٣,٥١ | ٣,٣٤ | ٣,٢٦ | ٣,٢١ | ٣,١١ | ٣,٠٠ |
| ١٥ | ٤,٥٤ | ٣,٦٨ | ٣,٢٩ | ٣,٠٦ | ٢,٩٠ | ٢,٧٩ | ٢,٧٠ | ٢,٦٤ | ٢,٥٩ | ٢,٥٥ | ٢,٣٣ | ٢,٢٥ | ٢,٢١ | ٢,١٨ | ٢,١٢ | ٢,٠٧ |
| | ٨,٦٨ | ٦,٣٦ | ٥,٤٢ | ٤,٨٩ | ٤,٥٦ | ٤,٣٢ | ٤,١٤ | ٤,٠٠ | ٣,٨٩ | ٣,٨٠ | ٣,٣٦ | ٣,٢٠ | ٣,١٢ | ٣,٠٧ | ٢,٩٧ | ٢,٨٧ |
| ١٦ | ٤,٤٩ | ٣,٦٣ | ٣,٢٤ | ٣,٠١ | ٢,٨٥ | ٢,٧٤ | ٢,٦٦ | ٢,٥٩ | ٢,٥٤ | ٢,٤٩ | ٢,٢٨ | ٢,٢٠ | ٢,١٦ | ٢,١٣ | ٢,٠٧ | ٢,٠١ |
| | ٨,٥٣ | ٦,٢٣ | ٥,٢٩ | ٤,٧٧ | ٤,٤٤ | ٤,٢٠ | ٤,٠٣ | ٣,٨٩ | ٣,٧٨ | ٣,٦٩ | ٣,٢٥ | ٣,١٠ | ٣,٠١ | ٢,٩٦ | ٢,٨٦ | ٢,٧٥ |

## تابع جدول (٢-٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | درجات الحرية للتباين الأكبر | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
| ١٧ | ٤,٤٥<br>٨,٤٠ | ٣,٥٩<br>٦,١١ | ٣,٢٠<br>٥,١٨ | ٢,٩٦<br>٤,٦٧ | ٢,٨١<br>٤,٣٤ | ٢,٧٠<br>٤,١٠ | ٢,٦٢<br>٣,٩٣ | ٢,٥٥<br>٣,٧٩ | ٢,٥٠<br>٣,٦٨ | ٢,٤٥<br>٣,٥٩ | ٢,٢٣<br>٣,١٦ | ٢,١٥<br>٣,٠ | ٢,١١<br>٢,٩٢ | ٢,٠٨<br>٢,٨٦ | ٢,٠٢<br>٢,٧٦ | ١,٩٦<br>٢,٦٥ |
| ١٨ | ٤,٤١<br>٨,٢٨ | ٣,٥٥<br>٦,٠١ | ٣,١٦<br>٥,٠٩ | ٢,٩٣<br>٤,٥٨ | ٢,٧٧<br>٤,٢٥ | ٢,٦٦<br>٤,٠١ | ٢,٥٨<br>٣,٨٥ | ٢,٥١<br>٣,٧١ | ٢,٤٦<br>٣,٦٠ | ٢,٤١<br>٣,٥١ | ٢,١٩<br>٣,٠٧ | ٢,١١<br>٢,٩١ | ٢,٠٧<br>٢,٨٣ | ٢,٠٤<br>٢,٧٨ | ١,٩٨<br>٢,٦٨ | ١,٩٢<br>٢,٥٧ |
| ١٩ | ٤,٣٨<br>٨,١٨ | ٣,٥٢<br>٥,٩٣ | ٣,١٣<br>٥,٠١ | ٢,٩٠<br>٤,٥٠ | ٢,٧٤<br>٤,١٧ | ٢,٦٣<br>٣,٩٤ | ٢,٥٥<br>٣,٧٧ | ٢,٤٨<br>٣,٦٣ | ٢,٤٣<br>٣,٥٢ | ٢,٣٨<br>٣,٤٣ | ٢,١٥<br>٣,٠٠ | ٢,٠٧<br>٢,٨٤ | ٢,٠٢<br>٢,٧٦ | ٢,٠٠<br>٢,٧٠ | ١,٩٤<br>٢,٦٠ | ١,٨٨<br>٢,٤٩ |
| ٢٠ | ٤,٣٥<br>٨,١٠ | ٣,٤٩<br>٥,٨٥ | ٣,١٠<br>٤,٩٤ | ٢,٨٧<br>٤,٤٣ | ٢,٧١<br>٤,١ | ٢,٦٠<br>٣,٨٧ | ٢,٥٢<br>٣,٧١ | ٢,٤٥<br>٣,٥٦ | ٢,٤٠<br>٣,٤٥ | ٢,٣٥<br>٣,٣٧ | ٢,١٢<br>٢,٩٤ | ٢,٠٤<br>٢,٧٧ | ١,٩٩<br>٢,٦٩ | ١,٩٦<br>٢,٦٣ | ١,٩٠<br>٢,٥٣ | ١,٨٤<br>٢,٤٢ |
| ٢١ | ٤,٣٢<br>٨,٠٢ | ٣,٤٧<br>٥,٧٨ | ٣,٠٧<br>٤,٨٧ | ٢,٨٤<br>٤,٣٧ | ٢,٦٨<br>٤,٠٤ | ٢,٥٧<br>٣,٨١ | ٢,٤٩<br>٣,٦٥ | ٢,٤٢<br>٣,٥١ | ٢,٣٧<br>٣,٤٠ | ٢,٣٢<br>٣,٣١ | ٢,٠٩<br>٢,٨٨ | ٢,٠٠<br>٢,٧٢ | ١,٩٦<br>٢,٦٣ | ١,٩٣<br>٢,٥٨ | ١,٨٧<br>٢,٤٧ | ١,٨١<br>٢,٣٦ |
| ٢٢ | ٤,٣٠<br>٧,٩٤ | ٣,٤٤<br>٥,٧٢ | ٣,٠٥<br>٤,٨٢ | ٢,٨٢<br>٤,٣١ | ٢,٦٦<br>٣,٩٩ | ٢,٥٥<br>٣,٧٦ | ٢,٤٧<br>٣,٥٩ | ٢,٤٠<br>٣,٤٥ | ٢,٣٥<br>٣,٣٥ | ٢,٣٠<br>٣,٢٦ | ٢,٠٧<br>٢,٨٣ | ١,٩٨<br>٢,٦٧ | ١,٩٣<br>٢,٥٨ | ١,٩١<br>٢,٥٣ | ١,٨٤<br>٢,٤٢ | ١,٧٨<br>٢,٣١ |
| ٢٣ | ٤,٢٨<br>٧,٨٨ | ٣,٤٢<br>٥,٦٦ | ٣,٠٣<br>٤,٧٦ | ٢,٨٠<br>٤,٢٦ | ٢,٦٤<br>٣,٩٤ | ٢,٥٣<br>٣,٧١ | ٢,٤٥<br>٣,٥٤ | ٢,٣٨<br>٣,٤١ | ٢,٣٢<br>٣,٣٠ | ٢,٢٨<br>٣,٢١ | ٢,٠٤<br>٢,٧٨ | ١,٩٦<br>٢,٦٢ | ١,٩١<br>٢,٥٣ | ١,٨٨<br>٢,٤٨ | ١,٨٢<br>٢,٣٧ | ١,٧٦<br>٢,٢٦ |
| ٢٤ | ٤,٢٦<br>٧,٨٢ | ٣,٤٠<br>٥,٦١ | ٣,٠١<br>٤,٧٢ | ٢,٧٨<br>٤,٢٢ | ٢,٦٢<br>٣,٩ | ٢,٥١<br>٣,٦٧ | ٢,٤٣<br>٣,٥٠ | ٢,٣٦<br>٣,٣٦ | ٢,٣٠<br>٣,٢٥ | ٢,٢٦<br>٣,١٧ | ٢,٠٢<br>٢,٧٤ | ١,٩٤<br>٢,٥٨ | ١,٨٩<br>٢,٤٩ | ١,٨٦<br>٢,٤٤ | ١,٨٠<br>٢,٣٣ | ١,٧٣<br>٢,٢١ |

(تابع) جدول رقم (٣-٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | درجات الحرية للتباين الأكبر | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
| ٢٥ | ٤,٢٤ | ٣,٣٨ | ٢,٩٩ | ٢,٧٦ | ٢,٦٠ | ٢,٤٩ | ٢,٤١ | ٢,٣٤ | ٢,٢٨ | ٢,٢٤ | ٢,٠٠ | ١,٩٢ | ١,٨٧ | ١,٨٤ | ١,٧٧ | ١,٧١ |
| | ٧,٧٧ | ٥,٥٧ | ٤,٦٨ | ٤,١٨ | ٣,٨٦ | ٣,٦٣ | ٣,٤٦ | ٣,٣٢ | ٣,٢١ | ٣,١٣ | ٢,٧٠ | ٢,٥٤ | ٢,٤٥ | ٢,٤٠ | ٢,٢٩ | ٢,١٧ |
| ٢٦ | ٤,٢٢ | ٣,٣٧ | ٢,٩٨ | ٢,٧٤ | ٢,٥٩ | ٢,٤٧ | ٢,٣٩ | ٢,٣٢ | ٢,٢٧ | ٢,٢٢ | ١,٩٩ | ١,٩٠ | ١,٨٥ | ١,٨٢ | ١,٧٦ | ١,٦٩ |
| | ٧,٧٢ | ٥,٥٣ | ٤,٦٤ | ٤,١٤ | ٣,٨٢ | ٣,٥٩ | ٣,٤٢ | ٣,٢٩ | ٣,١٧ | ٣,٠٩ | ٢,٦٦ | ٢,٥٠ | ٢,٤١ | ٢,٣٦ | ٢,٢٥ | ٢,١٣ |
| ٢٧ | ٤,٢١ | ٣,٣٥ | ٢,٩٦ | ٢,٧٣ | ٢,٥٧ | ٢,٤٦ | ٢,٣٧ | ٢,٣٠ | ٢,٢٥ | ٢,٢٠ | ١,٩٧ | ١,٨٨ | ١,٨٤ | ١,٨٠ | ١,٧٤ | ١,٦٧ |
| | ٧,٦٨ | ٥,٤٩ | ٤,٦٠ | ٤,١١ | ٣,٧٩ | ٣,٥٦ | ٣,٣٩ | ٣,٢٦ | ٣,١٤ | ٣,٠٦ | ٢,٦٣ | ٢,٤٧ | ٢,٣٨ | ٢,٣٣ | ٢,٢١ | ٢,١٠ |
| ٢٨ | ٤,٢٠ | ٣,٣٤ | ٢,٩٥ | ٢,٧١ | ٢,٥٦ | ٢,٤٤ | ٢,٣٦ | ٢,٢٩ | ٢,٢٤ | ٢,١٩ | ١,٩٦ | ١,٨٧ | ١,٨١ | ١,٧٨ | ١,٧٢ | ١,٦٥ |
| | ٧,٦٤ | ٥,٤٥ | ٤,٥٧ | ٤,٠٧ | ٣,٧٦ | ٣,٥٣ | ٣,٣٦ | ٣,٢٣ | ٣,١١ | ٣,٠٣ | ٢,٦٠ | ٢,٤٤ | ٢,٣٥ | ٢,٣٠ | ٢,١٨ | ٢,٠٦ |
| ٢٩ | ٤,١٨ | ٣,٣٣ | ٢,٩٣ | ٢,٧٠ | ٢,٥٤ | ٢,٤٣ | ٢,٣٥ | ٢,٢٨ | ٢,٢٢ | ٢,١٨ | ١,٩٤ | ١,٨٥ | ١,٨٠ | ١,٧٧ | ١,٧١ | ١,٦٤ |
| | ٧,٦٠ | ٥,٤٢ | ٤,٥٤ | ٤,٠٤ | ٣,٧٣ | ٣,٥٠ | ٣,٣٣ | ٣,٢٠ | ٣,٠٨ | ٣,٠٠ | ٢,٥٧ | ٢,٤١ | ٢,٣٢ | ٢,٢٧ | ٢,١٥ | ٢,٠٣ |
| ٣٠ | ٤,١٧ | ٣,٣٢ | ٢,٩٢ | ٢,٦٩ | ٢,٥٣ | ٢,٤٢ | ٢,٣٤ | ٢,٢٧ | ٢,٢١ | ٢,١٦ | ١,٩٣ | ١,٨٤ | ١,٧٩ | ١,٧٦ | ١,٦٩ | ١,٦٢ |
| | ٧,٥٦ | ٥,٣٩ | ٤,٥١ | ٤,٠٢ | ٣,٧٠ | ٣,٤٧ | ٣,٣٠ | ٣,١٧ | ٣,٠٦ | ٢,٩٨ | ٢,٥٥ | ٢,٣٨ | ٢,٢٩ | ٢,٢٤ | ٢,١٣ | ٢,٠١ |
| ٣٢ | ٤,١٥ | ٣,٣٠ | ٢,٩٠ | ٢,٦٧ | ٢,٥١ | ٢,٤٠ | ٢,٣٢ | ٢,٢٥ | ٢,١٩ | ٢,١٤ | ١,٩١ | ١,٨٢ | ١,٧٩ | ١,٧٤ | ١,٦٧ | ١,٥٩ |
| | ٧,٥٠ | ٥,٣٤ | ٤,٤٦ | ٣,٩٧ | ٣,٦٦ | ٣,٤٢ | ٣,٢٥ | ٣,١٢ | ٣,٠١ | ٢,٩٤ | ٢,٥١ | ٢,٣٤ | ٢,٢٥ | ٢,٢٠ | ٢,٠٨ | ١,٩٦ |
| ٣٤ | ٤,١٣ | ٣,٢٨ | ٢,٨٨ | ٢,٦٥ | ٢,٤٩ | ٢,٣٨ | ٢,٣٠ | ٢,٢٣ | ٢,١٧ | ٢,١٢ | ١,٩٨ | ١,٨٠ | ١,٧٤ | ١,٧١ | ١,٦٤ | ١,٥٧ |
| | ٧,٤٤ | ٥,٢٩ | ٤,٤٢ | ٣,٩٣ | ٣,٦١ | ٣,٣٨ | ٣,٢١ | ٣,٠٨ | ٢,٩٧ | ٢,٨٩ | ٢,٤٧ | ٢,٣٠ | ٢,٢١ | ١,١٥ | ١,٠٤ | ١,٩١ |

## (تابع) جدول رقم (م - ٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣٦ | ٤,١١ | ٣,٢٦ | ٢,٨٦ | ٢,٦٣ | ٢,٤٨ | ٢,٣٦ | ٢,٢٨ | ٢,٢١ | ٢,١٥ | ٢,١٠ | ١,١١ | ١,٧٨ | ١,٧٢ | ١,٦٩ | ١,٦٢ | ١,٥٥ |
| | ٧,٣٩ | ٥,٢٥ | ٤,٣٨ | ٣,٨٩ | ٣,٥٨ | ٣,٣٥ | ٣,١٨ | ٣,٠٤ | ٢,٩٤ | ٢,٨٦ | ٢,٤٣ | ٢,٢٦ | ٢,١٧ | ٢,١٢ | ٢,٠٠ | ١,٨٧ |
| ٣٨ | ٤,١٠ | ٣,٢٥ | ٢,٨٥ | ٢,٦٢ | ٢,٤٦ | ٢,٣٥ | ٢,٢٦ | ٢,١٩ | ٢,١٤ | ٢,٠٩ | ١,٨٥ | ١,٧٦ | ١,٧١ | ١,٦٧ | ١,٦٠ | ١,٥٣ |
| | ٧,٣٥ | ٥,٢١ | ٤,٣٤ | ٣,٨٦ | ٣,٥٤ | ٣,٣٢ | ٣,١٥ | ٣,٠٢ | ٢,٩١ | ٢,٨٢ | ٢,٤٠ | ٢,٢٢ | ٢,١٤ | ٢,٠٨ | ١,٩٧ | ١,٨٤ |
| ٤٠ | ٤,٠٨ | ٣,٢٣ | ٢,٨٤ | ٢,٦١ | ٢,٤٥ | ٢,٣٤ | ٢,٢٥ | ٢,١٨ | ١,١٢ | ٢,٠٦ | ١,٨٤ | ١,٧٤ | ١,٦٩ | ١,٦٦ | ١,٥٩ | ١,٥١ |
| | ٧,٣١ | ٥,١٨ | ٤,٣١ | ٣,٨٣ | ٣,٥١ | ٣,٢٩ | ٣,١٢ | ٢,٩٩ | ٢,٨٨ | ٢,٨٠ | ٢,٣٧ | ٢,٢٠ | ٢,١١ | ٢,٠٥ | ١,٩٤ | ١,٨١ |
| ٤٢ | ٤,٠٧ | ٣,٢٢ | ٢,٨٣ | ٢,٥٩ | ٢,٤٤ | ٢,٣٢ | ٢,٢٤ | ٢,١٧ | ٢,١١ | ٢,٠٦ | ١,٨٢ | ١,٧٣ | ١,٦٨ | ١,٦٤ | ١,٥٧ | ١,٤٩ |
| | ٧,٢٧ | ٥,١٥ | ٤,٢٩ | ٣,٨٠ | ٣,٤٩ | ٣,٢٦ | ٣,١٠ | ٢,٩٦ | ٢,٨٦ | ٢,٧١ | ٢,٣٥ | ٢,١٧ | ٢,٠٨ | ٢,٠٢ | ١,٩١ | ١,٧٨ |
| ٤٤ | ٤,٠٦ | ٣,٢١ | ٢,٨٢ | ٢,٥٨ | ٢,٤٣ | ٢,٣١ | ٢,٢٣ | ٢,١٦ | ٢,١٠ | ٢,٠٥ | ١,٨١ | ١,٧٢ | ١,٦٦ | ١,٦٣ | ١,٥٦ | ١,٤٨ |
| | ٧,٢٤ | ٥,١٢ | ٤,٢٦ | ٣,٧٨ | ٣,٤٦ | ٣,٢٤ | ٣,٠٧ | ٢,٩٤ | ٢,٨٤ | ٢,٧٥ | ٢,٣٢ | ٢,١٥ | ٢,٠٦ | ٢,٠٠ | ١,٨٨ | ١,٧٥ |
| ٤٦ | ٤,٠٥ | ٣,٢٠ | ٢,٨١ | ٢,٥٧ | ٢,٤٢ | ٢,٣٠ | ٢,٢٢ | ٢,١٤ | ٢,٠٩ | ٢,٠٤ | ١,٨٠ | ١,٧١ | ١,٦٥ | ١,٦٢ | ١,٥٤ | ١,٤٦ |
| | ٧,٢١ | ٥,١٠ | ٤,٢٤ | ٣,٧٦ | ٣,٤٤ | ٣,٢٢ | ٣,٠٥ | ٢,٩٢ | ٢,٨٢ | ٢,٧٣ | ٢,٣٠ | ٢,١٣ | ٢,٠٤ | ١,٩٨ | ١,٨٦ | ١,٧٢ |
| ٤٨ | ٤,٠٤ | ٣,١٩ | ٢,٨٠ | ٢,٥٦ | ٢,٤١ | ٢,٣٠ | ٢,٢١ | ٢,١٤ | ٢,٠٨ | ٢,٠٣ | ١,٧٩ | ١,٧٠ | ١,٦٤ | ١,٦١ | ١,٥٣ | ١,٤٥ |
| | ٧,١٩ | ٥,٠٨ | ٤,٢٢ | ٣,٧٤ | ٣,٤٢ | ٣,٢٠ | ٣,٠٤ | ٢,٩٠ | ٢,٨٠ | ٢,٧١ | ٢,٢٨ | ٢,١١ | ٢,٠٢ | ١,٩٦ | ١,٨٤ | ١,١٠ |
| ٥٠ | ٤,٠٣ | ٣,١٨ | ٢,٧٩ | ٢,٥٦ | ٢,٤٠ | ٢,٢٩ | ٢,٢٠ | ٢,١٣ | ٢,٠٧ | ٢,٠٢ | ١,٧٨ | ١,٦٩ | ١,٦٣ | ١,٦٠ | ١,٥٢ | ١,٤٤ |
| | ٧,١٧ | ٥,٠٦ | ٤,٢٠ | ٣,٧٢ | ٣,٤١ | ٣,١٨ | ٣,٠٢ | ٢,٨٨ | ٢,٧٨ | ٢,٧٠ | ٢,٢٦ | ٢,١٠ | ٢,٠٠ | ١,٩٤ | ١,٨٢ | ١,٦٨ |

(Column header group: درجات الحرية للتباين الاكبر)

## (تابع) جدول رقم (٣-٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | درجات الحرية للتباين الأكبر | | | | | | | | | | | | | | | |
| ٥٥ | ٤٫٠٢ | ٣٫١٧ | ٢٫٧٨ | ٢٫٥٤ | ٢٫٣٨ | ٢٫٢٧ | ٢٫١٨ | ٢٫١١ | ٢٫٠٥ | ٢٫٠٠ | ١٫٧٦ | ١٫٦٧ | ١٫٦١ | ١٫٥٨ | ١٫٥٠ | ١٫٤١ |
| | ٧٫١٢ | ٥٫٠١ | ٤٫١٦ | ٣٫٦٨ | ٣٫٣٧ | ٣٫١٥ | ٢٫٩٨ | ٢٫٨٥ | ٢٫٧٥ | ٢٫٦٦ | ٢٫٢٣ | ٢٫٠٦ | ١٫٩٦ | ١٫٩٠ | ١٫٧٨ | ١٫٦٤ |
| ٦٠ | ٤٫٠٠ | ٣٫١٥ | ٢٫٧٦ | ٢٫٥٢ | ٢٫٣٧ | ٢٫٢٥ | ٢٫١٧ | ٢٫١٠ | ٢٫٠٤ | ١٫٩٩ | ١٫٧٥ | ١٫٦٥ | ١٫٥٩ | ١٫٥٦ | ١٫٤٨ | ١٫٣٩ |
| | ٧٫٠٨ | ٤٫٩٨ | ٤٫١٣ | ٣٫٦٥ | ٣٫٣٤ | ٣٫١٢ | ٢٫٩٥ | ٢٫٨٢ | ٢٫٧٢ | ٢٫٦٣ | ٢٫٢٠ | ٢٫٠٣ | ١٫٩٣ | ١٫٨٧ | ١٫٧٤ | ١٫٦٠ |
| ٦٥ | ٣٫٩٩ | ٣٫١٤ | ٢٫٧٥ | ٢٫٥١ | ٢٫٣٦ | ٢٫٢٤ | ٢٫١٥ | ٢٫٠٨ | ٢٫٠٢ | ١٫٩٨ | ١٫٧٣ | ١٫٦٣ | ١٫٥٧ | ١٫٥٤ | ١٫٤٦ | ١٫٣٧ |
| | ٧٫٠٤ | ٤٫٩٥ | ٤٫١٠ | ٣٫٦٢ | ٣٫٣١ | ٣٫٠٩ | ٢٫٩٣ | ٢٫٧٩ | ٢٫٧٠ | ٢٫٦١ | ٢٫١٨ | ٢٫٠٠ | ١٫٩٠ | ١٫٨٤ | ١٫٧١ | ١٫٥٦ |
| ٧٠ | ٣٫٩٨ | ٣٫١٣ | ٢٫٧٤ | ٢٫٥٠ | ٢٫٣٥ | ٢٫٢٣ | ٢٫١٤ | ٢٫٠٧ | ٢٫٠١ | ١٫٩٧ | ١٫٧٢ | ١٫٦٢ | ١٫٥٦ | ١٫٥٣ | ١٫٤٥ | ١٫٣٥ |
| | ٧٫٠١ | ٤٫٩٢ | ٤٫٠٨ | ٣٫٦٠ | ٣٫٢٩ | ٣٫٠٧ | ٢٫٩١ | ٢٫٧٧ | ٢٫٦٧ | ٢٫٥٩ | ٢٫١٥ | ١٫٩٨ | ١٫٨٨ | ١٫٨٢ | ١٫٦٩ | ١٫٥٣ |
| ٨٠ | ٣٫٩٦ | ٣٫١١ | ٢٫٧٢ | ٢٫٤٨ | ٢٫٣٣ | ٢٫٢١ | ٢٫١٢ | ٢٫٠٥ | ١٫٩٩ | ١٫٩٥ | ١٫٧٠ | ١٫٦٠ | ١٫٥٤ | ١٫٥١ | ١٫٤٢ | ١٫٣٢ |
| | ٦٫٩٦ | ٤٫٨٨ | ٤٫٠٤ | ٣٫٥٦ | ٣٫٢٥ | ٣٫٠٤ | ٢٫٨٧ | ٢٫٧٤ | ٢٫٦٤ | ٢٫٥٥ | ٢٫١١ | ١٫٩٤ | ١٫٨٤ | ١٫٧٨ | ١٫٦٥ | ١٫٤٩ |
| ١٠٠ | ٣٫٩٤ | ٣٫٠٩ | ٢٫٧٠ | ٢٫٤٦ | ٢٫٣٠ | ٢٫١٩ | ٢٫١٠ | ٢٫٠٣ | ١٫٩٧ | ١٫٩٢ | ١٫٦٨ | ١٫٥٧ | ١٫٥١ | ١٫٤٨ | ١٫٣٩ | ١٫٢٨ |
| | ٦٫٩٠ | ٤٫٨٢ | ٣٫٩٨ | ٣٫٥١ | ٣٫٢٠ | ٢٫٩٩ | ٢٫٨٢ | ٢٫٦٩ | ٢٫٥٩ | ٢٫٥١ | ٢٫٠٦ | ١٫٨٩ | ١٫٧٩ | ١٫٧٣ | ١٫٥٩ | ١٫٤٣ |
| ١٢٥ | ٣٫٩٢ | ٣٫٠٧ | ٢٫٦٨ | ٢٫٤٤ | ٢٫٢٩ | ٢٫١٧ | ٢٫٠٨ | ٢٫٠١ | ١٫٩٥ | ١٫٩٠ | ١٫٦٥ | ١٫٥٥ | ١٫٤٩ | ١٫٤٥ | ١٫٣٦ | ١٫٢٥ |
| | ٦٫٨٤ | ٤٫٧٨ | ٣٫٩٤ | ٣٫٤٧ | ٣٫١٧ | ٢٫٩٥ | ٢٫٧٩ | ٢٫٦٥ | ٢٫٥٦ | ٢٫٤٧ | ٢٫٠٣ | ١٫٨٥ | ١٫٧٥ | ١٫٦٨ | ١٫٥٤ | ١٫٣٧ |
| ١٥٠ | ٣٫٩١ | ٣٫٠٦ | ٢٫٦٧ | ٢٫٤٣ | ٢٫٢٧ | ٢٫١٦ | ٢٫٠٧ | ٢٫٠٠ | ١٫٩٤ | ١٫٨٩ | ١٫٦٤ | ١٫٥٤ | ١٫٤٧ | ١٫٤٤ | ١٫٣٤ | ١٫٢٢ |
| | ٦٫٨١ | ٤٫٧٥ | ٣٫٩١ | ٣٫٤٤ | ٣٫١٤ | ٢٫٩٢ | ٢٫٧٦ | ٢٫٦٢ | ٢٫٥٣ | ٢٫٤٤ | ٢٫٠٠ | ١٫٨٣ | ١٫٧٢ | ١٫٦٦ | ١٫٥١ | ١٫٣٣ |

## (تابع) جدول رقم (٣-٩)

| درجات الحرية للتباين الأصغر | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢٠٠ | ٣,٨٩ | ٣,٠٤ | ٢,٦٥ | ٢,٤١ | ٢,٢٦ | ٢,١٤ | ٢,٠٥ | ١,٩٨ | ١,٩٢ | ١,٨٧ | ١,٦٢ | ١,٥٢ | ١,٤٥ | ١,٤٢ | ١,٣٢ | ١,١٩ |
| | ٦,٧٦ | ٤,٧١ | ٣,٨٨ | ٣,٤١ | ٣,١١ | ٢,٩٠ | ٢,٧٣ | ٢,٦٠ | ٢,٥٠ | ٢,٤١ | ١,٩٧ | ١,٧٩ | ١,٦٩ | ١,٦٢ | ١,٤٨ | ١,٢٨ |
| ٤٠٠ | ٣,٨٦ | ٣,٠٢ | ٢,٦٢ | ٢,٣٩ | ٢,٢٣ | ٢,١٢ | ٢,٠٣ | ١,٩٦ | ١,٩٠ | ١,٨٥ | ١,٦٠ | ١,٤٩ | ١,٤٢ | ١,٣٨ | ١,٢٨ | ١,١٣ |
| | ٦,٧٠ | ٤,٦٦ | ٣,٨٣ | ٣,٣٦ | ٣,٠٦ | ٢,٨٥ | ٢,٦٩ | ٢,٥٥ | ٢,٤٦ | ٢,٣٧ | ١,٩٢ | ١,٧٤ | ١,٦٤ | ١,٥٧ | ١,٤٢ | ١,١٩ |
| ١٠٠٠ | ٣,٨٥ | ٣,٠٠ | ٢,٦١ | ٢,٣٨ | ٢,٢٢ | ٢,١٠ | ٢,٠٢ | ١,٩٥ | ١,٨٩ | ١,٨٤ | ١,٥٨ | ١,٤٧ | ١,٤١ | ١,٣٦ | ١,٢٦ | ١,٠٨ |
| | ٦,٦٦ | ٤,٦٢ | ٣,٨٠ | ٣,٣٤ | ٣,٠٤ | ٢,٨٢ | ٢,٦٦ | ٢,٥٣ | ٢,٤٣ | ٢,٣٤ | ١,٨٩ | ١,٧١ | ١,٦١ | ١,٥٤ | ١,٣٨ | ١,١١ |
| ∞ | ٣,٨٤ | ٢,٩٩ | ٢,٦٠ | ٢,٣٧ | ٢,٢١ | ٢,٠٩ | ٢,٠١ | ١,٩٤ | ١,٨٨ | ١,٨٣ | ١,٥٧ | ١,٤٦ | ١,٤٠ | ١,٣٥ | ١,٢٤ | ١,٠٠ |
| | ٦,٦٤ | ٤,٦٠ | ٣,٧٨ | ٣,٣٢ | ٣,٠٢ | ٢,٨٠ | ٢,٦٤ | ٢,٥١ | ٢,٤١ | ٢,٣٢ | ١,٨٧ | ١,٦٩ | ١,٥٩ | ١,٥٢ | ١,٣٦ | ١,٠٠ |

(درجات الحرية للتباين الأكبر)

## ملحق (٥)

## جدول رقم (م-١٠): جدول مربع كاي ( $\chi^2$ )

| درجات الحرية | احتمال الحصول على قيمة أعلى من كاي٢ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ٠,٩٩٠ | ٠,٩٧٥ | ٠,٩٠٠ | ٠,٧٥٠ | ٠,٥٠٠ | ٠,٢٥٠ | ٠,١٠٠ | ٠,٠٥٠ | ٠,٠٢٥ | ٠,٠٠١ |
| ١ | ٠,٠٠٠٣ | ٠,٠٠٠١٠ | ٠,٠١٥٨ | ٠,١٠٢ | ٠,٤٥٥ | ١,٣٢ | ٢,٧١ | ٣,٨٤ | ٥,٠٢ | ٦,٦٣ |
| ٢ | ٠,٠٢٠١ | ٠,٠٥٠٦ | ٠,٢١١ | ٠,٥٧٥ | ١,٣٩ | ٢,٧٧ | ٤,٦١ | ٥,٩٩ | ٧,٣٨ | ٩,٢١ |
| ٣ | ٠,١١٥٠ | ٠,٢١٦ | ٠,٥٨٤ | ١,٢١ | ٢,٣٧ | ٤,١١ | ٦,٢٥ | ٧,٨١ | ٩,٣٥ | ١١,٣ |
| ٤ | ٠,٢٩٧ | ٠,٤٨٤ | ١,٠٦ | ١,٩٢ | ٣,٣٦ | ٥,٣٩ | ٧,٧٨ | ٩,٤٩ | ١١,١ | ١٣,٣ |
| ٥ | ٠,٥٥٤ | ٠,٨٣١ | ١,٦١ | ٢,٦٧ | ٤,٣٥ | ٦,٦٣ | ٩,٢٤ | ١١,١ | ١٢,٨ | ١٥,١ |
| ٦ | ٠,٨٧٢ | ١,٢٤ | ٢,٢٠ | ٣,٤٥ | ٥,٣٥ | ٧,٨٤ | ١٠,٦ | ١٢,٦ | ١٤,٤ | ١٦,٨ |
| ٧ | ١,٢٤ | ١,٦٩ | ٢,٨٣ | ٤,٢٥ | ٦,٣٥ | ٩,٠٤ | ١٢,٠ | ١٤,١ | ١٦,٠ | ١٨,٥ |
| ٨ | ١,٦٥ | ٢,١٨ | ٣,٤٩ | ٥,٠٧ | ٧,٣٤ | ١٠,٢ | ١٣,٤ | ١٥,٥ | ١٧,٥ | ٢٠,١ |
| ٩ | ٢,٠٩ | ٢,٧٠ | ٤,١٧ | ٥,٩٠ | ٨,٣٤ | ١١,٤ | ١٤,٧ | ١٦,٩ | ١٩,٠ | ٢١,٧ |
| ١٠ | ٢,٥٦ | ٣,٢٥ | ٤,٨٧ | ٦,٧٤ | ٩,٣٤ | ١٢,٥ | ١٦,٠ | ١٨,٣ | ٢٠,٥ | ٢٣,٢ |
| ١١ | ٣,٠٥ | ٣,٨٢ | ٥,٥٨ | ٧,٥٨ | ١٠,٣ | ١٣,٧ | ١٧,٣ | ١٩,٧ | ٢١,٩ | ٢٤,٧ |
| ١٢ | ٣,٥٧ | ٤,٤٠ | ٦,٣٠ | ٨,٤٤ | ١١,٣ | ١٤,٨ | ١٨,٥ | ٢١,٠ | ٢٣,٣ | ٢٦,٢ |
| ١٣ | ٤,١١ | ٥,٠١ | ٧,٠٤ | ٩,٣٠ | ١٢,٣ | ١٦,٠ | ١٩,٨ | ٢٢,٤ | ٢٤,٧ | ٢٧,٧ |
| ١٤ | ٤,٦٦ | ٥,٦٣ | ٧,٧٩ | ١٠,٢ | ١٣,٣ | ١٧,١ | ٢١,١ | ٢٣,٧ | ٢٦,١ | ٢٩,١ |
| ١٥ | ٥,٢٣ | ٦,٢٦ | ٨,٥٥ | ١١,٠ | ١٤,٣ | ١٨,٢ | ٢٢,٣ | ٢٥,٠ | ٢٧,٥ | ٣٠,٦ |
| ١٦ | ٥,٨١ | ٦,٩١ | ٩,٣١ | ١١,٩ | ١٥,٣ | ١٩,٤ | ٢٣,٥ | ٢٦,٣ | ٢٨,٨ | ٣٢,٠ |
| ١٧ | ٦,٤١ | ٧,٥٦ | ١٠,١ | ١٢,٨ | ١٦,٣ | ٢٠,٥ | ٢٤,٨ | ٢٧,٦ | ٣٩,٢ | ٣٣,٤ |
| ١٨ | ٧,٠١ | ٨,٢٣ | ١٠,٩ | ١٣,٧ | ١٧,٣ | ٢١,٦ | ٢٦,٠ | ٢٨,٩ | ٣١,٥ | ٣٤,٨ |
| ١٩ | ٧,٦٣ | ٨,٩١ | ١١,٧ | ١٤,٦ | ١٨,٣ | ٢٢,٧ | ٢٧,٢ | ٣٠,١ | ٣٢,٩ | ٣٦,٢ |
| ٢٠ | ٨,٢٦ | ٩,٥٩ | ١٢,٤ | ١٥,٥ | ١٩,٣ | ٢٣,٨ | ٢٨,٤ | ٣١,٤ | ٣٤,٢ | ٣٧,٦ |
| ٢١ | ٨,٩٠ | ١٠,٣ | ١٣,٢ | ١٦,٣ | ٢٠,٣ | ٢٤,٩ | ٢٩,٦ | ٣٢,٧ | ٣٥,٥ | ٣٨,٩ |
| ٢٢ | ٩,٥٤ | ١١,٠ | ١٤,٠ | ١٧,٢ | ٢١,٣ | ٢٦,٠ | ٣٠,٨ | ٣٣,٩ | ٣٦,٨ | ٤٠,٣ |
| ٢٣ | ١٠,٢ | ١١,٧ | ١٤,٨ | ١٨,١ | ٢٢,٣ | ٢٧,١ | ٣٢,٠ | ٣٥,٢ | ٣٨,١ | ٤١,٦ |
| ٢٤ | ١٠,٩ | ١٢,٤ | ١٥,٧ | ١٩,٠ | ٢٣,٣ | ٢٨,٢ | ٣٣,٢ | ٣٦,٤ | ٣٩,٤ | ٤٣,٠ |
| ٢٥ | ١١,٥ | ١٣,١ | ١٦,٥ | ١٩,٩ | ٢٤,٣ | ٢٩,٣ | ٣٤,٤ | ٣٧,٧ | ٤٠,٦ | ٤٤,٣ |
| ٢٦ | ١٢,٢ | ١٣,٨ | ١٧,٣ | ٢٠,٨ | ٢٥,٣ | ٣٠,٤ | ٣٥,٦ | ٣٨,٩ | ٤١,٩ | ٤٥,٦ |
| ٢٧ | ١٢,٩ | ١٤,٦ | ١٨,١ | ٢١,٧ | ٢٦,٣ | ٣١,٥ | ٣٦,٧ | ٤٠,١ | ٤٣,٢ | ٤٧,٠ |
| ٢٨ | ١٣,٦ | ١٥,٣ | ١٨,٩ | ٢٢,٧ | ٢٧,٣ | ٣٢,٦ | ٣٧,٩ | ٤١,٣ | ٤٤,٥ | ٤٨,٣ |
| ٢٩ | ١٤,٣ | ١٦,٠ | ١٩,٨ | ٢٣,٦ | ٢٨,٣ | ٣٣,٧ | ٣٩,١ | ٤٢,٦ | ٤٥,٧ | ٤٩,٦ |
| ٣٠ | ١٥,٠ | ١٦,٨ | ٢٠,٦ | ٢٤,٥ | ٢٩,٣ | ٣٤,٨ | ٤٠,٣ | ٤٣,٨ | ٤٧,٠ | ٥٠,٩ |
| ٤٠ | ٢٢,٢ | ٢٤,٤ | ٢٩,١ | ٣٣,٧ | ٣٩,٣ | ٤٥,٦ | ٥١,٨ | ٥٥,٨ | ٥٩,٣ | ٦٣,٧ |
| ٥٠ | ٢٩,٧ | ٣٢,٤ | ٣٧,٧ | ٤٢,٩ | ٤٩,٣ | ٥٦,٣ | ٦٣,٢ | ٦٧,٥ | ٧١,٤ | ٧٦,٢ |
| ٦٠ | ٣٧,٥ | ٤٠,٥ | ٤٦,٥ | ٥٢,٣ | ٥٩,٣ | ٦٧,٠ | ٧٤,٤ | ٧٩,١ | ٨٣,٣ | ٨٨,٤ |

## ملحق (٦)

### جدول رقم (م - ١١)

### القيم الحرجة لاختبار كولموجوروف - سميرنوف "د"

(اختبار "د")

| درجات الحرية | مستوى الدلالة ٠٫٢٠ | ٠٫١٥ | ٠٫١٠ | ٠٫٠٥ | ٠٫٠١ |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٠٫٩٠٠ | ٠٫٨٢٥ | ٠٫٨٥٠ | ٠٫٩٧٥ | ٠٫٩٩٥ |
| ٢ | ٠٫٦٨٤ | ٠٫٧٢٦ | ٠٫٧٧٦ | ٠٫٨٤٢ | ٠٫٩٢٩ |
| ٣ | ٠٫٥٦٥ | ٠٫٥٩٧ | ٠٫٦٤٢ | ٠٫٧٠٣ | ٠٫٨٢٩ |
| ٤ | ٠٫٤٩٤ | ٠٫٥٢٦ | ٠٫٥٦٤ | ٠٫٦٢٤ | ٠٫٧٣٤ |
| ٥ | ٠٫٤٤٦ | ٠٫٤٧٤ | ٠٫٥١٠ | ٠٫٥٦٣ | ٠٫٦٦٩ |
| ٦ | ٠٫٤١٠ | ٠٫٤٣٦ | ٠٫٤٧٠ | ٠٫٥٢١ | ٠٫٦١٨ |
| ٧ | ٠٫٣٨١ | ٠٫٤٠٥ | ٠٫٤٢٨ | ٠٫٤٨٦ | ٠٫٥٧٧ |
| ٨ | ٠٫٣٥٨ | ٠٫٣٨١ | ٠٫٤١١ | ٠٫٤٥٧ | ٠٫٥٤٣ |
| ٩ | ٠٫٣٣٠ | ٠٫٣٦٠ | ٠٫٣٨٥ | ٠٫٤٣٢ | ٠٫٥١٤ |
| ١٠ | ٠٫٣٢٢ | ٠٫٣٤٢ | ٠٫٣٦٨ | ٠٫٤٠٩ | ٠٫٤٨٦ |
| ١١ | ٠٫٣٠٧ | ٠٫٣٢٦ | ٠٫٣٥٢ | ٠٫٣٩١ | ٠٫٤٦٨ |
| ١٢ | ٠٫٢٩٥ | ٠٫٣١٣ | ٠٫٣٢٨ | ٠٫٣٧٥ | ٠٫٤٥٠ |
| ١٣ | ٠٫٢٨٤ | ٠٫٣٠٢ | ٠٫٣٢٥ | ٠٫٣٦١ | ٠٫٤٣٣ |
| ١٤ | ٠٫٢٧٤ | ٠٫٢٩٢ | ٠٫٣١٤ | ٠٫٣٤٩ | ٠٫٤١٨ |
| ١٥ | ٠٫٢٦٦ | ٠٫٢٨٣ | ٠٫٣٠٤ | ٠٫٣٣٨ | ٠٫٤٠٤ |
| ١٦ | ٠٫٢٥٨ | ٠٫٢٧٤ | ٠٫٢٩٥ | ٠٫٣٢٨ | ٠٫٣٩١ |
| ١٧ | ٠٫٢٥٠ | ٠٫٢٦٦ | ٠٫٢٨٦ | ٠٫٣١٥ | ٠٫٣٨٠ |
| ١٨ | ٠٫٢٤٤ | ٠٫٢٥٩ | ٠٫٢٧٨ | ٠٫٣٠٩ | ٠٫٣٧٠ |
| ١٩ | ٠٫٢٣٧ | ٠٫٢٥٢ | ٠٫٢٧٢ | ٠٫٣٠١ | ٠٫٣٦١ |
| ٢٠ | ٠٫٢٣١ | ٠٫٢٤٦ | ٠٫٢٦٥ | ٠٫٢٩١ | ٠٫٣٥٢ |
| ٢٥ | ٠٫٢١ | ٠٫٢٢ | ٠٫٢٤ | ٠٫٢٦٤ | ٠٫٣٢ |
| ٣٠ | ٠٫١٩ | ٠٫٢٠ | ٠٫٢٢ | ٠٫٢٤٢ | ٠٫٢٩ |
| ٣٥ | ٠٫١٨ | ٠٫١٩ | ٠٫٢١ | ٠٫٢٣ | ٠٫٢٧ |
| ٤٠ | ٠٫١٧ | ٠٫١٨ | ٠٫١٩ | ٠٫٢١ | ٠٫٢٥ |
| ٥٠ | ٠٫١٥ | ٠٫١٦ | ٠٫١٧ | ٠٫١٩ | ٠٫٢٣ |
| ٦٠ | ٠٫١٤ | ٠٫١٥ | ٠٫١٦ | ٠٫١٧ | ٠٫٢١ |
| ٧٠ | ٠٫١٣ | ٠٫١٤ | ٠٫١٥ | ٠٫١٦ | ٠٫١٩ |
| ٨٠ | ٠٫١٢ | ٠٫١٣ | ٠٫١٤ | ٠٫١٥ | ٠٫١٨ |
| ٩٠ | ٠٫١١ | ٠٫١٢ | ٠٫١٣ | ٠٫١٤ | ٠٫١٧ |
| ١٠٠ | ٠٫١١ | ٠٫١١ | ٠٫١٢ | ٠٫١٤ | ٠٫١٦ |
| أكثر من ١٠٠ | $\frac{١٫٠٧}{\sqrt{ن}}$ | $\frac{١٫١٤}{\sqrt{ن}}$ | $\frac{١٫٢٢}{\sqrt{ن}}$ | $\frac{١٫٣٦}{\sqrt{ن}}$ | $\frac{١٫٦٣}{\sqrt{ن}}$ |

(يرفض فرض العدم عندما تكون قيمة "د" أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى الدلالة المطلوب).

## ملحق (٧)

### جدول رقم (م - ٦٢)

القيم الحرجة لاختبار مان - هويتني (اختبار ى) عند مستوى دلالة ٠٫١٠ (اختبار ثنائي الطرف)

| ن٢ \ ن١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ٠ | ٠ |
| ٢ | | | | | ٠ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٤ |
| ٣ | | | | | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ | ٨ | ٩ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| ٤ | | | | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ |
| ٥ | | ٠ | ١ | ٢ | ٤ | ٥ | ٦ | ٦ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٥ | ١٦ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ | ٢٢ | ٢٣ | ٢٥ |
| ٦ | | ٠ | ٢ | ٣ | ٥ | ٧ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٧ | ١٩ | ٢١ | ٢٣ | ٢٥ | ٢٦ | ٢٨ | ٣٠ | ٣٢ |
| ٧ | | ٠ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١١ | ١٣ | ١٦ | ١٧ | ١٩ | ٢١ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٨ | ٣٠ | ٣٣ | ٣٥ | ٣٧ | ٣٩ |
| ٨ | | ١ | ٣ | ٥ | ٨ | ١٠ | ١٣ | ١٥ | ١٨ | ٢٠ | ٢٣ | ٢٦ | ٢٨ | ٣١ | ٣٣ | ٣٦ | ٣٩ | ٤١ | ٤٤ | ٤٣ |
| ٩ | | ١ | ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ | ١٨ | ٢١ | ٢٤ | ٢٧ | ٣٠ | ٣٣ | ٣٦ | ٣٩ | ٤٢ | ٤٥ | ٤٨ | ٥١ | ٥٤ |
| ١٠ | | ١ | ٤ | ٧ | ١١ | ١٤ | ١٧ | ٢٠ | ٢٤ | ٢٧ | ٣١ | ٣٤ | ٣٧ | ٤١ | ٤٤ | ٤٨ | ٥١ | ٥٥ | ٥٨ | ٦٢ |
| ١١ | | ١ | ٥ | ٨ | ١٢ | ١٦ | ١٩ | ٢٣ | ٢٧ | ٣١ | ٣٤ | ٣٨ | ٤٢ | ٤٦ | ٥٠ | ٥٤ | ٥٧ | ٦١ | ٦٥ | ٦٩ |
| ١٢ | | ٢ | ٥ | ٩ | ١٣ | ١٧ | ٢١ | ٢٦ | ٣٠ | ٣٤ | ٣٨ | ٤٢ | ٤٧ | ٥١ | ٥٥ | ٦٠ | ٦١ | ٦٨ | ٧٢ | ٧٧ |
| ١٣ | | ٢ | ٦ | ١٠ | ١٥ | ١٩ | ٢٤ | ٢٨ | ٣٣ | ٣٧ | ٤٢ | ٤٧ | ٥١ | ٥٦ | ٦١ | ٦٥ | ٧٠ | ٧٥ | ٨٠ | ٨٥ |
| ١٤ | | ٢ | ٧ | ١١ | ١٦ | ٢١ | ٢٦ | ٣١ | ٣٦ | ٤١ | ٤٦ | ٥١ | ٥٦ | ٦١ | ٦٦ | ٧١ | ٧٧ | ٨٢ | ٨٧ | ٩٢ |
| ١٥ | | ٣ | ٧ | ١٢ | ١٨ | ٢٣ | ٢٨ | ٣٣ | ٣٩ | ٤٤ | ٥٠ | ٥٥ | ٦١ | ٦٦ | ٧٢ | ٧٧ | ٨٣ | ٨٨ | ٩١ | ١٠٠ |
| ١٦ | | ٣ | ٨ | ١٤ | ١٩ | ٢٥ | ٣٠ | ٣٦ | ٤٢ | ٤٨ | ٥٤ | ٦٠ | ٦٥ | ٧١ | ٧٧ | ٨٣ | ٨٩ | ٩٥ | ١٠١ | ١٠٧ |
| ١٧ | | ٣ | ٩ | ١٥ | ٢٠ | ٢٦ | ٣٣ | ٣٩ | ٤٥ | ٥١ | ٥٧ | ٦٤ | ٧٠ | ٧٧ | ٨٣ | ٨٩ | ٩٦ | ١٠٢ | ١٠٩ | ١١٥ |
| ١٨ | | ٤ | ٩ | ١٦ | ٢٢ | ٢٨ | ٣٥ | ٤١ | ٤٨ | ٥٥ | ٦١ | ٦٨ | ٧٥ | ٨٢ | ٨٨ | ٩٥ | ١٠٢ | ١٠٩ | ١١٦ | ١٢٣ |
| ١٩ | ٠ | ٤ | ١٠ | ١٧ | ٢٣ | ٣٠ | ٣٧ | ٤٤ | ٥١ | ٥٨ | ٦٥ | ٧٢ | ٨٠ | ٨٧ | ٩٢ | ١٠١ | ١٠٩ | ١١٦ | ١٢٣ | ١٣٠ |
| ٢٠ | ٠ | ٤ | ١١ | ١٨ | ٢٥ | ٣٢ | ٣٩ | ٤٧ | ٥٤ | ٦٢ | ٦٩ | ٧٧ | ٨٤ | ٩٢ | ١٠٠ | ١٠٧ | ١١٥ | ١٢٣ | ١٣٠ | ١٣٨ |

(يرفض فرض العدم عندما تكون قيمة "ى" المحسوبة أقل من أو تساوي القيمة الحرجة عند مستوى الدلالة المطلوب)

(تابع) جدول رقم (٣-١٢)

القيم الحرجة لاختبار مان - هويتني (اختبار ي) عند مستوى دلالة ٠٫٠٢ [اختبار ثنائي الطرف]

| ن٢ / ن١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ٢ | | | | | | | | | | | | | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ١ | ١ |
| ٣ | | | | | | | - | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٤ | ٥ |
| ٤ | | | | | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ | ٨ | ٩ | ٩ | ١٠ |
| ٥ | | | | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ |
| ٦ | | | | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٥ | ١٦ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ | ٢٢ |
| ٧ | | | ٠ | ١ | ٣ | ٤ | ٦ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٧ | ١٩ | ٢١ | ٢٣ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٨ |
| ٨ | | | ١ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٣ | ١٥ | ١٧ | ٢٠ | ٢٢ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٨ | ٣٠ | ٣٢ | ٣٤ |
| ٩ | | | ١ | ٣ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٤ | ١٦ | ١٨ | ٢١ | ٢٣ | ٢٦ | ٢٨ | ٣١ | ٣٣ | ٣٦ | ٣٨ | ٤٠ |
| ١٠ | | | ١ | ٣ | ٦ | ٨ | ١١ | ١٣ | ١٦ | ١٩ | ٢٢ | ٢٤ | ٢٧ | ٣٠ | ٣٣ | ٣٦ | ٣٨ | ٤١ | ٤٤ | ٤٧ |
| ١١ | | | ١ | ٤ | ٧ | ٩ | ١٢ | ١٥ | ١٨ | ٢٢ | ٢٥ | ٢٨ | ٣١ | ٣٤ | ٣٧ | ٤١ | ٤٤ | ٤٧ | ٥٠ | ٥٣ |
| ١٢ | | | ٢ | ٥ | ٨ | ١١ | ١٤ | ١٧ | ٢١ | ٢٤ | ٢٨ | ٣١ | ٣٥ | ٣٨ | ٤٢ | ٤٦ | ٤٩ | ٥٣ | ٥٦ | ٦٠ |
| ١٣ | | ٠ | ٢ | ٥ | ٩ | ١٢ | ١٦ | ٢٠ | ٢٣ | ٢٧ | ٣١ | ٣٥ | ٣٩ | ٤٣ | ٤٧ | ٥١ | ٥٥ | ٥٩ | ٦٣ | ٦٧ |
| ١٤ | | ٠ | ٢ | ٦ | ١٠ | ١٣ | ١٧ | ٢٢ | ٢٦ | ٣٠ | ٣٤ | ٣٨ | ٤٣ | ٤٧ | ٥١ | ٥٦ | ٦٠ | ٦٥ | ٦٩ | ٧٣ |
| ١٥ | | ٠ | ٣ | ٧ | ١١ | ١٥ | ١٩ | ٢٤ | ٢٨ | ٣٣ | ٣٧ | ٤٢ | ٤٧ | ٥١ | ٥٦ | ٦١ | ٦٦ | ٧٠ | ٧٥ | ٨٠ |
| ١٦ | | ٠ | ٣ | ٧ | ١٢ | ١٦ | ٢١ | ٢٦ | ٣١ | ٣٦ | ٤١ | ٤٦ | ٥١ | ٥٦ | ٦١ | ٦٦ | ٧١ | ٧٦ | ٨٢ | ٨٧ |
| ١٧ | | ٠ | ٤ | ٨ | ١٣ | ١٨ | ٢٣ | ٢٨ | ٣٣ | ٣٨ | ٤٤ | ٤٩ | ٥٥ | ٦٠ | ٦٦ | ٧١ | ٧٧ | ٨٢ | ٨٨ | ٩٣ |
| ١٨ | | ٠ | ٤ | ٩ | ١٤ | ١٩ | ٢٤ | ٣٠ | ٣٦ | ٤١ | ٤٧ | ٥٣ | ٥٩ | ٦٥ | ٧٠ | ٧٦ | ٨٢ | ٨٨ | ٩٤ | ١٠٠ |
| ١٩ | | ١ | ٤ | ٩ | ١٥ | ٢٠ | ٢٦ | ٣٢ | ٣٨ | ٤٤ | ٥٠ | ٥٦ | ٦٣ | ٦٩ | ٧٥ | ٨٢ | ٨٨ | ٩٤ | ١٠١ | ١٠٧ |
| ٢٠ | | ١ | ٥ | ١٠ | ١٦ | ٢٢ | ٢٨ | ٣٤ | ٤٠ | ٤٧ | ٥٣ | ٦٠ | ٦٧ | ٧٣ | ٨٠ | ٨٧ | ٩٣ | ١٠٠ | ١٠٧ | ١١٤ |

(تابع) جدول رقم (م - ١٩)

القيم الحرجة لاختبار مان - هويتني (اختبار «ى») عند مستوى دلالة ٠٫٠٥ [اختبار ثنائي الطرف]

| ن٢ / ن١ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٢ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٠ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ٢ | ٠ | | | | | | | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٢ | ٢ |
| ٣ | ٠ | | | | ٠ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٦ | ٧ | ٧ | ٨ |
| ٤ | ٠ | | | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٣ |
| ٥ | ٠ | | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
| ٦ | ٠ | | ١ | ٢ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١١ | ١٣ | ١٤ | ١٦ | ١٧ | ١٩ | ٢١ | ٢٢ | ٢٤ | ٢٥ | ٢٧ |
| ٧ | ٠ | | ١ | ٣ | ٥ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٨ | ٢٠ | ٢٢ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٨ | ٣٠ | ٣٢ | ٣٤ |
| ٨ | ٠ | ٠ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ | ١٣ | ١٥ | ١٧ | ١٩ | ٢٢ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٩ | ٣١ | ٣٤ | ٣٦ | ٣٨ | ٤١ |
| ٩ | ٠ | ٠ | ٢ | ٤ | ٧ | ١٠ | ١٢ | ١٥ | ١٧ | ٢٠ | ٢٣ | ٢٦ | ٢٨ | ٣١ | ٣٤ | ٣٧ | ٣٩ | ٤٢ | ٤٥ | ٤٨ |
| ١٠ | ٠ | ٠ | ٣ | ٥ | ٨ | ١١ | ١٤ | ١٧ | ٢٠ | ٢٣ | ٢٦ | ٢٩ | ٣٣ | ٣٦ | ٣٩ | ٤٢ | ٤٥ | ٤٨ | ٥٢ | ٥٥ |
| ١١ | ٠ | ٠ | ٣ | ٦ | ٩ | ١٣ | ١٦ | ١٩ | ٢٣ | ٢٦ | ٣٠ | ٣٣ | ٣٧ | ٤٠ | ٤٤ | ٤٧ | ٥١ | ٥٥ | ٥٨ | ٦٢ |
| ١٢ | ٠ | ١ | ٤ | ٧ | ١١ | ١٤ | ١٨ | ٢٢ | ٢٦ | ٢٩ | ٣٣ | ٣٧ | ٤١ | ٤٥ | ٤٩ | ٥٣ | ٥٧ | ٦١ | ٦٥ | ٦٩ |
| ١٣ | ٠ | ١ | ٤ | ٨ | ١٢ | ١٦ | ٢٠ | ٢٤ | ٢٨ | ٣٣ | ٣٧ | ٤١ | ٤٥ | ٥٠ | ٥٤ | ٥٩ | ٦٣ | ٦٧ | ٧٢ | ٧٦ |
| ١٤ | ٠ | ١ | ٥ | ٩ | ١٣ | ١٧ | ٢٢ | ٢٦ | ٣١ | ٣٦ | ٤٠ | ٤٥ | ٥٠ | ٥٥ | ٥٩ | ٦٤ | ٧٦ | ٧٤ | ٧٨ | ٨٣ |
| ١٥ | ٠ | ١ | ٥ | ١٠ | ١٤ | ١٩ | ٢٤ | ٢٩ | ٣٤ | ٣٩ | ٤٤ | ٤٩ | ٥٤ | ٥٩ | ٦٤ | ٧٠ | ٧٥ | ٨٠ | ٨٥ | ٩٠ |
| ١٦ | ٠ | ١ | ٦ | ١١ | ١٥ | ٢١ | ٢٦ | ٣١ | ٣٧ | ٤٢ | ٤٧ | ٥٣ | ٥٩ | ٦٤ | ٧٠ | ٧٥ | ٨١ | ٨٦ | ٩٢ | ٩٨ |
| ١٧ | ٠ | ٢ | ٦ | ١١ | ١٧ | ٢٢ | ٢٨ | ٣٤ | ٣٩ | ٤٥ | ٥١ | ٥٧ | ٦٣ | ٦٧ | ٧٥ | ٨١ | ٨٧ | ٩٣ | ٩٩ | ١٠٥ |
| ١٨ | ٠ | ٢ | ٧ | ١٢ | ١٨ | ٢٤ | ٣٠ | ٣٦ | ٤٢ | ٤٨ | ٥٥ | ٦١ | ٦٧ | ٧٤ | ٨٠ | ٨٦ | ٩٣ | ٩٩ | ١٠٦ | ١١٢ |
| ١٩ | ٠ | ٢ | ٧ | ١٣ | ١٩ | ٢٥ | ٣٢ | ٣٨ | ٤٥ | ٥٢ | ٥٨ | ٦٥ | ٧٢ | ٧٨ | ٨٥ | ٩٢ | ٩٩ | ١٠٦ | ١١٣ | ١١٩ |
| ٢٠ | ٠ | ٢ | ٨ | ١٣ | ٢٠ | ٢٧ | ٣٤ | ٤١ | ٤٨ | ٥٥ | ٦٢ | ٦٩ | ٧٦ | ٨٣ | ٩٠ | ٩٨ | ١٠٥ | ١١٢ | ١١٩ | ١٢٧ |

## ملحق (٨)

### جدول رقم (م - ١٢)

### القيم الحرجة لاختبار ويلكوكسون (اختبار و ر)

| عدد أزواج القيم = ن | أ ٠٫٠٥ | | |
|---|---|---|---|
| | أ ٠٫٠٥ / ب ٠٫٠٢٥ | ٠٫٠٢ / ٠٫٠١ | ٠٫٠١ / ٠٫٠٠٥ |
| ٦ | ٠ | - | - |
| ٧ | ٢ | - | - |
| ٨ | ٤ | ٢ | ٠ |
| ٩ | ٦ | ٣ | ٢ |
| ١٠ | ٨ | ٥ | ٣ |
| ١١ | ١١ | ٧ | ٥ |
| ١٢ | ١٤ | ١٠ | ٧ |
| ١٣ | ١٧ | ١٣ | ١٠ |
| ١٤ | ٢١ | ١٦ | ١٣ |
| ١٥ | ٢٥ | ٢٠ | ١٦ |
| ١٦ | ٣٠ | ٢٤ | ٢٠ |
| ١٧ | ٣٥ | ٢٨ | ٢٣ |
| ١٨ | ٤٠ | ٣٣ | ٢٨ |
| ١٩ | ٤٦ | ٣٨ | ٣٢ |
| ٢٠ | ٥٢ | ٤٣ | ٣٨ |
| ٢١ | ٥٩ | ٤٩ | ٤٣ |
| ٢٢ | ٦٦ | ٥٦ | ٤٩ |
| ٢٣ | ٧٣ | ٦٢ | ٥٥ |
| ٢٤ | ٨١ | ٦٩ | ٦١ |
| ٢٥ | ٨٩ | ٧٧ | ٦٨ |

أ : اختبار ثنائي الطرف
ب : اختبار أحادي الطرف

(قيمة و ر المحسوبة تكون ذات دلالة إحصائية إذا كانت أقل من القيمة النظرية لها في الجدول عند مستوى الدلالة المطلوب)

## ملحق (٩)

جدول رقم (م - ١٤)

القيم الحرجة لاختبار كروسكال - واليس

اختبار "هـ".

| ن١ | ن٢ | ن٣ | مستوى الدلالة ١٠ر | ٠٥ر | ٠١ر | ٠٠٥ر |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ١ | ١ | | | | |
| ٢ | ٢ | ١ | | | | |
| ٢ | ٢ | ٢ | ٤,٥٧١ | | | |
| ٣ | ١ | ١ | | | | |
| ٣ | ٢ | ١ | ٤,٢٨٦ | | | |
| ٣ | ٢ | ٢ | ٤,٥٠٠ | ٤,٧١٤ | ٥,٣٥٧ | |
| ٣ | ٣ | ١ | ٤,٥٧١ | ٥,١٤٣ | | |
| ٣ | ٣ | ٢ | ٤,٥٥٦ | ٥,٣٦١ | | |
| ٣ | ٣ | ٣ | ٤,٦٢٢ | ٥,٦٠٠ | ٧,٢٠٠ | ٧,٢٠٠ |
| ٤ | ١ | ١ | | | | |
| ٤ | ٢ | ١ | ٤,٥٠٠ | | | |
| ٤ | ٢ | ٢ | ٤,٠٥٦ | ٥,٢٠٨ | | |
| ٤ | ٣ | ١ | ٤,٥١١ | ٥,٤٤٤ | ٦,٤٤٤ | |
| ٤ | ٣ | ٣ | ٤,٧٠٩ | ٥,٧٢٧ | ٦,٧٤٦ | |
| ٤ | ٤ | ١ | ٤,١٦٧ | ٤,٨٦٧ | ٦,٦٦٧ | |
| ٤ | ٤ | ٢ | ٤,٥٥٥ | ٥,٤٥٥ | ٧,٠٣٦ | |
| ٤ | ٤ | ٣ | ٤,٥٤٦ | ٥,٥٩٩ | ٧,١١٤ | |
| ٤ | ٤ | ٤ | ٤,٦٥٤ | ٥,٦٩٢ | ٧,٦٥٤ | |
| ٥ | ١ | ١ | | | | |
| ٥ | ٢ | ١ | ٤,٢٠٠ | ٥,٠٠٠ | | |
| ٥ | ٢ | ٢ | ٤,٣٧٣ | ٥,١٦٠ | ٦,٥٣٣ | |
| ٥ | ٣ | ١ | ٤,٠١٨ | ٤,٩٦٠ | | |
| ٥ | ٣ | ٢ | ٤,٦٥١ | ٥,٢٥١ | ٦,٨٨٢ | |
| ٥ | ٣ | ٣ | ٤,٥٣٣ | ٤,٦٤٩ | ٧,٠٧٩ | |
| ٥ | ٤ | ١ | ٣,٩٨٧ | ٤,٩٨٦ | ٦,٩٥٥ | |
| ٥ | ٤ | ٢ | ٤,٥٤١ | ٥,٢٦٨ | ٧,١١٨ | |
| ٥ | ٤ | ٣ | ٤,٥٤٩ | ٥,٦٣١ | ٧,٤٤٥ | |
| ٥ | ٤ | ٤ | ٤,٦١٩ | ٥,٦١٨ | ٧,٧٦٠ | |
| ٥ | ٥ | ١ | ٤,١٠٩ | ٥,١٢٧ | ٧,٣٠٩ | |
| ٥ | ٥ | ٢ | ٤,٥٠٨ | ٥,٣٣٩ | ٧,٢٦٩ | |
| ٥ | ٥ | ٣ | ٤,٥٤٥ | ٥,٧٠٦ | ٧,٥٤٣ | |
| ٥ | ٥ | ٤ | ٤,٥٢٣ | ٥,٦٤٣ | ٧,٧٩١ | |
| ٥ | ٥ | ٥ | ٤,٥٦٠ | ٥,٧٨٠ | ٧,٩٨٠ | |

( يرفض فرض العدم عندما تكون قيمة هـ أكبر من أو تساوي القيمة الحرجة عند مستوى الدلالة المطلوب ).

## ملحق (١٠)

### جدول رقم (٣-٦-١) : قيمة أقل معامل ارتباط معنوي عند مستوى دلالة ٠٥ر٠ ، ٠١ر٠

| درجات الحرية | ٥ | ١ | درجات الحرية | ٥ | ١ |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٠,٩٩٧ | ١,٠٠٠ | ٢٤ | ٠,٣٨٨ | ٠,٤٩٦ |
| ٢ | ٠,٩٥٠ | ٠,٩٩٠ | ٢٥ | ٠,٣٨١ | ٠,٤٨٧ |
| ٣ | ٠,٨٧٨ | ٠,٩٥٩ | ٢٦ | ٠,٣٧٤ | ٠,٤٧٨ |
| ٤ | ٠,٨١١ | ٠,٩١٧ | ٢٧ | ٠,٣٦٧ | ٠,٤٧٠ |
| ٥ | ٠,٧٥٤ | ٠,٨٧٤ | ٢٨ | ٠,٣٦١ | ٠,٤٦٣ |
| ٦ | ٠,٧٠٧ | ٠,٨٣٤ | ٢٩ | ٠,٣٥٥ | ٠,٤٥٦ |
| ٧ | ٠,٦٦٦ | ٠,٧٩٨ | ٣٠ | ٠,٣٤٩ | ٠,٤٤٩ |
| ٨ | ٠,٦٣٢ | ٠,٧٦٥ | ٣٥ | ٠,٣٢٥ | ٠,٤١٨ |
| ٩ | ٠,٦٠٢ | ٠,٧٣٥ | ٤٠ | ٠,٣٠٤ | ٠,٣٩٣ |
| ١٠ | ٠,٥٧٦ | ٠,٧٠٨ | ٤٥ | ٠,٢٨٨ | ٠,٣٧٢ |
| ١١ | ٠,٥٥٣ | ٠,٦٨٤ | ٥٠ | ٠,٢٧٣ | ٠,٣٥٤ |
| ١٢ | ٠,٥٣٢ | ٠,٦٦١ | ٦٠ | ٠,٢٥٠ | ٠,٣٢٥ |
| ١٣ | ٠,٥١٤ | ٠,٦٤١ | ٧٠ | ٠,٢٣٢ | ٠,٣٠٢ |
| ١٤ | ٠,٤٩٧ | ٠,٦٢٣ | ٨٠ | ٠,٢١٧ | ٠,٢٨٣ |
| ١٥ | ٠,٤٨٢ | ٠,٦٠٦ | ٩٠ | ٠,٢٠٥ | ٠,٢٦٧ |
| ١٦ | ٠,٤٦٨ | ٠,٥٩٠ | ١٠٠ | ٠,١٩٥ | ٠,٢٥٤ |
| ١٧ | ٠,٤٥٦ | ٠,٥٧٥ | ١٢٥ | ٠,١٧٤ | ٠,٢٢٨ |
| ١٨ | ٠,٤٤٤ | ٠,٥٦١ | ١٥٠ | ٠,١٥٩ | ٠,٢٠٨ |
| ١٩ | ٠,٤٣٣ | ٠,٥٤٩ | ٢٠٠ | ٠,١٣٨ | ٠,١٨١ |
| ٢٠ | ٠,٤٢٣ | ٠,٥٣٧ | ٣٠٠ | ٠,١١٣ | ٠,١٤٨ |
| ٢١ | ٠,٤١٣ | ٠,٥٢٦ | ٤٠٠ | ٠,٠٩٨ | ٠,١٢٨ |
| ٢٢ | ٠,٤٠٤ | ٠,٥١٥ | ٥٠٠ | ٠,٠٨٨ | ٠,١١٥ |
| ٢٣ | ٠,٣٩٦ | ٠,٥٠٥ | ١٠٠٠ | ٠,٠٦٢ | ٠,٠٨١ |

## ملحق (١١)

### جدول (٣١ - ٦٦)

### قيمة أقل معامل ارتباط معنوي لمعامل ارتباط الرتب (سبيرمان)

| مستويات الدلالة / درجات الحرية | ا ٠٫١٠ / ب ٠٫٠٥ | ٠٫٠٥ / ٠٫٠٢٥ | ٠٫٠٢ / ٠٫٠١ | ٠٫٠١ / ٠٫٠٠٥ |
|---|---|---|---|---|
| ٤ | ١٫٠٠٠ | | | |
| ٥ | ٠٫٩٠٠ | ١٫٠٠٠ | ١٫٠٠٠ | |
| ٦ | ٠٫٨٢٩ | ٠٫٨٨٦ | ٠٫٨٤٣ | ١٫٠٠٠ |
| ٧ | ٠٫٧١٤ | ٠٫٧٨٦ | ٠٫٨٩٣ | ٠٫٨٩٩ |
| ٨ | ٠٫٦٤٣ | ٠٫٧٣٨ | ٠٫٨٣٣ | ٠٫٨٨١ |
| ٩ | ٠٫٦٠٠ | ٠٫٦٨٣ | ٠٫٧٨٣ | ٠٫٨٣٣ |
| ١٠ | ٠٫٥٦٤ | ٠٫٦٤٨ | ٠٫٧٤٥ | ٠٫٧٩٤ |
| ١١ | ٠٫٥٢٣ | ٠٫٦٢٣ | ٠٫٧٣٦ | ٠٫٨١٨ |
| ١٢ | ٠٫٤٩٧ | ٠٫٥٩١ | ٠٫٧٠٣ | ٠٫٧٨٠ |
| ١٣ | ٠٫٤٧٥ | ٠٫٥٦٦ | ٠٫٦٧٣ | ٠٫٧٤٥ |
| ١٤ | ٠٫٤٥٧ | ٠٫٥٤٥ | ٠٫٦٤٦ | ٠٫٧١٦ |
| ١٥ | ٠٫٤٤١ | ٠٫٥٢٥ | ٠٫٦٢٣ | ٠٫٦٨٩ |
| ١٦ | ٠٫٤٢٥ | ٠٫٥٠٧ | ٠٫٦٠١ | ٠٫٦٦٦ |
| ١٧ | ٠٫٤١٢ | ٠٫٤٩٠ | ٠٫٥٨٢ | ٠٫٦٤٥ |
| ١٨ | ٠٫٣٩٩ | ٠٫٤٧٦ | ٠٫٥٦٤ | ٠٫٦٢٥ |
| ١٩ | ٠٫٣٨٨ | ٠٫٤٦٢ | ٠٫٥٤٩ | ٠٫٦٠٨ |
| ٢٠ | ٠٫٣٧٧ | ٠٫٤٥٠ | ٠٫٥٣٤ | ٠٫٥٩١ |
| ٢١ | ٠٫٣٦٢ | ٠٫٤٣٦ | ٠٫٥٢١ | ٠٫٥٧٦ |
| ٢٢ | ٠٫٣٥٩ | ٠٫٤٢٨ | ٠٫٥٠٨ | ٠٫٥٦٢ |
| ٢٣ | ٠٫٣٥١ | ٠٫٤١٨ | ٠٫٤٩٦ | ٠٫٥٤٩ |
| ٢٤ | ٠٫٣٤٣ | ٠٫٤٠٩ | ٠٫٤٨٥ | ٠٫٥٣٧ |
| ٢٥ | ٠٫٣٣٦ | ٠٫٤٠٠ | ٠٫٤٧٥ | ٠٫٥٢٦ |
| ٢٦ | ٠٫٣٢٩ | ٠٫٣٩٢ | ٠٫٤٦٥ | ٠٫٥١٥ |
| ٢٧ | ٠٫٣٢٣ | ٠٫٣٨٥ | ٠٫٤٥٦ | ٠٫٥٠٥ |
| ٢٨ | ٠٫٣١٧ | ٠٫٣٧٧ | ٠٫٤٤٨ | ٠٫٤٩٦ |
| ٢٩ | ٠٫٣١١ | ٠٫٣٧٠ | ٠٫٤٤٠ | ٠٫٤٨٧ |
| ٣٠ | ٠٫٣٠٥ | ٠٫٣٦٤ | ٠٫٤٣٢ | ٠٫٤٧٨ |
| ٣٥ | ٠٫٢٨٢ | ٠٫٣٣٦ | ٠٫٣٩٨ | ٠٫٤٤٢ |
| ٤٠ | ٠٫٢٦٣ | ٠٫٣١٤ | ٠٫٣٧٣ | ٠٫٤١٣ |
| ٤٥ | ٠٫٢٤٨ | ٠٫٢٩٦ | ٠٫٣٥١ | ٠٫٣٨٨ |
| ٥٠ | ٠٫٢٣٥ | ٠٫٢٨٠ | ٠٫٣٣٢ | ٠٫٣٦٣ |
| ٥٥ | ٠٫٢٢٤ | ٠٫٢٦٧ | ٠٫٣١٧ | ٠٫٣٥١ |
| ٦٠ | ٠٫٢١٤ | ٠٫٢٥٥ | ٠٫٣٠٣ | ٠٫٣٣٥ |
| ٦٥ | ٠٫٢٠٦ | ٠٫٢٤٥ | ٠٫٢٩١ | ٠٫٣٢٢ |
| ٧٠ | ٠٫١٩٨ | ٠٫٢٣٦ | ٠٫٢٨٣ | ٠٫٣١٠ |
| ٧٥ | ٠٫١٩١ | ٠٫٢٢٨ | ٠٫٢٧١ | ٠٫٣٠٠ |
| ٨٠ | ٠٫١٨٥ | ٠٫٢٢١ | ٠٫٢٦٢ | ٠٫٢٩٠ |
| ٨٥ | ٠٫١٨٠ | ٠٫٢١٤ | ٠٫٢٥٤ | ٠٫٢٨١ |
| ٩٠ | ٠٫١٧٤ | ٠٫٢٠٨ | ٠٫٢٤٢ | ٠٫٢٧٣ |
| ٩٥ | ٠٫١٧٠ | ٠٫٢٠٢ | ٠٫٢٤٠ | ٠٫٢٦٦ |
| ١٠٠ | ٠٫١٦٥ | ٠٫١٩٧ | ٠٫٢٣٤ | ٠٫٢٥٩ |

ا - اختبار ثنائي الطرف        ب - اختبار أحادي الطرف

ملحق (١٢)

جدول رقم (م - ١٧)

القيم الاحتمالية لحدوث معامل ارتباط كندال للرتب بفعل الصدفة أو المتغيرات العشوائية

| س | عدد ازواج القيم = ن | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ٤ | ٥ | ٨ | ٩ |
| ٠ | ٠٫٦٢٥ | ٠٫٥٩٢ | ٠٫٥٤٨ | ٠٫٥٤٠ |
| ٢ | ٠٫٣٧٥ | ٠٫٤٠٨ | ٠٫٤٥٢ | ٠٫٤٦٠ |
| ٤ | ٠٫١٦٧ | ٠٫٢٤٢ | ٠٫٣٦٠ | ٠٫٣٨١ |
| ٦ | ٠٫٠٤٢ | ٠٫١١٧ | ٠٫٢٧٤ | ٠٫٣٠٦ |
| ٨ | | ٠٫٠٤٢ | ٠٫١٩٩ | ٠٫٢٣٨ |
| ١٠ | | ٠٫٠٠٨٣ | ٠٫١٣٨ | ٠٫١٧٩ |
| ١٢ | | | ٠٫٠٨٩ | ٠٫١٣٠ |
| ١٤ | | | ٠٫٠٥٤ | ٠٫٠٩٠ |
| ١٦ | | | ٠٫٠٣١ | ٠٫٠٦٠ |
| ١٨ | | | ٠٫٠١٦ | ٠٫٠٣٨ |
| ٢٠ | | | ٠٫٠٠٧١ | ٠٫٠٢٢ |
| ٢٢ | | | ٠٫٠٠٢٨ | ٠٫٠١٢ |
| ٢٤ | | | ٠٫٠٠٠٨٧ | ٠٫٠٠٦٣ |
| ٢٦ | | | ٠٫٠٠٠١٩ | ٠٫٠٠٢٩ |
| ٢٨ | | | ٠٫٠٠٠٠٢٥ | ٠٫٠٠١٢ |

| س | عدد ازواج القيم = ن | | |
|---|---|---|---|
| | ٦ | ٧ | ١٠ |
| ١ | ٠٫٥٠٠ | ٠٫٥٠٠ | ٠٫٥٠٠ |
| ٣ | ٠٫٣٦٠ | ٠٫٣٨٦ | ٠٫٤٣١ |
| ٥ | ٠٫٢٣٥ | ٠٫٢٨١ | ٠٫٣٦٤ |
| ٧ | ٠٫١٣٦ | ٠٫١٩١ | ٠٫٣٠٠ |
| ٩ | ٠٫٠٦٨ | ٠٫١١٩ | ٠٫٢٤٢ |
| ١١ | ٠٫٠٢٨ | ٠٫٠٦٨ | ٠٫١٩٠ |
| ١٣ | ٠٫٠٠٨٣ | ٠٫٠٣٥ | ٠٫١٤٦ |
| ١٥ | ٠٫٠٠١٤ | ٠٫٠١٥ | ٠٫١٠٨ |
| ١٧ | | ٠٫٠٠٥٤ | ٠٫٠٧٨ |
| ١٩ | | ٠٫٠٠١٤ | ٠٫٠٥٤ |
| ٢١ | | ٠٫٠٠٠٢٠ | ٠٫٠٣٦ |
| ٢٣ | | | ٠٫٠٢٣ |
| ٢٥ | | | ٠٫٠١٤ |
| ٢٧ | | | ٠٫٠٠٨٣ |
| ٢٩ | | | ٠٫٠٠٤٦ |
| ٣١ | | | ٠٫٠٠٢٣ |
| ٣٣ | | | ٠٫٠٠١١ |

